
MODELO DE PLANIFICACIÓN DE PRODUCCIÓN PARA UN SISTEMA MULTIPRODUCTO CON MÚLTIPLES LÍNEAS DE PRODUCCIÓN

RODRIGO VIVEROS E.*
EDUARDO SALAZAR H.**

Resumen

Se presenta un modelo para la planificación de la producción en un sistema multiproducto con múltiples líneas de producción de la industria de fabricación de medios de acero para la molienda de minerales. A partir de un enfoque tradicional de planificación de la producción, se desarrolla un modelo de programación lineal, el cual está basado en el pronóstico de ventas, inventarios iniciales de productos terminados y materias primas, capacidad de producción instalada, como también de las rutas alternativas de producción de los productos. El modelo permite que el déficit de producto pueda suplirse en periodos posteriores cuando exista disponibilidad de recursos. El modelo entrega las tasas de producción por línea de producción, la utilización de la capacidad instalada, el balance de inventario de productos y materias primas, como también la planificación de las adquisiciones de materias primas, en un horizonte de planificación anual dividido en periodos mensuales.

Palabras Clave: *Planificación de producción, Multiproducto, Programación Lineal, Optimización.*

*Ingeniero de Planificación Moly-Chile S.A. Concepción, Chile.

**Departamento de Ingeniería Industrial Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

1. Introducción

La planificación de la producción en un enfoque clásico, se plantea de manera jerárquica en cuanto a sus decisiones y plazos involucrados, en el que se logra una integración vertical entre los objetivos estratégicos, tácticos y operativos, los que idealmente también deben expresar la relación horizontal entre las diferentes áreas de la compañía.

Varios autores, como Chase [3] y Domínguez Machuca [4] y [5], plantean las bases de la planificación global, siendo estos últimos quienes consideran explícitamente esta integración en ambos sentidos. Otro enfoque más reciente proporcionan Heizer y Render en [9] y [10], incluyendo además de los aspectos integradores en los dos sentidos, los desafíos actuales de la dirección de operaciones con una perspectiva global de la empresa.

Numerosos autores han propuesto diversos modelos de optimización para resolver el problema de planificación agregada. Desde una perspectiva clásica Hax y Candea [8], describen y clasifican algunos de estos enfoques para resolver este problema, con la participación del uso de técnicas de programación matemática, procedimientos heurísticos y técnicas de búsqueda. En este mismo contexto Nam y Logendran[12], hacen una exhaustiva revisión de los modelos y métodos de planificación en su conjunto, presenta un esquema de clasificación de las técnicas de planificación agregada en dos grandes grupos: las técnicas que alcanzan soluciones óptimas y las que no las garantizan. Pochet y Wolsey [13], constituyen una referencia general, ilustran una amplia variedad de problemas de planificación de producción tanto en su modelamiento a través de programación lineal entera mixta como algorítmico para su resolución, .

En la resolución de problemas de planificación agregada propiamente tal, Gazmuri y Arrate [6] desarrollan un modelo determinístico que resuelve el problema de planificación agregada de una empresa de electrodomésticos. Este problema se plantea como un modelo de programación lineal entera mixta, cuya función objetivo es maximizar el beneficio considerando la dotación de mano de obra como factor determinante de la capacidad de producción, asumiendo una demanda conocida para cada periodo y producto. A partir de este modelo, que es tomado como base, Albornoz y Contesse [2] aborda un problema real de planificación agregada, que contempla la elaboración de múltiples productos bajo demanda incierta, y lo resuelven mediante el uso de diversos modelos de optimización robusta. A los modelos robustos, suman otros modelos determinísticos que toman en cuenta la incertidumbre en la demanda de una manera más sencilla. Ambos enfoques consideran la fuerza laboral como una variable del problema, con sus repercusiones en la capacidad de producción y en los costos.

Entre otros modelos de planificación agregada que han sido aplicados a la industria de los alimentos con estructura de demanda estacional, en Tadei *et al.* [14], que para el caso de una empresa que fabrica múltiples productos, algunos estacionales y otros no, proponen un modelo de programación lineal entera mixta para resolver el problema de la planificación agregada de la producción en un horizonte de un año. El objetivo del modelo es minimizar los niveles de stock necesarios, sin permitir ruptura de stock, para satisfacer una demanda conocida, determinando la cantidad de personal necesario para cada mes del año. De este modo es posible obtener la cantidad de personal que se debe subcontratar en los meses de demanda alta. En este mismo contexto, Takei y Mesquita [15], proponen para empresa fabricante de alimentos (helados) con tres familias de productos, también con alta demanda estacional, un modelo de planificación agregada para un año mediante programación lineal entera mixta, cuyo objetivo es maximizar el margen bruto, sin permitir ruptura de stock. El modelo determina las tasas de producción mensual y los niveles de inventario de productos terminados, así como la mano de obra necesarios para cumplir los planes de producciones.

Gomes da Silva *et al.* [7], consideran tres aspectos importantes para tener en cuenta en la planificación agregada de la producción: el beneficio de la compañía, la satisfacción del cliente, y el ambiente de trabajo. Proponen el desarrollo de un modelo de programación lineal entera mixta con múltiples criterios, esto es, tres funciones objetivo por separado: la primera maximiza el beneficio de la compañía, la segunda minimiza los retrasos de los pedidos de los clientes, y la tercera minimiza las variaciones en la fuerza laboral. Todas estas a lo largo de un horizonte de tiempo de un año dividido en periodos mensuales.

También existen modelos de planificación que tienen un enfoque orientado a operaciones con multi-plantas, donde se desprende claramente el enfoque de integración de toda la cadena de suministro. Jolayemi y Olorunniwo [11] elaboran un modelo determinístico de planificación de producción y transporte de multi-plantas y multi-almacenes de capacidad variable, cuyo objetivo es maximizar los beneficios, integrando en él los problemas de producción transporte y capacidad de almacenamiento, permitiendo la subcontratación y procurando abarcar todos los aspectos de la cadena de suministros. En el análisis de este caso no se han considerado estructuras de costos decrecientes para el transporte.

Timpe y Kalltrath [16], proponen un modelo de planificación de producción para la industria química mediante programación lineal entera mixta que busca abarcar toda la cadena de suministro, incorporando como elemento adicional el uso de las diferentes escalas de tiempo existentes entre la producción y la comercialización, en un sistema productivo de multi-planta, cuya demanda de productos considera el origen de los productos suministrados, incluyendo la

posibilidad de satisfacer la demanda con producción externa. El modelo responde a una variedad de objetivos, por lo que abarca varias funciones objetivo.

Vercelis [17] y Aghezzaf [1] han desarrollado modelos de planificación de producción y de asignación de capacidades junto con la gestión de almacenes para problemas de gran tamaño en ambientes multi-planta. Se desarrolla un modelo de programación lineal entera mixto, que para ser resuelto se introducen técnicas de relajación matemática y/o relajación de Lagrange, para luego aplicar una técnica heurística de resolución basado en el modelo relajado.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección dos, se presenta una breve descripción del problema de planificación. La formulación y detalles del modelo de optimización es tratada en la sección tres. Algunos de los principales resultados del modelo son analizados en la sección cuatro, y finalmente en la sección cinco se establecen las conclusiones de este trabajo.

2. Descripción del Problema

La planificación de la producción es un proceso continuo cuyo objetivo es determinar anticipadamente decisiones que permitan optimizar el uso de los recursos productivos. Se refiere a las decisiones tácticas para determinar las actividades y los recursos de la empresa a mediano plazo. El plan agregado debe ser coherente con el plan estratégico a largo plazo, y su desagregación progresiva determina planes y programas operativos, a corto plazo. Su enfoque es la determinación de la cantidad de producción, los niveles de inventarios y la cantidad de recursos necesarios con la finalidad de satisfacer la demanda para un horizonte temporal de planificación específico de mediano plazo.

Este trabajo se realizó para la planificación de producción de una empresa chilena fabricante de bolas de acero para la molienda de minerales, líder en el mercado nacional con distribución de sus productos a diferentes zonas geográficas, incluido el MERCOSUR, Norteamérica y Sudáfrica. El departamento de planificación de producción es responsable de planificar la producción y las compras de materias primas en base al análisis de los pronósticos de demanda, determinando niveles de producción por línea, uso de capacidad instalada y niveles de inventarios de productos y materias primas para cada mes del horizonte de planificación. Los diferentes productos fabricados se diferencian por sus dimensiones físicas expresadas en el diámetro de las bolas de molienda. Su paleta de productos es de trece artículos.

La empresa opera con estrategia de "make to stock", debido a que la capacidad se hace variable a lo largo del horizonte de planificación (12 meses), presentando sus clientes (mercado) una demanda relativamente estable. A su vez los productos son de uso general, esto es, todos los clientes tienen demandas de productos similares en sus respectivas faenas.

La empresa no puede variar su capacidad de producción en el corto plazo y, como consecuencia, la admisión de trabajadores temporales no implica cambios en la capacidad instalada. La empresa opera actualmente con cuatro turnos de producción, esto es, tres turnos operan las plantas en turnos de ocho horas cada uno y uno descansa, de acuerdo a un programa de rotación establecido. Esto significa que el funcionamiento de las plantas es permanente, incluyendo domingos y festivos y trae como consecuencia, que desde la perspectiva de este trabajo, la mano de obra no se considera como un factor de cambio en la capacidad productiva.

3. Modelo de Planificación

Para desarrollar el modelo de planificación agregada de producción y abastecimiento de materias primas, se consideran las previsiones de demanda de bolas de acero como dato de entrada, así como los inventarios iniciales de materias primas, y de productos, los costos variables y las tasas de producción y rendimiento de la materia prima. El modelo propuesto considera un horizonte de planificación de doce meses y las soluciones deben ser revisadas mensualmente.

Los siguientes supuestos fueron considerados en el modelo desarrollado:

- La capacidad disponible corresponde a los días de cada mes en tres turnos diarios de producción. Por razones de costo se descuenta el tiempo en el que existen restricciones en el uso de potencia eléctrica en horario de punta (modulación eléctrica), y el tiempo destinado a los mantenimientos programados que implican una parada de planta.
- Los operarios están asignados a cada línea de producción.

El modelo de planificación agregada propuesto involucra todas las variables de decisión para la planificación de la producción, las que se describen a continuación:

- Volumen de producción por diámetro de producto en cada mes del horizonte de planificación.
- Volumen de compras por diámetro de materias primas (barras de acero) en cada mes del horizonte de planificación.
- Necesidades de materias primas (barras de acero) para la producción, por diámetro de barras, en cada mes del horizonte de planificación.
- Niveles de inventario final de producto por diámetro en cada mes del horizonte de planificación.

- Niveles de inventario final de materias primas (barras) por diámetro en cada mes del horizonte de planificación.

Debido a que la programación de la producción se realiza posterior al proceso de planificación, el modelo no sugiere las secuencias en que los diferentes productos se producirán en las líneas de producción. La programación de producción, junto al proceso de determinación de los lotes de producción se considera para un trabajo futuro.

3.1. Definición de parámetros y variables de decisión

En esta sección se definen los parámetros y las variables de decisión del modelo generalizado de planificación de producción, considerando N productos, J líneas de producción, L materias primas y T períodos en el horizonte de planificación.

Se utilizan los siguientes índices (y sus variaciones) para identificar productos, líneas de producción, materias primas y períodos:

- i producto (bola de diámetro i); $i = 1, \dots, N$
- j línea de producción; $j = 1, \dots, J$
- l materia prima (barras de diámetro j); $l = 1, \dots, L$
- t periodo (mes); $t = 1, \dots, T$

Los parámetros y variables de decisión relevantes para el problema de planificación de producción se especifican a continuación, mientras que el modelo de programación lineal se presenta en la sección 3.2.

Parámetros

- c_{ij} costo de producción del diámetro i en la línea j [US\$/ton].
- h_i costo de inventario de producto de diámetro i [US\$/ton/mes].
- e_i costo (penalización) de escasez de productos del diámetro i [US\$/ton/mes].
- b_l costo de inventario de materia prima (barras) tipo l [US\$/ton/mes].
- d_{it} demanda de producto (bola) de diámetro i durante el mes t .
- p_{ij} tasa de producción de producto (bola) de diámetro i en línea j [ton/hora].
- cap_{jt} horas disponibles para producir en la línea j en el período t [horas].
- r constante de rendimiento metálico de las materias primas.
- s_{lt} suministro máximo de materia prima l en periodo t [ton].
- π_{i0} inventario inicial del producto i [ton].
- π_{iT} inventario final de producto i al final del horizonte de planificación [ton].
- α_{l0} inventario inicial de barras tipo l [ton].
- a_{il} vale 1 si producto i puede fabricarse a partir de barras tipo l , 0 en caso contrario.
- T horizonte de planificación [mes].

Variables de decisión

- x_{ijt} producción del diámetro i en la línea j en período t [ton].
 y_{lt} materia prima del tipo l a recepcionar en el periodo t [ton].
 z_{lt} necesidades de materias primas del tipo l en el periodo t [ton].
 π_{it} balance de inventario del producto i en el periodo t [ton].
 π_{it}^+ inventario físico del producto i en el periodo t [ton].
 π_{it}^- inventario faltante (escasez) del producto i en el periodo t [ton].
 α_{lt} inventario final de barras l en periodo t [ton].

3.2. Modelo de programación lineal

El objetivo del modelo es minimizar el costo de la planificación (ecuación 1) en el horizonte de planificación, expresado como el costo de fabricación (costo de conversión, es decir, costo de transformación de barras a bolas), costo de inventario de productos y su penalización por escasez, más el costo de mantener materia prima en inventario.

$$\text{mín } C_p = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J c_{ij} \cdot x_{ijt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i \cdot \pi_{it}^+ + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N e_i \cdot \pi_{it}^- + \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L b_l \cdot \alpha_{it} \quad (1)$$

$$\pi_{i,t-1} + \sum_{j=1}^J x_{ijt} - d_{it} = \pi_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\pi_{it} = \pi_{it}^+ - \pi_{it}^- \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\pi_{iT} = \frac{D_{iT}}{2} \quad i = 1, \dots, N; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ijt} \cdot \frac{1}{p_{ij}} \leq \text{cap}_{jt} \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$\alpha_{l,t-1} + y_{lt} - z_{lt} = \alpha_{lt} \quad l = 1, \dots, L; t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$y_{lt} \leq s_{lt} \quad l = 1, \dots, L; t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$z_{lt} = r \cdot \sum_{i=1}^N a_{il} \sum_{j=1}^J x_{ijt} \quad l = 1, \dots, L; t = 1, \dots, T \quad (8)$$

$$\alpha_{lT} = \sum_{t=1}^T z_{lt} / T \quad l = 1, \dots, L \quad (9)$$

$$x_{ijt}, \pi_{it}^+, \pi_{it}^-, y_{lt}, z_{lt}, \alpha_{lt} \geq 0, \quad \pi_{it} \in \mathfrak{R}, \quad (10)$$

$$i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T$$

El conjunto de restricciones del modelo son representados por las ecuaciones (2) a la (9) que en síntesis se describen de la siguiente manera: la ecuación (2) representa el balance de inventario de productos terminados; la planificación de inventario físico y escasez es descrita por la ecuación (3); y los requerimientos de inventario de productos al término del horizonte de planificación son expresados por la ecuación (4), de acuerdo a los requisitos de la política de inventarios de la empresa, equivalente a la mitad de la demanda del periodo T (último periodo).

La ecuación (5), plantea las restricciones de capacidad de producción de cada una de las líneas, de modo que la producción a fabricar relacionado con los diferentes rendimientos asociados a las posibilidades de producción que poseen los equipos no puede superar las horas disponibles de cada línea.

El balance de materias primas se expresa a través de la ecuación (6), el inventario inicial de materias primas más las adquisiciones y uso de éstas, derivado de la producción en cada periodo, es igual al inventario final de materias primas. La ecuación (7) establece los límites de adquisición de materias primas, esto es, las compras totales a realizar a cualquier proveedor de barras no puede superar la oferta de suministro de cada uno. La ecuación (8) muestra las necesidades de materias primas en función de la fabricación de cada producto. La ecuación (9) el inventario final de materia prima, la que se expresa como inventario esperado de materias primas por cada tipo en planta, igual al promedio de utilización de materia prima por periodo.

4. Resultados

Con el fin de validar el modelo, las pruebas se llevaron a cabo considerando una planta con tres líneas de producción, vale decir, el modelo se probó en una de las plantas del sistema productivo existente, la que actualmente produce 13 productos a partir de 10 tipos de materias primas, los tiempos de producción y los patrones de demanda son tomados en un caso tipo. La dimensión del problema implementado corresponde a 1020 variables continuas y 610 restricciones. El modelo se implementó en **MS Excel** TM con el uso de **Premium Solver Platform** TM.

Las pruebas simuladas para el periodo enero – diciembre, permiten verificar el comportamiento de algunas variables para el periodo planificado: niveles de producción, niveles de inventarios, uso de la capacidad instalada, oportunidades donde se genera escasez de productos y los costos asociados. Se evaluó el comportamiento del modelo para un caso basado en la demanda proyectada para el año 2009. Se analizaron los resultados del modelo desde los siguientes puntos de vista: niveles de producción, planificación de los inventarios de productos terminados y de materias primas en el horizonte de planificación, y costos de operación y de inventarios.

En la tabla (1) se presenta el resultado, donde el modelo entrega en forma agregada las tasas mensuales de producción, niveles de inventarios finales por mes, y uso de la capacidad, expresada en porcentaje de utilización de las líneas de producción, y la planificación de compra de materias primas. Se observa que se produce una escasez de producto de diámetro 1" (ver tabla (2)), esto nos muestra una característica destacable del modelo el cual prioriza la fabricación de aquellos diámetros donde se incurre en menores costos y tienen mayores velocidades de producción. Al analizar el diámetro donde se produce la escasez, se trata de un diámetro que demanda más recursos económicos y además es el diámetro que posee la menor velocidad de producción, y por ende, demanda mayor cantidad de horas en la fabricación por lote.

Periodo	Producción (ton)	Utilización (%)			Inventarios (ton)		Compra de Materias Primas (ton)
		Línea 1	Línea 2	Línea 3	Productos	Materias Primas	
Enero	11,879	100.0	100.0	100.0	1,133	13,577	25,698
Febrero	12,171	100.0	100.0	100.0	-74	13,577	12,419
Marzo	11,206	62.9	50.4	96.6	58	13,577	11,434
Abril	11,520	86.5	100.0	100.0	0	13,577	11,755
Mayo	11,772	82.3	88.0	85.8	456	13,577	12,012
Junio	13,091	100.0	100.0	100.0	2,705	13,577	13,358
Julio	12,571	100.0	100.0	100.0	1,040	13,577	12,828
Agosto	14,184	100.0	100.0	100.0	1,943	13,577	14,474
Septiembre	13,072	100.0	100.0	100.0	2,711	13,577	13,339
Octubre	15,567	100.0	100.0	100.0	4,639	13,577	15,885
Noviembre	15,409	100.0	100.0	100.0	6,691	13,577	15,723
Diciembre	17,223	100.0	100.0	100.0	12,282	13,577	17,574
Total	159,665	94.0	94.8	98.4	12,282	13,577	176,500

Tabla 1: Planificación agregada y utilización de líneas de producción.

Otra característica a destacar del modelo, surge del análisis de los saldos de producto terminado, en el cual se observa que el modelo es capaz de anticipar la producción para cumplir con la demanda. En la tabla 2 se presentan los saldos de productos para cada periodo del horizonte de planificación y donde se observa que al existir saldos con valores positivos mayores a cero en los meses anteriores a diciembre, tales cifras demuestran generación de stock.

Inventarios (ton)	Total	1.0	1.25	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.25	5.5	6.0
Inicial	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Enero	1,133	-43	0	0	0	278	0	898	0	0	0	0	0	0
Febrero	-74	-74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Marzo	58	58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Abril	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mayo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Junio	991	745	0	0	0	0	0	246	0	0	0	0	0	0
Julio	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Agosto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Septiembre	469	469	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Octubre	1,126	1,126	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Noviembre	2,111	1,334	0	0	0	0	0	777	0	0	0	0	0	0
Diciembre	6,141	451	171	324	121	350	2,508	585	170	0	1,294	0	167	0

Tabla 2: Inventarios de productos terminados.

Del análisis de los resultados de la optimización, se observó a través de la comparación de los resultados del modelo con datos reales, que el sistema es capaz de incrementar la productividad operativa en un 3.6 %, con una reducción de costos de un 5 % evaluada en términos de la función objetivo, esto debido fundamentalmente a la disminución de los inventarios a lo largo del horizonte de planificación.

A pesar de que en la Tabla 1 se muestran usos de capacidad del 100 % en algunos meses, esto se debe entender, cómo el modelo hace uso del parámetro de capacidad al resolver la instancia evaluada. Dada la existencia de costos de inventario en la función objetivo, el modelo evitará el uso de inventarios y anticipará sólo la producción estrictamente necesaria que permita satisfacer alta demanda de meses futuros, lo que puede llevar a que el modelo determine niveles de producción al límite de la capacidad en algunos meses.

En la práctica esto no necesariamente representa 100 % de uso de la capacidad instalada, sino que el uso de la capacidad traspasada al modelo como parámetro. De esta forma se puede controlar el nivel de ocupación real de la planta. Por otro lado, el modelo provee actualmente al tomador de decisión de una herramienta que le permite redistribuir, en caso necesario, la producción de manera de balancear el uso de la capacidad instalada en el tiempo.

La demanda de producto es relativamente estable en el mediano plazo (plazo considerado en el modelo), y en gran medida obedece a contratos suscritos con anterioridad, sin perjuicio de que existe variabilidad mes a mes, la que es controlada mediante sucesivas planificaciones.

5. Conclusiones

En esta investigación se aborda el problema de planificación de producción para una empresa de fabricación de medios de molienda para la minería con dos plantas productivas ubicadas en Chile, a través de un modelo de programación lineal para la solución del problema. El modelo resultó ser una herramienta útil en la administración de producción, obteniendo planes de producción factibles y que no contradicen las buenas prácticas.

Del análisis de los resultados obtenidos a partir del modelo, se observó a través de la comparación de éstos con datos reales, que el sistema es capaz de incrementar la productividad operativa en un 3.6 %, con una reducción de costos en un 5 %, esto debido fundamentalmente al mejor uso de la capacidad y de la disminución de los inventarios a lo largo del horizonte de planificación.

Dada la relativa estabilidad de la demanda, en el modelo desarrollado ésta se trata como un dato de entrada (parámetro), sin embargo, en el modelo se consideran stocks de seguridad al final del horizonte de planificación. En caso necesario, el tratamiento de la incertidumbre en la demanda puede hacerse a

través del análisis de diferentes escenarios que originan diferentes planes de producción.

El modelo se ha desarrollado con un enfoque flexible, adaptable a cambios que puedan producirse en las instalaciones (por ejemplo, incorporación de una nueva línea de producción), y a cambios de escenarios (por ejemplo, cambios en el patrón de demanda).

En esta investigación se ha asumido un comportamiento lineal en los costos de fabricación, supuesto considerado como aceptable, dada la estructura del proceso productivo y del nivel de uso de las instalaciones. En un nivel bajo de utilización de la capacidad, los costos fijos deben ser absorbidos por pocas unidades, aumentando el costo por unidad producida, mientras que ha medida que el nivel de utilización de la capacidad se incrementa, más unidades absorben el costo fijo, disminuyendo el costo por unidad producida. Otros factores como la fatiga de los trabajadores, fallas de equipos, la pérdida de precisión, y en general, una mayor dificultad en la coordinación de las operaciones, son elementos que influyen en la linealidad de los costos de fabricación, sin embargo, estos factores generalmente son tratados como factores que no afectan la linealidad de los costos de fabricación.

Debido a que la programación de la producción se realiza posterior al proceso de planificación, el modelo no sugiere las secuencias en que los diferentes productos se producirán en las líneas de producción. A partir del modelo propuesto, se recomienda continuar la desagregación en el proceso de planificación, desarrollando la programación de producción, junto a la determinación de los lotes de producción. Esto permitiría un mayor grado de integración de las operaciones.

Es posible ampliar el modelo propuesto, para integrar toda la cadena de suministro, buscando optimizar la producción de la demanda en las diferentes plantas, minimizando el costo de producción y de transporte de materias primas desde los proveedores y de productos terminados hacia los clientes.

Referencias

- [1] Aghezzaf, E.-H. Production Planning and Warehouse Management in Supply Networks with Inter-Facility Mold Transfers. *European Journal of Operational Research*, Vol. 182 (3):1122-1139, 2007.
- [2] Alborno, V., Contesse, L. Modelos de Optimización Robusta para un Problema de Planificación Agregada de la Producción bajo Incertidumbre en las Demandas. *Investigación Operativa*, Vol. 7(3): 1-15, 1999.
- [3] Chase, R., Aquilano, N., Jacobs, R. Administración de producción y operaciones - Manufactura y servicios. *Irwin/McGraw-Hill*, 8^{va} Ed. Págs. 4-19, 548-569.
- [4] Domínguez-Machuca, J., Alvarez, Ma.J., García,S., Domínguez-Machuca, M. y Ruíz,A. (1995a): Dirección de Operaciones – Aspectos Estratégicos en la Producción y los Servicios. *McGraw-Hill*, Págs. 63-90, 141-146. 1995.
- [5] Domínguez-Machuca, J., Alvarez, Ma.J., García, S., Domínguez-Machuca, M. y Ruíz, A. (1995b): Dirección de operaciones: Aspectos tácticos en la producción y los servicios. *McGraw-Hill*, Págs. 3-28, 31-54, 63-115. 1995.
- [6] Gazmuri, P., Arrate, I. Modeling and Visualization for a Production Planning Decision Support System. *International Transactions in Operational Research*, Vol. 2(3): 249-258, 1995.
- [7] Gomes da Silva, C.; Figueira, J.; Lisboa, J.; Barman, S. An interactive decision support system for an aggregate production planning model based on multiple criteria mixed integer linear programming. *Omega*, Vol. 34(2): 167-177, 2006.
- [8] Hax, A., Candea, D. Production and Inventory Management. *Prentice-Hall*. Págs. 69-101. 1984.
- [9] Heizer, J., Render, B. Dirección de la producción y operaciones: Decisiones estratégicas. *Pearson Educación*, 8^{va} Ed., Págs. 3-24, 36-61. 2007.
- [10] Heizer, J., Render, B. Dirección de la producción y operaciones: Decisiones tácticas. *Pearson Educación*, 8^{va} Ed., Págs. 109-134. 2008.
- [11] Jolayemi, J.; Olorunniwo, F. A Deterministic Model for Planning Production Quantities in a Multi-Plant, Multi-Warehouse Environment with Extensible Capacities. *International Journal of Production Economics*, Vol. 87(2): 99-113, 2004.
- [12] Nam, S., Logendran, R. Aggregate Production Planning - A Survey of Models and Methodologies. *European Journal of Operational Research*, Vol. 61(3): 255-272, 1992.

- [13] Pochet, Y., Wolsey, L.A. Production Planning by Mixed Integer Programming. *Springer*, 2006.
- [14] Tadei, R., Trubian, M., Avendaño, J. L., Della Croce, F., Menga, G. Aggregate planning and scheduling in the food industry - A case study. *European Journal of Operational Research*, Vol. 87(3): 564-573, 1995.
- [15] Takei, F., Mesquita, M. Aggregate Planning for a Large Food Manufacturer with High Seasonal Demand. *Brazilian Journal of Operations & Production Management*, Vol. 3(1): 5-20, 2006.
- [16] Timpe, C.; Kallrath, J. Optimal Planning in Large Multi-Site Production Networks. *European Journal of Operational Research*, Vol. 126(2): 422-435, 2000.
- [17] Vercellis, C. Multi-Plant Production Planning in Capacitated Self-Configuring Two-Stage Serial Systems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 119(2): 451-460, 1999.