

## DEFINICIÓN DE PROYECTO

**Un proyecto es un conjunto de acciones**

- No repetitivas
- Únicas
- De duración determinada
- Formalmente organizadas
- Que utilizan recursos

Podremos considerar un proyecto, a efectos de aplicarle los métodos de la gestión de proyectos, a cualquier actividad que podamos dividir en tareas que no sean cíclicas, que puedan caracterizarse con precisión y cuyas relaciones entre ellas sean conocidas.

## GESTIÓN DE PROYECTOS

**La gestión de proyectos es la rama de la ciencia de la administración que trata de la planificación y el control de proyectos.**

- PLANIFICACIÓN: Planear la ejecución de un proyecto antes de su inicio.
- CONTROL Y SEGUIMIENTO: Medir el progreso del proyecto.

*"La planificación consiste en determinar **qué se debe hacer cómo debe hacerse, quién es el responsable de que se haga y por qué.**"*

American Management Association

## FASES EN LA GESTIÓN DE PROYECTOS

**La coordinación de un proyecto requiere la coordinación en el tiempo de equipos, proveedores, personas, tareas y dinero. Para realizar estas tareas, un proyecto se puede dividir en las siguientes fases:**

- **Fase de creación y planificación del proyecto**
- **Fase de seguimiento y control del proyecto**
- **Fase de comunicación del proyecto**

Las fases de planificación y control tienen lugar en etapas distintas de la vida del proyecto, mientras que la comunicación tiene lugar durante toda la vida del proyecto.

## CREACIÓN Y PLANIFICACIÓN

### Procesos en la planificación del proyecto:

- **Especificaciones del proyecto**
- **Definición del calendario del proyecto**
- **Definición del esquema del proyecto**
- **Determinación de las características de cada actividad**
- **Localización de hitos o puntos claves de control**
- **Búsqueda de dependencias entre actividades**
- **Determinación de los recursos que participarán en el proyecto**
- **Revisión y análisis crítico del proyecto**

Seleccione cualquiera de los puntos anteriores para obtener más información

## CREACIÓN Y PLANIFICACIÓN

### Especificaciones del proyecto:

- Descripción y objetivos del proyecto
- Fecha de finalización
- Productos que se obtendrán con el proyecto
- **Recursos** que se utilizarán

Una correcta y detallada definición del proyecto es imprescindible para una correcta planificación. Si existen imprecisiones en la definición del proyecto, éstas se reflejarán en la planificación, que dejará de tener utilidad como herramienta para una adecuada gestión del proyecto.

### Definición del calendario del proyecto

- Horarios y turnos de trabajo
- Días festivos
- Períodos vacacionales

Es imprescindible asegurarse de que el número de horas disponibles entre la fecha de inicio y final de proyecto es igual al número de horas necesario para realizar el proyecto.

## CREACIÓN Y PLANIFICACIÓN

### Definición del esquema del proyecto - Análisis descendente

- División del proyecto en fases
- División de las fases en actividades
- División reiterada de las actividades hasta llegar a las **actividades elementales**

El final del proceso de división de las actividades en actividades elementales vendrá determinado por el grado de control que se vaya a tener sobre cada actividad durante la gestión del proyecto. Por ejemplo, si una actividad se subcontrata no tiene sentido dividirla en actividades menores, ya que el subcontratista será el responsable de la gestión de esa parte del proyecto.

## CREACIÓN Y PLANIFICACIÓN

### Determinación de las características de cada actividad

- Definición de las características de cada actividad
- Cálculo del número de horas necesarias para llevarla a cabo. Se pueden utilizar dos estrategias:
  - Calcular el número de horas por unidad de recurso. En tal caso, la duración de la tarea se determinará cuando se le asignen los recursos que la llevan a cabo.
  - Calcular el número de horas teniendo en cuenta qué recursos se utilizarán. Si se modifican los recursos asignados, es necesario recalcular la duración.
- Determinación de fechas específicas que puedan afectar a la actividad
- Determinación de cómo se verá afectada la actividad por la existencia de festivos, la asignación de recursos adicionales o la realización de horas extraordinarias.

Es conveniente documentar todas las características de cada una de las actividades. Esto permite, frente a imprevistos durante la realización del proyecto, replanificar rápidamente, reduciendo las posibilidades de cometer errores en el proceso.

## Localización de hitos o puntos claves de control

- Los hitos se utilizan como marcadores o puntos de control. Indican fechas o puntos dentro del proyecto que se han de tener en especial consideración.
- Un hito es una actividad de duración nula (0 horas)

## Búsqueda de dependencias entre actividades

- Para cada actividad, se debe determinar si su realización depende del inicio o la finalización de otras actividades.
- Se pueden establecer tres tipos de dependencias.
  - Fin - Inicio (FI): el inicio de la actividad dependiente está ligado a la finalización de la precedente
  - Inicio - Inicio (II): el inicio de la actividad dependiente está ligado al inicio de la precedente
  - Fin - Fin (FF): para poder completar la actividad dependiente se debe finalizar la precedente
- Determinación de retardos en las dependencias. Por ejemplo, para una relación FI, existirá un **retardo positivo** si la actividad dependiente debe iniciarse un tiempo después de haber finalizado la precedente, y un **retardo negativo** si la actividad dependiente puede iniciarse un cierto tiempo antes de que finalice la precedente.

Es necesario explicitar **todas** las dependencias, y no sólo las más restrictivas. La obtención de una planificación fiable depende, en buena medida, de una correcta determinación de las dependencias entre actividades.

## Determinación de los recursos que participarán en el proyecto

- Definición del calendario de disponibilidad de cada recurso
- Asignación de recursos a cada tarea

Consideraremos un recurso a toda persona, empresa, instrumento o material necesario para llevar a cabo una actividad.

## Revisión y análisis crítico del proyecto

- Resolución de **conflictos de programación**
- Resolución de **conflictos de recurso**
- Verificación de plazos con proveedores y subcontratistas
- Verificación de plazos con departamentos implicados
- Análisis crítico: búsqueda de posibilidades de optimización

Al terminar esta fase se dispondrá de la planificación que servirá de referencia para el desarrollo del proyecto.

## Actividad elemental

Actividad que no puede descomponerse en actividades menores. También se puede aplicar a una actividad cuya descomposición no aportará nada a la gestión del proyecto (por ejemplo, actividades subcontratadas).

## Conflictos de programación

Consiste en la imposibilidad de cumplir una fecha de obligado cumplimiento con la planificación creada.

## Conflictos de recurso

Consiste en la asignación a un recurso de más actividades de las que puede realizar con las horas de que dispone.

## Predecesora

Una tarea  $i$  es predecesora de una tarea  $j$ , cuando la realización de la tarea  $j$  está directamente condicionada por la ejecución de la tarea  $i$ .

## Sucesora

Una tarea  $j$  es sucesora de una tarea  $i$ , cuando la realización de la tarea  $j$  está directamente condicionada por la ejecución de la tarea  $i$ .

## Recursos

Personas, empresas, máquinas, herramientas, materiales o dinero necesarios para llevar a cabo las actividades de un proyecto.

# SEGUIMIENTO Y CONTROL

**El seguimiento persigue que el proyecto se ajuste a la planificación inicial. Requiere:**

- **Creación de un plan de referencia**
- **Recolección de datos reales**
- **Análisis del seguimiento del plan original**

## Creación de un plan de referencia

- Es la planificación del proyecto que se considera definitiva antes de empezar a ejecutar el proyecto
- Se utiliza para comparar la evolución del proyecto real con la evolución que se esperaba

Si el proyecto se aleja mucho del plan de referencia, llega un momento en que es necesario crear un nuevo plan de referencia, más próximo a la realidad del proyecto.

## Recolección de datos reales

- Determinación de la periodicidad del seguimiento. Podrá ser diario, semanal, quincenal o mensual, en función de la duración y naturaleza de las actividades.
  - Distintas actividades pueden requerir una periodicidad del seguimiento diferente
- Determinación de la información a recoger para cada actividad. La más habitual es:
  - Fecha de inicio y finalización real
  - Tiempo que falta para completar las actividades iniciadas
  - Recursos utilizados y gastos reales

Es importante que la información recogida sea fiable y verificable, para asegurar el control del proyecto.

### **Análisis del seguimiento del plan original**

- Realimentación de la programación con valores reales para obtener una planificación que incorpore el estado real del proyecto
- Comprobación de la utilización de los recursos. La existencia de desviaciones puede revelar una **subestimación** de las necesidades reales de recursos del proyecto y requerir el recálculo del proyecto para obtener un nuevo presupuesto más ajustado a la realidad.
- Comparación de la planificación basada en valores reales con el plan original
- Determinación de los ajustes a realizar para corregir las desviaciones en la programación y en los recursos

Si el proyecto se aleja mucho del plan de referencia, llega un momento en que es necesario crear un nuevo plan de referencia, más próximo a la realidad del proyecto.

## **COMUNICACIÓN**

**El objetivo de la comunicación es mantener informados a todos los participantes de la evolución del proyecto, así como intercambiar información y opiniones sobre su marcha. La comunicación se realiza mediante informes, cuyo contenido dependerá de a quién van dirigidos:**

- **Informes para la dirección**
- **Informes para el responsable del proyecto**
- **Informes para los recursos**
- **Informes para el cliente**

### **Información presente en los informes para la dirección**

- Productos y resultados principales obtenidos en el curso del proyecto
- Puntos de control definidos
- Recursos necesarios para una correcta ejecución del proyecto
- Coste del proyecto

## **Información presente en los informes para el responsable del proyecto**

- Organización del trabajo
- Flujo de trabajo e información
- Fecha de inicio de cada actividad
- Recursos implicados en cada actividad del proyecto

## **Información presente en los informes para los recursos**

- Actividades asignadas a cada recurso
- Fecha en que cada recurso debe empezar a trabajar en cada actividad
- Impacto que tiene el trabajo de cada recurso en el proyecto en general

## **Información presente en los informes para el cliente**

- Situación real del proyecto
- Desviaciones respecto a la planificación o el coste previstos

# **ANÁLISIS CUANTITATIVO DE TIEMPOS**

- **Introducción a los métodos de cálculo**
- **Conceptos y definiciones**
- **Métodos de cálculo**

**Para poder realizar correctamente la planificación, el análisis y el seguimiento del proyecto, es imprescindible conocer:**

- Duración del proyecto.
- Fechas de inicio y final de cada una de las actividades.
- Qué consecuencias tendrá sobre el proyecto el retraso de una actividad (margen libre y total).

Esta información se obtiene a partir de las duraciones de las tareas y las relaciones de dependencia que existen entre ellas, pero los cálculos a realizar no son triviales ni inmediatos. Todos los métodos manuales de cálculo de proyectos que veremos se apoyan en la realización de algún tipo de gráfico.

## CONCEPTOS Y DEFINICIONES

El análisis cuantitativo (o sea, el cálculo) de un proyecto, exige determinar una serie de valores. Estos valores nos proporcionarán una imagen detallada del proyecto y serán de gran ayuda para mejorar la planificación y facilitar el control del mismo. A continuación se detallan los valores que se han de calcular, junto a una serie de conceptos que nos ayudarán a comprender su significado e importancia.

- Duración del proyecto
- Camino
- Inicio mínimo
- Fin mínimo
- Inicio máximo
- Fin máximo
- Margen libre
- Margen total
- Camino crítico

## CONCEPTOS Y DEFINICIONES - DURACIÓN

La duración del proyecto es el número de unidades de tiempo (horas, días, semanas, meses...) necesarias para llevar a cabo el proyecto.

- La duración del proyecto depende de la duración de cada una de las tareas y de las relaciones de dependencia que existan entre ellas.
- Dada una fecha de inicio, la duración del proyecto **NO** nos proporciona directamente la fecha de finalización del proyecto. Para conocer la fecha de finalización es necesario utilizar el calendario del proyecto y el de cada uno de los recursos que participan.

**Consideremos, por ejemplo, un proyecto de las siguientes características:**

- Una duración de tres días.
- Los recursos humanos que intervienen no trabajan los fines de semana.

Según los calendarios mostrados más abajo, si el proyecto se inicia el miércoles 9, la fecha de finalización será el viernes 11, o sea, el proyecto se ejecutará en tres días. Sin embargo, si el proyecto se inicia el jueves 10, el día de finalización será el lunes 14, ya que no se dispondrá de recursos para trabajar en el proyecto los días 12 y 13, por lo que la ejecución del proyecto requerirá, *en términos de calendario*, cinco días.

Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

**Los caminos del proyecto son todas y cada una de las secuencias de tareas vinculadas entre sí por relaciones de dependencia.**

Supongamos un proyecto formado por cinco tareas, identificadas mediante las letras A y F, y que presentan las relaciones de dependencia Fin-Inicio indicadas en la tabla de la derecha. La primera columna contiene las tareas del proyecto y la segunda sus **predecesoras**, o sea, las tareas de cuya finalización depende el que puedan iniciarse. Un guión (-) indica que esa tarea no depende de ninguna otra.

Tarea	Predec.
A	-
B	-
C	A
D	B
E	C, D
F	A

Los caminos de este proyecto serían:

- A - C - E
- A - F
- B - D - E

**En relación al ejemplo anterior, obsérvese que:**

- El proyecto se iniciará cuando se inicie la primera de las tareas que no dependen de otras tareas (A o B).
- El proyecto finalizará cuando termine la última de las tareas que no tienen tareas dependientes (E o F).
- Una misma tarea puede pertenecer a más de un camino del proyecto (A y E).
- Puede haber caminos compuestos por sólo una tarea (en este caso no hay ninguno).
- La duración del proyecto corresponde a la duración del camino más largo. En este caso no podemos determinarlo ya que no conocemos las duraciones de las tareas.

## INICIO MÍNIMO

Es el tiempo mínimo que tiene que pasar desde el inicio del proyecto para poder empezar una determinada tarea, en el caso de que no se hayan producido retrasos en las tareas de las que depende. O sea, es lo más pronto que puede iniciarse una tarea.

- Cuando se calcula el inicio mínimo de una tarea se obtiene un valor numérico expresado en las unidades de tiempo del proyecto. Para poder convertir ese valor en una fecha es necesario utilizar el calendario del proyecto.
- Para poder reducir el inicio mínimo de una tarea es necesario reducir la duración de una o más tareas (dependerá de la estructura del proyecto) **predecesoras** de la tarea considerada.
- El inicio mínimo de una tarea viene determinado por el **mayor fin mínimo de sus predecesoras**.

Si las tareas  $j$  son **predecesoras** de la tarea  $i$ , entonces:

$$im_i = \text{Max}(fm_j)$$

### Actividad elemental

Actividad que no puede descomponerse en actividades menores. También se puede aplicar a una actividad cuya descomposición no aportará nada a la gestión del proyecto (por ejemplo, actividades subcontratadas).

### Conflictos de programación

Consiste en la imposibilidad de cumplir una fecha de obligado cumplimiento con la planificación creada.

### Conflictos de recurso

Consiste en la asignación a un recurso de más actividades de las que puede realizar con las horas de que dispone.

### Predecesora

Una tarea  $i$  es predecesora de una tarea  $j$ , cuando la realización de la tarea  $j$  está directamente condicionada por la ejecución de la tarea  $i$ .

## Sucesora

Una tarea  $j$  es sucesora de una tarea  $i$ , cuando la realización de la tarea  $j$  está directamente condicionada por la ejecución de la tarea  $i$ .

## Recursos

Personas, empresas, máquinas, herramientas, materiales o dinero necesarios para llevar a cabo las actividades de un proyecto.

## FIN MÍNIMO

**Es el tiempo mínimo que tiene que pasar desde el inicio del proyecto para poder finalizar una determinada tarea, en el caso de que no se hayan producido retrasos en la misma ni en las tareas de las que depende. O sea, es lo más pronto que puede finalizarse una tarea.**

- Cuando se calcula el fin mínimo de una tarea se obtiene un valor numérico expresado en las unidades de tiempo del proyecto. Para poder convertir ese valor en una fecha es necesario utilizar el calendario del proyecto.
- Conocido el inicio mínimo de una tarea y su duración, **el fin mínimo se calcula sumando la duración al inicio mínimo.**

Sea  $im_i$  el inicio mínimo de la tarea  $i$ , y  $d_i$  su duración. El fin mínimo ( $fm_i$ ) viene dado por:

$$fm_i = im_i + d_i$$

## INICIO MÁXIMO

**Es el tiempo que, como máximo, puede pasar desde el inicio del proyecto hasta el inicio de una tarea sin que se produzca un incremento en la duración del proyecto. O sea, es lo más tarde que puede iniciarse una tarea.**

- Cuando se calcula el inicio máximo de una tarea se obtiene un valor numérico expresado en las unidades de tiempo del proyecto. Para poder convertir ese valor en una fecha es necesario utilizar el calendario del proyecto.
- Conocido el fin máximo de una tarea y su duración, **el inicio máximo se calcula restando la duración al fin máximo.**
-

Sea  $FM_i$  el fin máximo de la tarea  $i$ , y  $d_i$  su duración. El inicio máximo ( $IM_i$ ) viene dado por:

$$IM_i = FM_i - d_i$$

## FIN MÁXIMO

**Es el tiempo que, como máximo, puede pasar desde el inicio del proyecto hasta la finalización de una tarea sin que se produzca un incremento en la duración del proyecto. O sea, es lo más tarde que puede finalizar una tarea.**

- Cuando se calcula el fin máximo de una tarea se obtiene un valor numérico expresado en las unidades de tiempo del proyecto. Para poder convertir ese valor en una fecha es necesario utilizar el calendario del proyecto.
- Si una tarea finaliza después de su fin máximo, aunque las tareas **sucesoras** de la misma se ejecuten sin retrasos, la finalización del proyecto sufrirá un retraso.
- El fin máximo de una tarea viene determinado por el **menor inicio máximo de sus sucesoras**.

Si las tareas  $j$  son **sucesoras de la tarea  $i$** , entonces:

$$FM_i = \text{Min}(IM_j)$$

## MARGEN LIBRE

**Es el margen de retraso del que dispone una tarea (o sea, lo que puede retrasarse su inicio o finalización) sin que afecte a los inicios mínimos de las tareas sucesoras.**

- El margen libre de una tarea puede calcularse como la **diferencia entre el menor inicio mínimo de sus sucesoras y su fin mínimo**.

Si las tareas  $j$  son **sucesoras** de la tarea  $i$ , entonces:

$$M_{Li} = \text{Min}(im_j) - fm_i$$

## CAMINO CRÍTICO

**Un camino crítico es un camino (secuencia de tareas) en el que todas sus tareas tienen margen total igual a cero.**

- Todo proyecto tiene, como mínimo, un camino crítico que, además, es el de mayor duración del proyecto.
- Las tareas del camino crítico (denominadas críticas), no pueden sufrir retrasos sin que, a su vez, los sufra el proyecto.

Es importante determinar el camino crítico de un proyecto, ya que nos indicará las tareas que deben vigilarse especialmente durante su ejecución para evitar retrasos. Un retraso en una tarea del camino crítico dará lugar, si no se reduce la duración de otras tareas críticas, a un retraso en el proyecto.

## MÉTODOS DE CÁLCULO

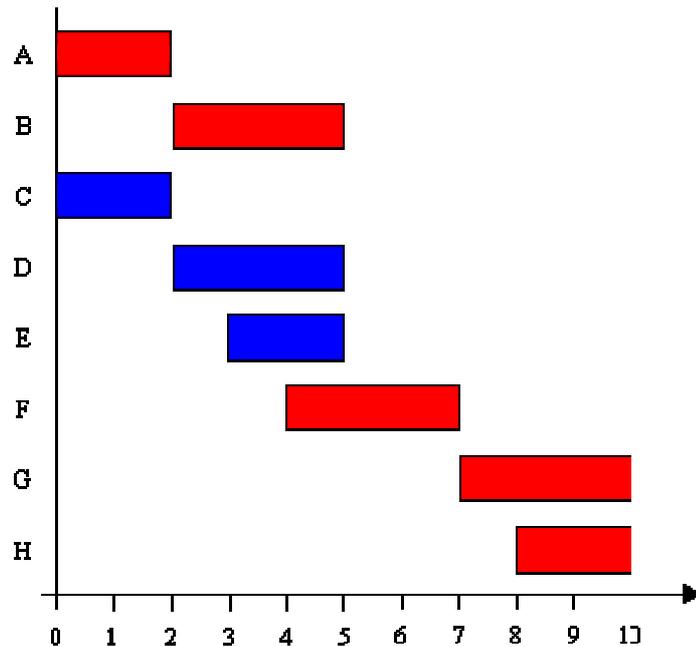
**Existen varios métodos de cálculo de proyectos, normalmente basados en gráficos, de los cuales veremos los tres principales: los diagramas Gantt, Pert y Roy. También estudiaremos un método gráfico que nos permite integrar los recursos en el cálculo del proyecto, la nivelación de recursos.**

- **Diagrama de Gantt**
- **Diagrama Pert**

## CARACTERÍSTICAS

- Cada actividad se representa mediante un bloque rectangular cuya longitud indica su duración; la altura carece de significado.
- La posición de cada bloque en el diagrama indica los instantes de inicio y finalización de las tareas a que corresponden.
- Los bloques correspondientes a tareas del camino crítico acostumbran a rellenarse en otro color (en el caso del ejemplo, en rojo).

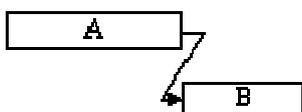
Tarea	Predec.	Duración
A	-	2
B	A	3
C	-	2
D	C	3
E	$D_{II+1}$	2
F	$B_{FI-1}$	3
G	D, E, F	3
H	$G_{FF}$	2



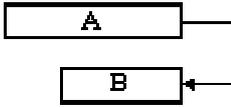
## MÉTODO CONSTRUCTIVO

Para construir un diagrama de Gantt se han de seguir los siguientes pasos

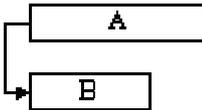
- Dibujar los ejes horizontal y vertical.
- Escribir los nombres de las tareas sobre el eje vertical.
- En primer lugar se dibujan los bloques correspondientes a las tareas que no tienen **predecesoras**. Se sitúan de manera que el lado izquierdo de los bloques coincida con el instante cero del proyecto (su inicio).
- A continuación, se dibujan los bloques correspondientes a las tareas que sólo dependen de las tareas ya introducidas en el diagrama. Se repite este punto hasta haber dibujado todas las tareas. En este proceso se han de tener en cuenta las consideraciones siguientes:
- Las dependencias fin-inicio se representan alineando el final del bloque de la tarea predecesora con el inicio del bloque de la tarea dependiente.



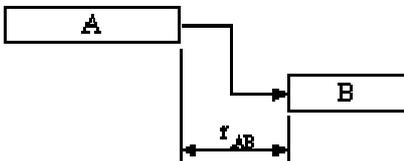
- Las dependencias final-final se representan alineando los finales de los bloques de las tareas predecesora y dependiente.



- Las dependencias inicio-inicio se representan alineando los inicios de los bloques de las tareas predecesora y dependiente.



- Los retardos se representan desplazando la tarea dependiente hacia la derecha en el caso de retardos positivos y hacia la izquierda en el caso de retardos negativos.



## CÁLCULOS

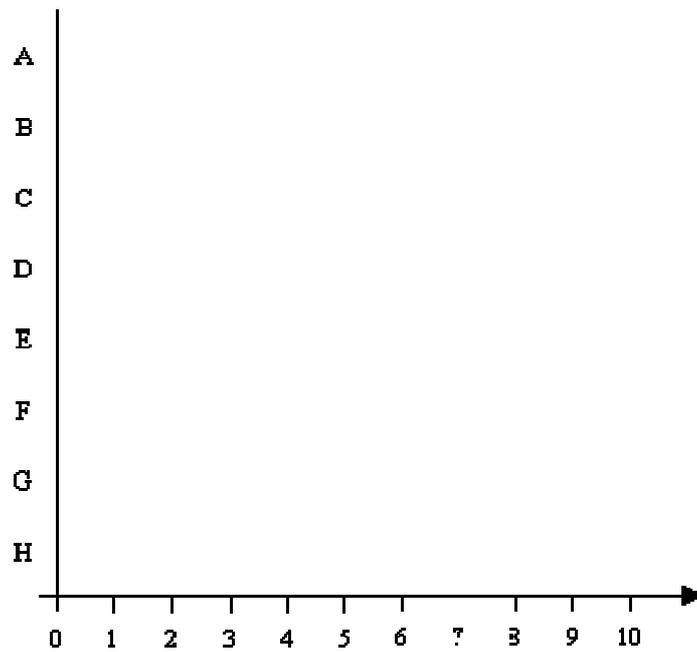
**El diagrama de Gantt es un diagrama representativo, que permite visualizar fácilmente la distribución temporal del proyecto, pero es poco adecuado para la realización de cálculos.**

Por la forma en que se construye, muestra directamente los inicios y finales mínimos de cada tarea.

## EJEMPLO

### Construcción

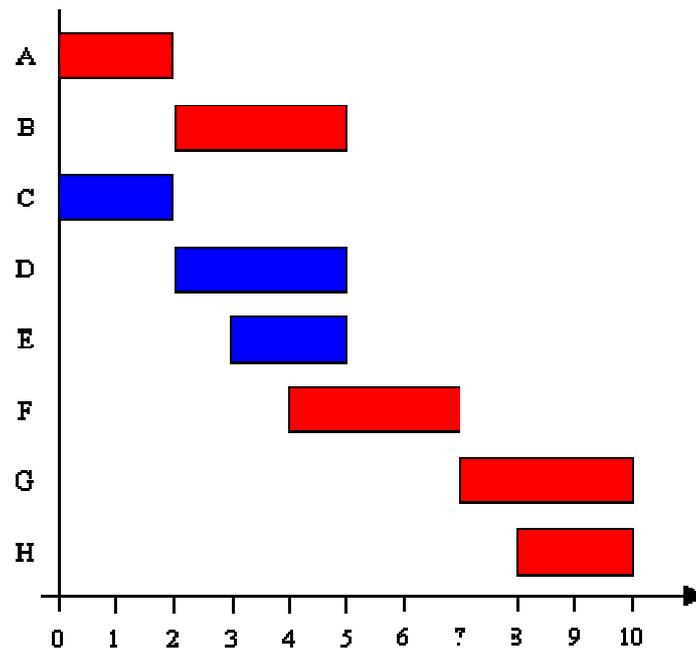
El primer paso en la creación de un diagrama de Gantt es dibujar el eje de tiempos, horizontal, y el eje de tareas, vertical. En el primero se representa la escala de tiempos del proyecto y en el segundo se disponen los nombres de las tareas.



## EJEMPLO

### Construcción

Finalmente, una vez realizados los cálculos del proyecto utilizando un sistema adecuado, como el diagrama PERT o el Roy, resulta conveniente destacar con un color distinto las tareas con margen total 0, para poder identificar con facilidad los caminos críticos.



## DIAGRAMA PERT

El diagrama PERT es una representación gráfica de las relaciones entre las tareas del proyecto que permite calcular los tiempos del proyecto de forma sencilla.

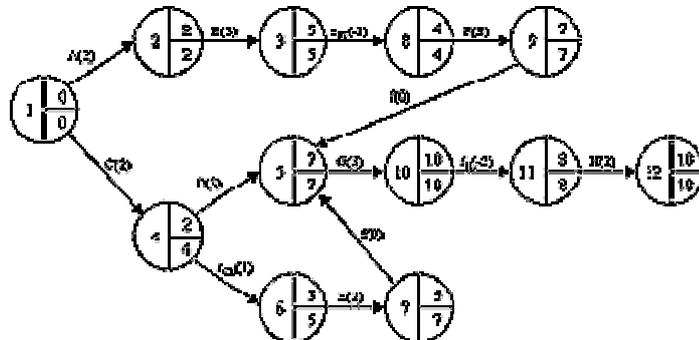
- **Características**
- **Método constructivo**
- **Cálculos**
- **Ejemplo**

## CARACTERÍSTICAS

- Es un grafo, o sea, un conjunto de puntos (nodos) unidos por flechas.
- Representa las relaciones entre las tareas del proyecto, no su distribución temporal.
- Las flechas del grafo corresponden a las tareas del proyecto.
- Los nodos del grafo, representado por círculos o rectángulos, corresponden a instantes del proyecto. Cada nodo puede representar hasta dos instantes distintos, el inicio mínimo de las tareas que parten del nodo y el final máximo de las tareas que llegan al mismo.

- Es una herramienta de cálculo, y una representación visual de las dependencias entre las tareas del proyecto.

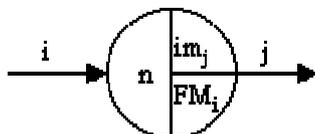
Tarea	Predec.	Duración
A	-	2
B	A	3
C	-	2
D	C	3
E	$D_{II+1}$	2
F	$B_{FI-1}$	3
G	D, E, F	3
H	$G_{FF}$	2



## MÉTODO CONSTRUCTIVO

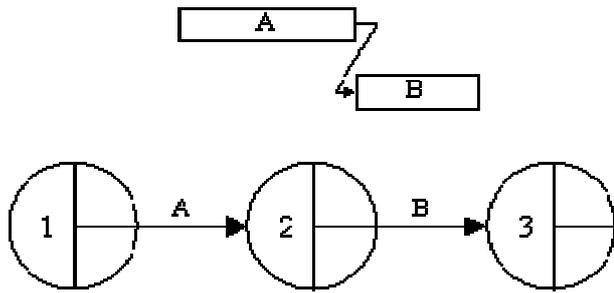
**Para construir un diagrama PERT se han de tener en cuenta las siguientes reglas**

- Los nodos representan instantes del proyecto. Cada nodo representa el inicio mínimo (im) de las tareas que tienen origen en dicho nodo y el final máximo (FM) de las tareas que llegan al mismo.

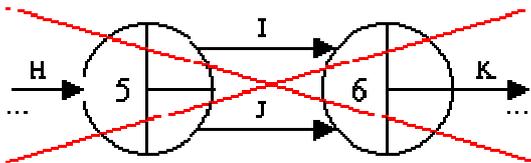


- Sólo puede haber un nodo inicial y un nodo final. O sea, sólo puede haber un nodo al que no llegue ninguna flecha (nodo inicial) y sólo puede haber un nodo del que no salga ninguna flecha (nodo final).
- La numeración de los nodos es arbitraria, si bien se reservan el número menor (generalmente el 0 o el 1) para el nodo inicial y el mayor para el nodo final.
- Las flechas representan tareas y se dibujan de manera que representen las relaciones de dependencia entre las tareas. Los recorridos posibles a través del diagrama desde el nodo inicial al nodo final, siguiendo el sentido de las flechas, deben corresponder con las secuencias en que deben realizarse las distintas tareas, o

sea, los caminos del proyecto.



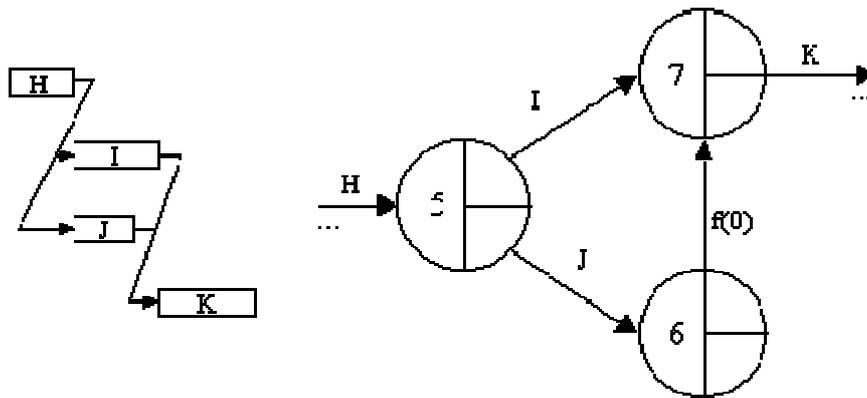
- No puede haber dos nodos unidos por más de una flecha.



- Se pueden introducir tareas ficticias, de duración 0, para evitar construcciones ilegales o representar dependencias entre tareas, como en los ejemplos siguientes.

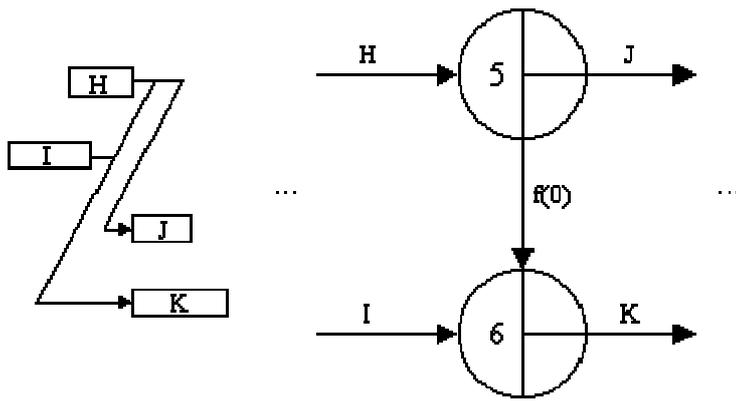
**Ejemplo 1:**

Las tareas **I** y **J** dependen de la tarea **H**, mientras que la tarea **K** depende, a su vez, de **I** y **J**; la representación más inmediata sería la mostrada en el gráfico anterior, que no está permitida, siendo la correcta:



**Ejemplo 2:**

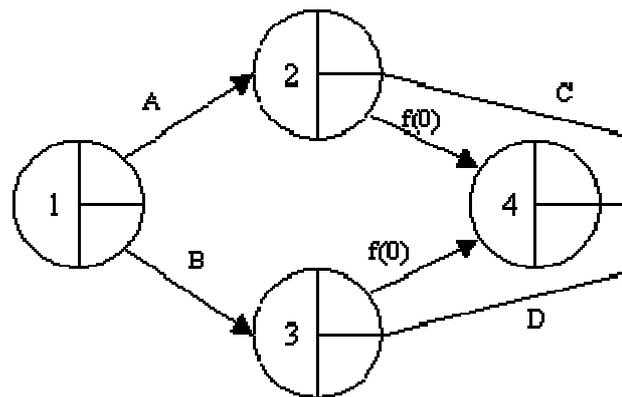
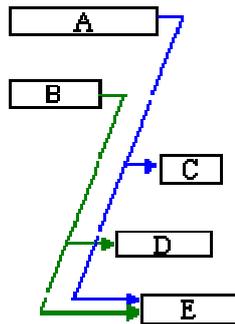
La tarea **J** depende de **H** y la tarea **K** depende de **H** e **I**. Siguiendo las flechas, puede comprobarse que el gráfico propuesto define los caminos H-J y H-K e I-K.



**Ejemplo 3:**

En el proyecto con las relaciones de dependencia establecidas en la siguiente tabla, es necesario utilizar dos tareas ficticias para representar la relación de dependencia de la tarea E, ya que sería imposible hacerlo de otro modo sin vincularla también a las tareas C o D.

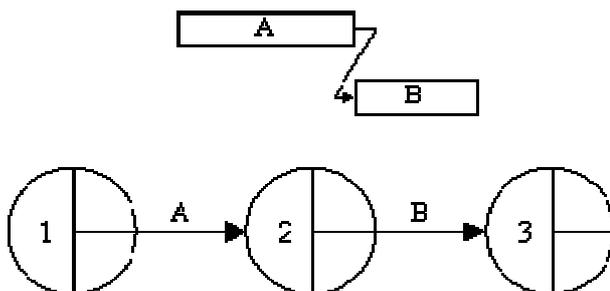
Tarea	Prede
a	c.
A	-
B	-
C	A
D	B
E	A, B



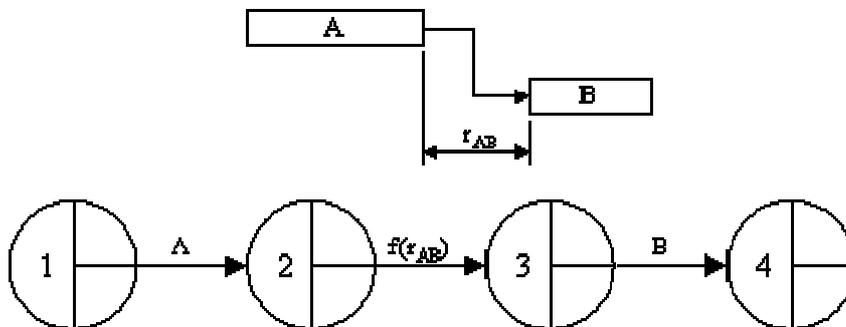
**Nota:** En azul las dependencias de A y en verde las de B.

**Veremos, a continuación, la representación de las relaciones básicas de dependencia:**

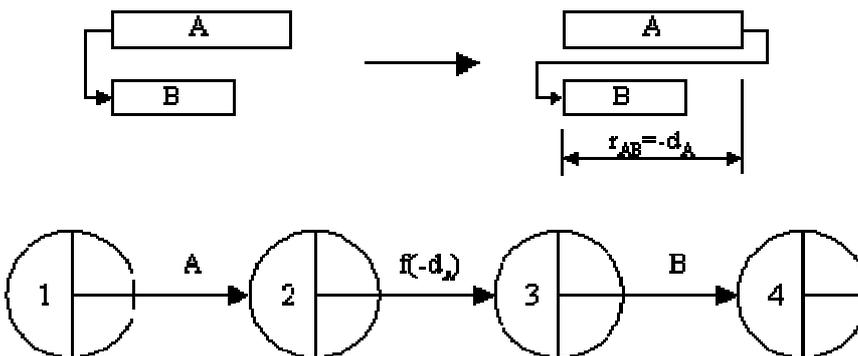
- Relación Fin-Inicio (FI).



- Relación Fin-Inicio (FI) con retardo. El retardo se representa como una tarea ficticia de duración igual al retardo; si el retardo es negativo, se ha de indicar su signo y tenerlo en cuenta al realizar los cálculos.

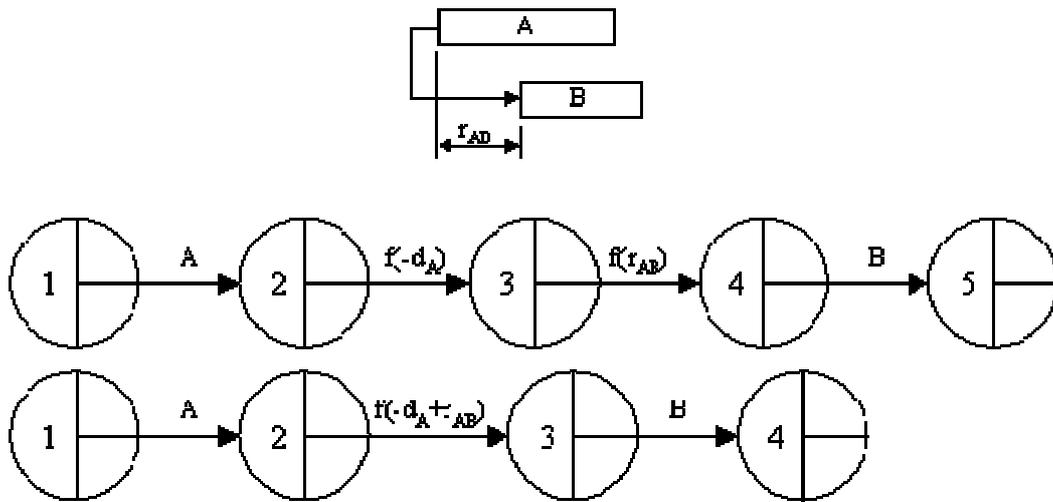


- Relación Inicio-Inicio (II). Para su representación en el diagrama se sustituye la relación II por una relación equivalente a efectos de cálculo: una relación Fin-Inicio con un retardo negativo igual a la duración de la tarea **predecesora**.

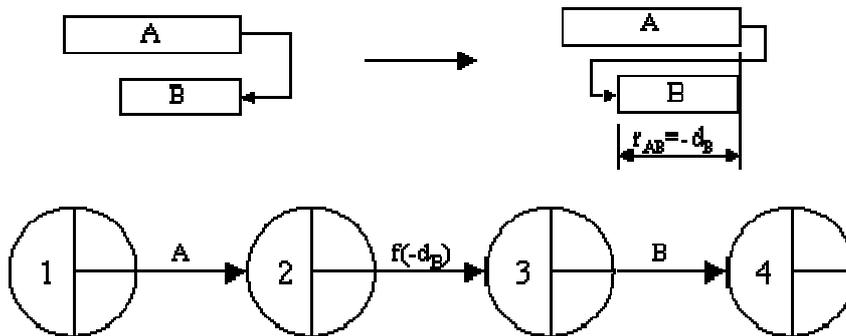


- Relación Inicio-Inicio (II) con retardo. Se introduce una tarea ficticia adicional con la duración del retardo, como en el caso Fin-Inicio. Si se desea, se pueden sumar (teniendo en cuenta sus signos) las duraciones de las tareas ficticias correspondientes

al tipo de relación y al retardo y representarlas mediante una única tarea ficticia.

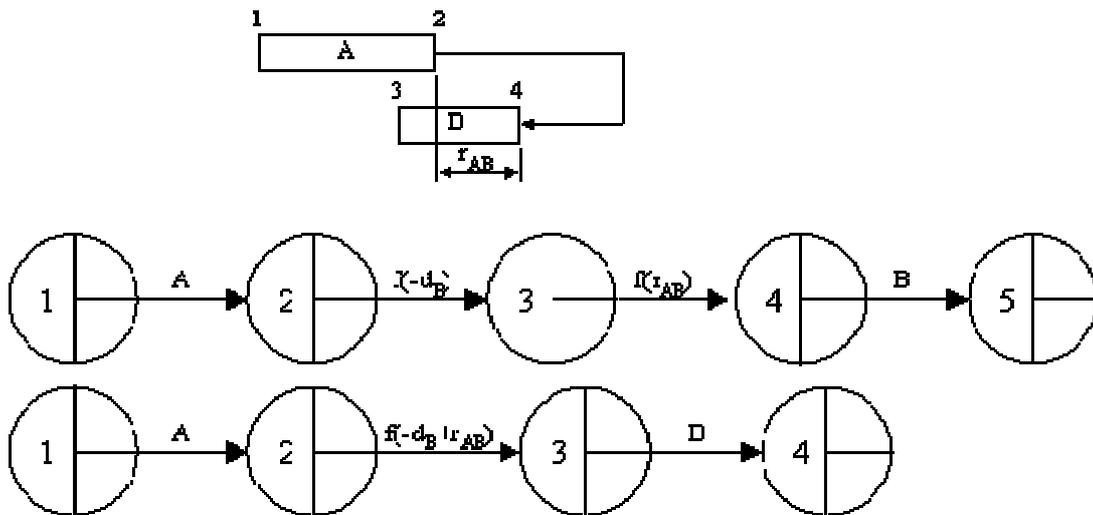


- Relación Fin-Fin (FF). Para su representación en el diagrama se sustituye la relación FF por una relación equivalente a efectos de cálculo: una relación Fin-Inicio con un retardo negativo igual a la duración de la tarea **sucesora**.



- Relación Fin-Fin (FF) con retardo. Se introduce una tarea ficticia adicional con la duración del retardo, como en el caso Fin-Inicio. Si se desea, se pueden sumar (teniendo en cuenta sus signos) las duraciones de las tareas ficticias correspondientes

al tipo de relación y al retardo y representarlas mediante una única tarea ficticia.

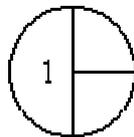


Para seguir paso a paso la construcción de un diagrama PERT, consulte el [ejemplo](#)

## EJEMPLO

### Construcción

El primer paso en la creación de un diagrama PERT es dibujar el nodo que representa el inicio del proyecto, que se numera como 1.



## EJEMPLO

### Cálculos

Finalmente, completaremos la tabla del proyecto, en la que especificaremos los valores obtenidos (inicios mínimos y finales máximos) y calcularemos:

- El **fin mínimo** de cada tarea, a partir de su inicio mínimo y su duración:

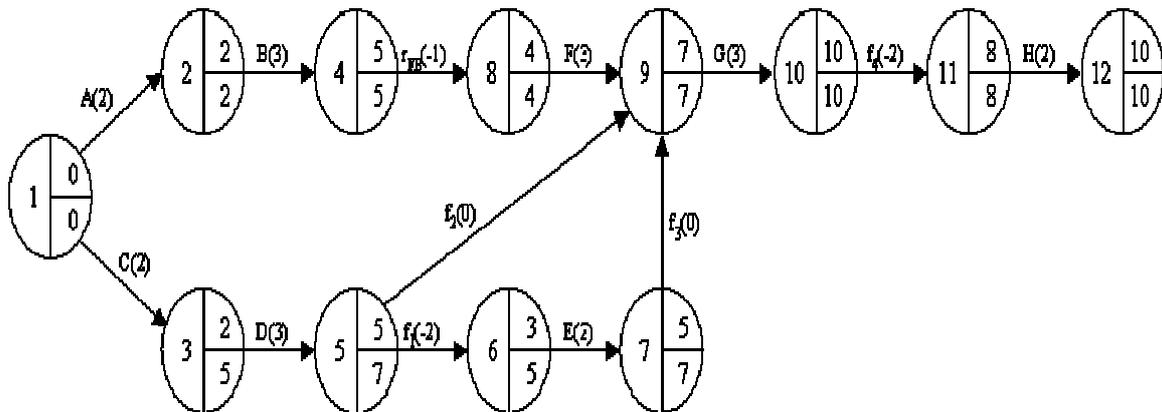
$$fm_i = im_i + d_i$$

- El **inicio máximo** de cada tarea, a partir de su fin máximo y su duración:

$$IM_i = FM_i - d_i$$

- El **margen total** de cada tarea:  $M_i = IM_i - im_i$  o bien,  $M_i = FM_i - fm_i$

Las tareas que tengan margen 0 serán las que constituirán el (los) camino(s) crítico(s) del proyecto.

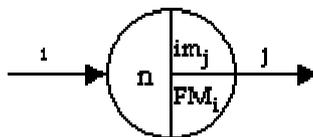


Tarea	Predec.	Duración	im	fm	IM	FM	M <sub>T</sub>
A	-	2	0	2	0	2	0
B	A	3	2	5	2	5	0
C	-	2	0	2	3	5	3
D	C	3	2	5	4	7	2
E	D <sub>II+1</sub>	2	3	5	5	7	2
F	B <sub>FI-1</sub>	3	4	7	4	7	0
G	D, E, F	3	7	10	7	10	0
H	G <sub>FF</sub>	2	8	10	8	10	0

## CÁLCULOS

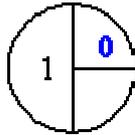
### Cálculos

El diagrama PERT permite calcular los inicios mínimos y los finales máximos de todas las tareas del proyecto. En cada nodo obtendremos el inicio mínimo de todas las tareas que tengan origen en ese nodo y el final máximo de todas las tareas que lleguen a él. En todas las ilustraciones y ejemplos de este curso situaremos los inicios mínimos en la parte superior del nodo y los finales máximos en la parte inferior.



En primer lugar se calculan todos los inicios mínimos del proyecto; para ello:

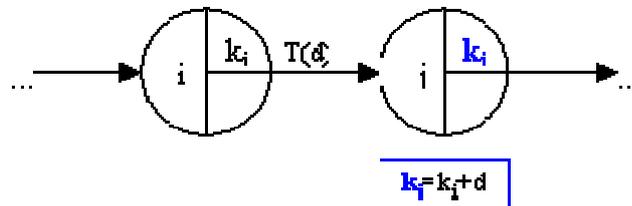
- Por definición, el inicio mínimo de un proyecto es el instante cero de ese proyecto. por lo tanto, **se ha de poner un cero en la parte superior del primer nodo.**



- Si al inicio mínimo ( $im$ ) de una tarea  $T_i$  le sumamos la duración de la misma, obtendremos el final mínimo ( $fm$ ) de dicha tarea:  $fm_i = im_i + d_i$ . Si la tarea  $T_j$  depende sólo de la tarea  $T_i$  con una relación fin-inicio,  $T_j$  sólo podrá iniciarse una vez que la tarea precedente ( $T_i$ ) haya terminado. O sea, el inicio mínimo de  $T_j$  será igual al fin mínimo de  $T_i$ :

$$im_j = fm_i = im_i + d_i$$

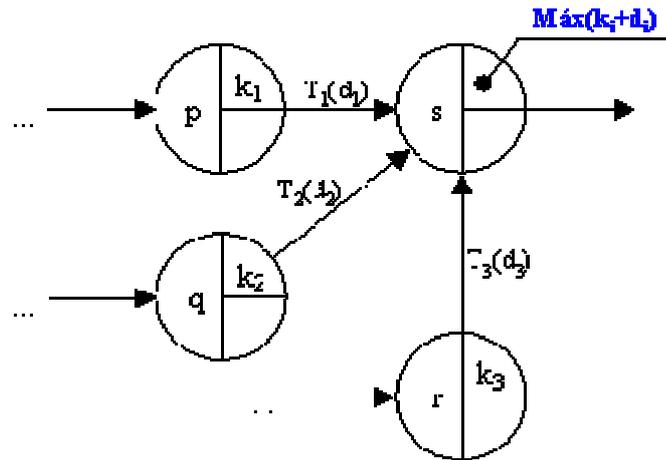
- por lo tanto, se ha de recorrer el diagrama en el sentido de las flechas. En la parte superior de cada nodo se escribe el valor resultante de sumar la duración de la tarea mediante la que se llega al nodo y el valor en la parte superior del nodo del que procede.



- 
- Si una tarea  $T_j$  depende de varias tareas  $T_i$  con una relación fin-inicio, la tarea  $T_j$  no se podrá iniciar hasta que no hayan terminado todas las tareas  $T_i$ , o sea, el inicio mínimo de  $T_j$  es igual al mayor de los finales mínimos de las tareas  $T_i$ :

$$im_j = \max(fm_i)$$

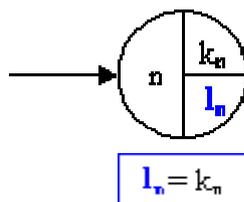
- por lo tanto, sobre el grafo, cuando a un nodo llegan varias flechas se deben calcular los valores obtenidos a través de los distintos caminos de llegada al nodo y tomar el mayor de dichos valores.



- 
- El último nodo representa el final del proyecto. El valor en la parte superior del nodo es el inicio mínimo de cualquier tarea que se realice una vez terminado el proyecto, por lo que corresponde con el fin mínimo del proyecto. Normalmente nos interesa hacer los cálculos de manera que reflejen lo más pronto que se puede acabar el proyecto, por lo que fijaremos el fin máximo del proyecto igual a su fin mínimo.

$$\mathbf{fm}_{\text{proy}} = \mathbf{FM}_{\text{proy}}$$

- Así, una vez se llega al último nodo, se copia en la parte inferior el valor obtenido en la parte superior.

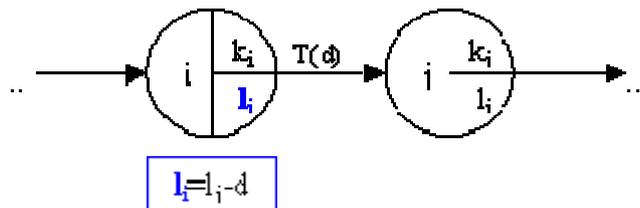


Una en el nodo final, ya se dispone de los inicios mínimos de todas las tareas del proyecto. A continuación se calcularán todos los finales máximos del proyecto:

- Si al final máximo de una tarea  $T_j$  le restamos su duración, obtendremos su inicio máximo (lo más tarde que puede empezar sin retrasar el proyecto), o sea:  $IM_j = FM_j - d_j$ . Si la tarea  $T_j$  depende sólo de la tarea  $T_i$  con una relación fin-inicio, la tarea  $T_i$  no podrá acabar más tarde del inicio máximo de  $T_j$  sin retrasar el proyecto, o sea, lo más tarde que puede terminar  $T_i$  es lo más tarde que puede empezar  $T_j$ :

$$FM_i = IM_j = FM_j - d_j$$

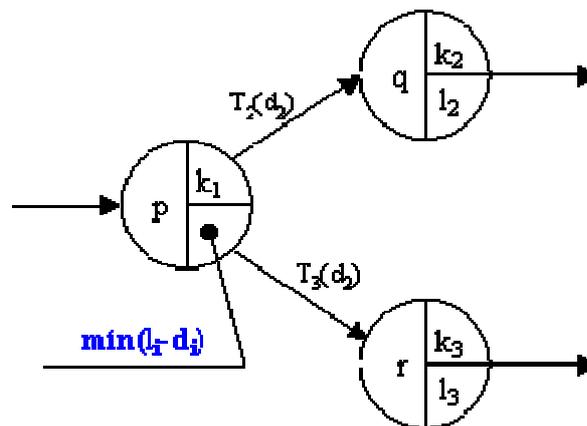
- por lo tanto, se ha de recorrer el diagrama en sentido inverso al de las flechas empezando por el nodo final. En la parte inferior de cada nodo se escribe el valor resultante de restar la duración de la tarea que parte del nodo calculado al valor en la parte inferior del nodo al que llega la tarea.



- 
- Si varias tareas  $T_j$  dependen de una o más tareas  $T_i$ , lo más tarde que podrán terminar las tareas  $T_i$  sin retrasar el proyecto será lo más tarde que podrá empezar la primera de las tareas  $T_j$ , o sea, aquella cuyo inicio mínimo sea menor. por lo tanto:

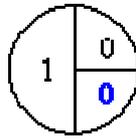
$$FM_i = \min(IM_j) = \min(FM_j - d_j)$$

- Por lo tanto, cuando de un nodo parten varias flechas, se deben calcular los valores obtenidos a través de cada una de ellas y tomar el menor de dichos valores.



- 
- El primer nodo del proyecto corresponde a su inicio, así que el valor obtenido como fin máximo se refiere al fin máximo que debería tener cualquier actividad previa al proyecto. Para que el proyecto pueda empezar en el instante 0, el fin máximo de cualquier actividad previa deberá también ser 0, por lo que éste deberá de ser el valor que obtengamos en la parte inferior del primer nodo.

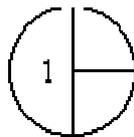
Aunque la obtención de un cero en la parte inferior del primer nodo no nos garantiza que los cálculos sean correctos, si se obtiene cualquier otro valor se podrá afirmar que existe algún error en los cálculos realizados.



## EJEMPLO

### Construcción

El primer paso en la creación de un diagrama PERT es dibujar el nodo que representa el inicio del proyecto, que se numera como 1.



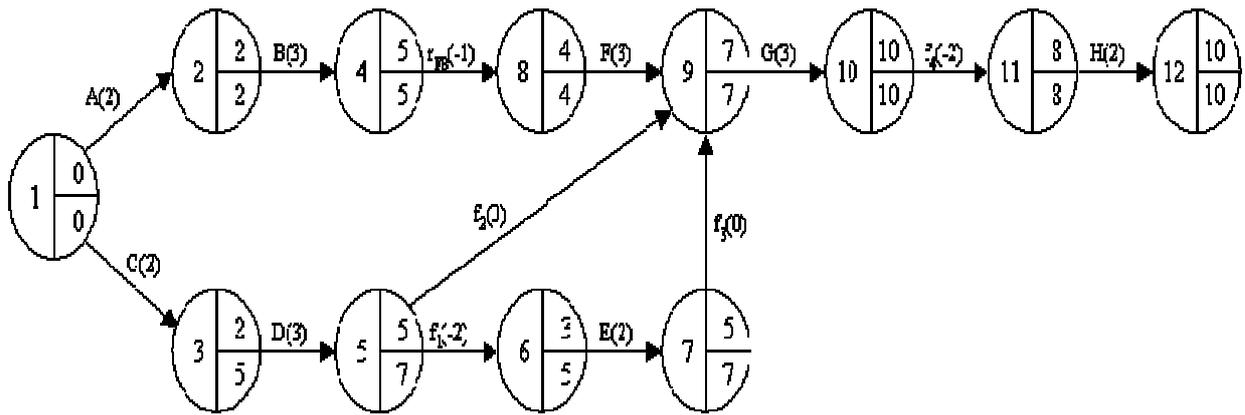
## EJEMPLO

### Cálculos

Finalmente, completaremos la tabla del proyecto, en la que especificaremos los valores obtenidos (inicios mínimos y finales máximos) y calcularemos:

- El **fin mínimo** de cada tarea, a partir de su inicio mínimo y su duración:  
$$fm_i = im_i + d_i$$
- El **inicio máximo** de cada tarea, a partir de su fin máximo y su duración:  
$$IM_i = FM_i - d_i$$
- El **margen total** de cada tarea:  $M_i = IM_i - im_i$  o bien,  $M_i = FM_i - fm_i$

Las tareas que tengan margen 0 serán las que constituirán el (los) camino(s) crítico(s) del proyecto.



Tarea	Predec.	Duración	im	fm	IM	FM	M <sub>T</sub>
A	-	2	0	2	0	2	0
B	A	3	2	5	2	5	0
C	-	2	0	2	3	5	3
D	C	3	2	5	4	7	2
E	D <sub>II+1</sub>	2	3	5	5	7	2
F	B <sub>FI-1</sub>	3	4	7	4	7	0
G	D, E, F	3	7	10	7	10	0
H	G <sub>FF</sub>	2	8	10	8	10	0