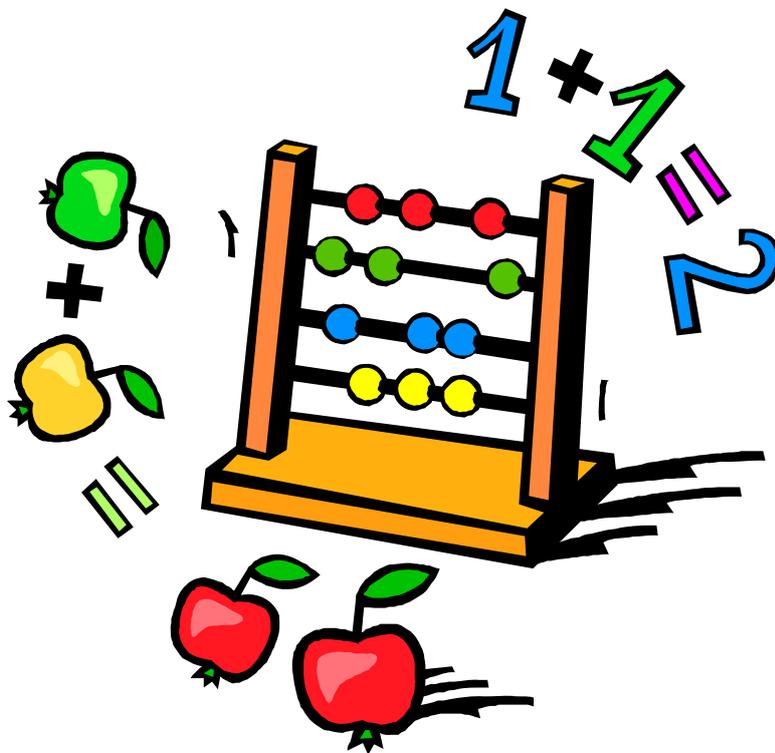


BASES PSICOPEGÓGICAS DE LA
ED. ESPECIAL.

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO.



1.- Introducción.....	4
2.- Aprendizaje de las matemáticas. Antecedentes.....	6
2.1.- Los Sistemas numéricos a lo largo de la historia.....	6
2.2.- Los conocimientos matemáticos básicos.....	10
2.3.- Los ataques a Piaget.....	11
2.3.1.- La teoría del desarrollo intelectual en Piaget.....	11
2.3.2.- La inclusión en clases y la conservación.....	12
2.3.3.- Piaget y la enseñanza de las matemáticas.....	13
2.3.4.- La investigación sobre las tareas numéricas de Piaget.....	14
2.4.- Desarrollo del pensamiento matemático de los niños.....	16
2.5.- Factores de riesgo en el desarrollo matemático.....	18
3.- Dificultades de aprendizaje en las matemáticas.....	19
3.1.- Diferencias entre acalculia y discalculia.....	22
3.2.-Dificultades relacionadas con los procesos del desarrollo cognitivo y la estructura de la experiencia matemática.....	22
3.3.-Dificultades en la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos.....	23
3.4.- Dificultades relacionadas con las habilidades de numeración y cálculo.....	23
3.5.- Dificultades en la resolución de problemas.....	25
4.- Diagnostico y valoración.....	26
4.1.-Criterios para la delimitación de las dificultades de aprendizaje en las matemáticas.....	27
4.1.1.- Síntomas.....	27
4.1.2.- Métodos e instrumentos para detectar las dificultades de las matemáticas.....	28

5.- Respuestas educativas.....	30
5.1.- Cómo tratar con estudiantes discalculicos.....	30
5.2.- Intervención educativa.....	31
5.2.1.- Principios psicodidácticos.....	31
5.2.2.- Intervención educativa en la numeración.....	32
5.2.3.- Actividades.....	32
5.3.- Metodología de la enseñanza de las matemáticas.....	33
5.3.1.- Tipos de métodos.....	34
5.4.- Materiales didácticos.....	36
6.- Aportaciones personales.....	37
7.- Bibliografía.....	41

1. Introducción:

El tema a tratar en nuestro trabajo lleva por nombre "*dificultades en el aprendizaje matemático*", a partir del cual estudiaremos distintas realidades a las que afecta esta temida y odiada asignatura, intentando abordar cuestiones de interés como por ejemplo: ¿por qué rinden más unos estudiantes que otros?, ¿influye el lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas?, o ¿por qué hay tanto fracaso escolar en matemáticas?

Para dar respuesta a cómo y quién debe enseñar matemática han nacido en los últimos años gran cantidad de congresos, jornadas y encuentros que han llenado páginas y páginas, llegando siempre a la misma conclusión: la enseñanza de las matemáticas está en crisis.

La enseñanza de las matemáticas no es una tarea simple, hay muchas incertidumbres que tienen que ver con la preparación matemática del profesor y con la preparación del estudiante, pero hay también razones que tienen que ver con la forma que las personas tenemos de aprender. Los problemas de aprendizaje matemático son mucho más comunes de lo que se piensa habitualmente.

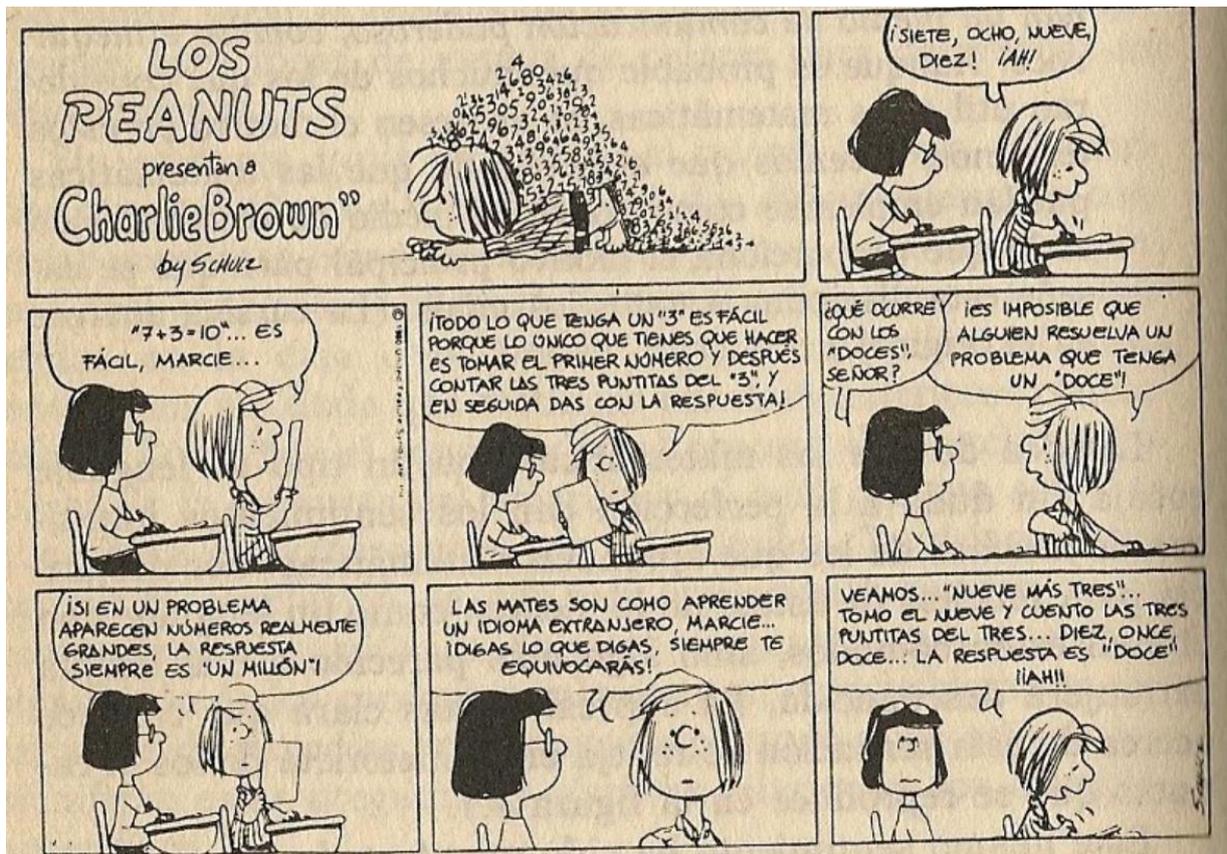
Desde los educadores hasta los directivos empresariales, dan cada vez más importancia al aprendizaje matemático. Sin embargo, las diversas encuestas realizadas nos indican que un gran porcentaje de los alumnos llegan al final de su escolaridad careciendo de la competencia matemática necesaria y sin mostrar interés por esta disciplina. Y así, cuando los alumnos alcanzan el nivel universitario para iniciar una carrera científica se encuentran con socavones difíciles de superar, porque se les pide una capacidad de análisis para la que no han sido entrenados.

El primer problema es que las matemáticas, tal y como se enseñan, no tienen ya demasiado sentido para el alumno. Se ha ido convirtiendo en una lista de técnicas que los alumnos han de memorizar como loros, sin que

se exija una reflexión. Al alumno sólo se le exige que haga verificaciones, no que comprenda o razone.

El problema es que los alumnos perciben mal la realidad matemática, ya que lo que se les enseña está alejado del mundo real. Aplican recetas y fórmulas, pero sin entenderlas bien. Lo que conduce a un fracaso muy superior a lo esperable, y a una pérdida de autoestima en muchos alumnos que se consideran, desde entonces, "negados para las matemáticas", seguramente sin serlo en absoluto.

¿Cómo incentivar en los alumnos el interés por una disciplina abstracta?



2.- Aprendizaje de las matemáticas.

Antecedentes.

2.1-Los sistemas numéricos a lo largo de la historia.

La perspectiva histórica nos muestra que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en continua evolución y relacionada con otros conocimientos.

Las filas de marcas verticales, la representación del cero, o la utilización de las manos para simbolizar la suma y la resta son rasgos propios de las pinturas de los primeros hombres de las cavernas o de las tablillas escritas en el antiguo Egipto; éstos estaban utilizando métodos básicos y universales de representación.

- Los dedos.

Hubo un tiempo en el que contar con los dedos era la forma más evolucionada que tenía la humanidad para poder calcular. Hoy en día sumar con los dedos está reservado a alumnos en proceso de aprendizaje o a adultos inseguros que operan con la mano metida en el bolsillo por miedo a equivocarse y a que otros adultos juzguen su capacidad intelectual.

Es probable que mucho antes de representar los números por escrito las personas empleasen los dedos como método básico para la representación



de los objetos porque los dedos son algo natural y obvio han sido empleadas por muchas culturas diferentes.

Como señala Flegg: *“contar con los dedos es un fenómeno tan generalizado que nos vemos obligados a considerarlo como práctica universal”*. Flegg indica que las referencias a los dedos son frecuentes en los términos primitivos que se utilizaron para designar a los números como menciona en este ejemplo:

El del final ha bajado;
El otro ha bajado;
El del medio ha bajado;
Queda todavía uno;
La mano ha muerto.

Otro historiador de las matemáticas, Walter Popp señala que la tribu brasileña de los botocudos utiliza las palabras que significan dedo y dedo doble para designar uno y dos respectivamente.

En muchas sociedades el contar y calcular con los dedos han dado origen a sistemas muy complejos. En tiempos más próximos, Geoffrey Saxe describió un complicado sistema que utilizan los miembros de una tribu de Nueva Guinea: empiezan a contar por el pulgar de una mano y a continuación señalan veintisiete lugares de los brazos, la cabeza y el cuerpo acabando por el meñique de la otra mano.



La influencia que ejerce nuestros dedos en la forma de concebir los números se aprecia en el hecho de que nuestro sistema numérico está basado en el número diez. Una gran mayoría de los sistemas que utilizan como base un número apelan al cinco, al diez o al veinte.

- Las marcas.

Este principio de correspondencia está en la base de la representación escrita. Las marcas, como veremos a lo largo del trabajo, aparecen con mucha frecuencia en las representaciones espontáneas de los niños de nuestros días. Al mismo tiempo hacer marcas es uno de los métodos de representación numérica más antiguos que se conoce, como señala A. Hooper: *“un hombre de las cavernas podía dejar constancia del número de enemigos que había matado; otro, poseedor de un espíritu más elevado, anotaba la cantidad de veces que ocurría el desconcertante fenómeno que ahora llamamos salida de sol”*

Hacer marcas es muy útil para registrar una serie de acontecimientos. En nuestros días suelen agruparse en conjuntos de cinco y la quinta marca es un trazo en diagonal superpuesto a los cuatro anteriores.

	Einer				Zehner			Hundert	
1					∩	∩	∩	∩	∩
2					∩∩	∩∩	∩∩	∩∩	∩∩
3					∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩
4					∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩
5					∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩
6					∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩
7					∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩
8					∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩

(Notaciones numéricas egipcias: jeroglífica, hierática y demótica.)

- La evolución de las cifras.

El sistema jeroglífico egipcio evoluciono hacia una versión más cifrada entre el 3300 a.C. y el 2000 a.C. esta nueva versión se denomina escritura hierática que surgió originariamente al escribirse los jeroglíficos con rapidez, utilizando un junco sobre el papiro. “Hierático” significa “sacerdotal”, y la escritura hierática era en gran proporción un monopolio de la casta sacerdotal.

En torno al 800 a.C evoluciono una tercera forma de escritura egipcia llamada demótica o popular.

Los símbolos demóticos eran una forma aún más abreviada que los símbolos hieráticos y, éstos comenzaron a ser utilizados con carácter general.

Sin embargo las matemáticas obtuvieron su mayor aporte de la cultura Greco Romana, este proceso de expresión mediante cifras siguió un curso bastante distinto aquí, ya se hizo popular la creación de escuelas, en donde los grandes pensadores de la época daban resolución a los problemas más populares de geometría, álgebra, y trigonometría. En aquella época utilizaban las letras de sus alfabetos para representar números. En el sistema griego, los números del uno al nueve se representan mediante las nueve primeras letras del alfabeto.

El sistema de números romanos carece del 0 por lo que se convierte en un sistema muy complicado al querer realizar multiplicaciones y divisiones. Este sistema de numeración, ha caído en desuso y sólo se lo usa con fines decorativos (relojes, estatuas, monumentos) y cierto protocolo (para numerar: los siglos, los papas, los reyes y reinas, etc.).

Fueron varios los factores que condujeron a que durante un largo período de tiempo el desarrollo de las matemáticas en China fuera independiente al de otras civilizaciones. Por otra parte, cuando China era invadida, la cultura de los invasores extranjeros resultaba asimilada y no sucedía a la inversa. La consecuencia fue un continuo y aislado desarrollo cultural en China desde el año 1000 a.C. La matemática china era, al igual que su lengua, extremadamente concisa. Estaba basada en problemas; motivada por problemas en el calendario, en los negocios, en la medida de las tierras, en la arquitectura, en los archivos gubernamentales y en los impuestos. Alrededor del siglo IV a.C. se empleaban los ábacos para calcular, lo que significa que se usaba un sistema numérico decimal. Merece la pena destacar que los ábacos son únicamente chinos y no parecen haber sido utilizados por ninguna otra civilización.

2.2.-Los conocimientos matemáticos básicos.

Desde el punto de vista educativo, es importante conocer cuáles son las habilidades matemáticas básicas que los niños deben aprender para poder así determinar donde se sitúan las dificultades y planificar su enseñanza.

Smith y Rivera agrupan en ocho grandes categorías los contenidos que debe cubrir actualmente la enseñanza de las matemáticas elementales a los niños con DAM que son los siguientes:

- Numeración.
- Habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos.
- Resolución de problemas.
- Estimación.
- Habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos.
- Conocimiento de las fracciones y los decimales.
- La medida.
- Las nociones geométrica



2.3.-Los ataques a Piaget

Durante bastante tiempo Jean Piaget ha sido considerado como uno de los estudiosos más notables en el tema del aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, en los últimos años diversos aspectos de la teoría de Piaget (incluso aquellos relacionados con la inicial comprensión infantil de los números) han sido el blanco de numerosas críticas formuladas por psicólogos.

Algunos psicólogos han informado acerca de resultados que ponen en tela de juicio determinados aspectos de la teoría de Piaget, como Donaldson o Gelman que comparten la creencia según la cual el fracaso infantil no se debe a la falta de capacidad.

Las dos tareas, que a continuación describiremos (inclusión de clases y conservación) han recibido este tipo de atención.

Se ha dicho de la teoría de Piaget que no es que sea incorrecta sino que oculta una parte del estudio para quienes tratan de hacer frente a las dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Una de las versiones de esta crítica afirma que las instrucciones en algunas de las preguntas son excesivamente complicadas para algunos alumnos o que, por ejemplo no les motivan.

Estas críticas a Piaget nos indican la necesidad de un nuevo enfoque, pero por el contrario nos proporcionan ciertas claves sobre posibles puntos de partidas.

Sugieren que deberíamos examinar de nuevo las capacidades que poseen los niños antes de empezar su escolaridad ya que muchas veces son infravalorados en un alto grado. Por ello describen que deberíamos diseñar actividades que tengan sentido para los niños, de modo que sepamos aprovechar las capacidades directas de los alumnos: aprovechar sus debilidades y no sus debilidades.

2.3.1-La teoría del desarrollo intelectual en Piaget.

Al tratar de entender el impacto producido por Piaget en la enseñanza de las matemáticas, de inmediato topamos con algo desconcertante. A pesar de su influencia, Piaget dedico muy pocas obras a estudiar cómo

aprenden matemáticas los niños, y menos aún a cómo se los puede ayudar en la escuela.

A lo largo de los años Piaget formuló una teoría para explicar el desarrollo del pensamiento y comprensión en los niños desde el nacimiento hasta la edad adulta, y las perspectivas acerca de la evolución del pensamiento matemático surgieron como consecuencia de esta teoría. Para Piaget existen distintas fases del desarrollo:

- La primera fase es el llamado periodo SENSORIO MOTOR. Piaget descubrió algo importante: un niño menor de seis meses no parece darse cuenta de que los objetos continúan existiendo fuera del alcance de su vista.

- La segunda fase lleva el nombre de PERIODO OPERACIONAL. Los niños, aquí están dominados por sus percepciones.

- A la etapa siguiente se le llamó PERIODO OPERACIONAL CONCRETO. En la cual los niños pueden pensar lógicamente acerca de las operaciones efectuadas en el mundo físico.

- La etapa final es la llamada PERIODO OPERACIONAL FORMALIZADO. Ahora el niño es capaz de pensar lógicamente acerca del mundo que le rodea y a través de afirmaciones hipotéticas.

Dos de las tareas empleadas por Piaget para estudiar la transición desde el pensamiento preoperacional hasta el operacional concreto versan explícitamente sobre números. Estos dos problemas (de inclusión en clases y de conservación) se han convertido en blanco de muchos ataques a su teoría.

[2.3.2.-La inclusión en clases y la conservación](#)

El problema de la inclusión se basa en la capacidad del alumno para comparar un conjunto con un subconjunto de este mismo. Si a un niño se le presentan un grupo de pequeñas esferas de madera la mayoría de las cuales son marrones, pero entre las que hay algunas de color blanco, se pregunta al niño: ¿hay más esferas marrones o más esferas de madera? Los niños suelen contestar que hay más esferas marrones. No comparan la parte con el todo, sino una de las partes con la otra. En pocas palabras

argumentó, que el niño preoperacional se muestra incapaz de comparar un conjunto con uno de los subconjuntos. Piaget sostiene que la comprensión de la inclusión constituye un requisito esencial para comprender la suma y la resta. Entienden las palabras "dos y seis son ocho" pero no entenderán lo que significa esto hasta que comprendan como el conjunto "ocho" puede dividirse en los subconjuntos "dos y seis". En "La *concepción del número en el niño*" (1952) Piaget sostiene que la comprensión de la inclusión en clases, supone un requisito indispensable para operar con éxito la suma y la resta.

La segunda tarea decisiva hace referencia a la conservación de los números. En la tarea más habitual de la conservación de números, al niño se le muestra en primer lugar dos filas de fichas:

O O O O O O
X X X X X X

Si se pregunta al niño si en cada fila hay el mismo número de fichas y contesta afirmativamente la prueba continua. Ahora se modifica la posición de las fichas de una de las filas de modo que ya no posean la misma longitud:

O O O O O O
X X X X X X

El adulto repite la pregunta inicial. Si el niño dice que ambas filas contienen el mismo número se considera que el niño ha "conservado" el número. En caso contrario se dice que el sujeto es "no conservador".

[2.3.3.-Piaget y la enseñanza de las matemáticas.](#)

Las tareas de Piaget han sido cuidadosa y frecuentemente examinadas por psicólogos del desarrollo de todo el mundo, por eso, en la actualidad muchos de ellos no aceptan dichas conclusiones.

Piaget expone: *"es un grave error suponer que un niño adquiere simplemente a través de la enseñanza la noción de números y otros conceptos matemáticos ya que en un grado muy considerable el niño los desarrolla por sí solo. Aunque el niño sepa los nombres de los números aún no ha captado la noción esencial de número: es decir, que el número de*

objetos integrantes en un grupo se conserva con independencia de su disposición" (revista Scientific American, 1953)

Piaget sostiene que si los niños no pueden conservar un número no están preparados para iniciarse en la aritmética escolar, ya que es probable que se produzca un aprendizaje superficial y que este conocimiento se reduzca a un aprendizaje como el de los loros. De todo esto se deduce, que el verdadero aprendizaje se produce con la evolución mental del alumno

2.3.4.-La investigación sobre las tareas numéricas de Piaget.

Desde hace algunos años los psicólogos han informado acerca de resultados que ponen en tela de juicio determinados aspectos de la teoría de Piaget, como Donaldson, Gelman o McGarrigle. Muchos psicólogos comparten la creencia según la cual el fracaso infantil en una de estas tareas no se debe a la falta de capacidad.

Se ha dicho de la teoría de Piaget que no es que sea incorrecta sino que sus estudios no son relevantes para entender las dificultades que un alumno experimenta en la adquisición de las matemáticas. Una de las versiones de esta crítica afirma que las ideas de Piaget no son útiles debido a su excesiva complicación y piensan que el fracaso infantil está directamente relacionado con la falta de capacidad.

Las dos tareas antes descritas inclusión de clases y conservación han recibido este tipo de estudios, y se han llevado a cabo numerosas actividades con éxito de dichas tareas.

McGarrigle examinó la tarea de la inclusión en clases y pensó que los niños interpretan erróneamente el problema, no que no tenga las capacidades necesarias para solucionarlo.

En su experimento, intervenían un osito de peluche, fichas planas, una silla y una mesa dispuesta de tal forma que había cuatro fichas que llevaban del osito a la silla y dos de la silla a la mesa.



McGarrigle dijo a los niños que las fichas eran los pasos que debía dar el osito para llegar a la silla o hasta la mesa. A continuación formuló a los niños preguntas muy semejantes a las de la inclusión en clases, por ejemplo: “¿hay más pasos para ir a la silla o para ir a la mesa?”. McGarrigle, descubrió que la mayoría de los niños de tres a cinco años contestaron correctamente. McGarrigle llegó a la conclusión de que la interpretación que el niño de a la pregunta o la forma de plantearle el problema influye decisivamente en el rendimiento matemático.

Este en otro estudio McGarrigle junto con Donalson, se encontraban en la tarea de la conservación del número. En la versión de Piaget el niño reconoce que las dos filas contienen el mismo número de objetos, pero cuando se modifica la disposición de los objetos hacia a los niños modificar su respuesta. Estos autores diseñaron un sistema alternativo con ayuda de un oso que desordenaba las fichas de manera accidental delante de este. El estudio demostró que el número de niños que contestaban correctamente aumentó de forma significativa, de lo que se deduce que los niños pequeños comprenden la no variación de un número simplemente por el hecho de que estos se desplacen.

O por ejemplo, en este otro experimento en el que se incluían cuatro vacas y las cuatro dormían pero tres eran negras y una blanca. Frente a la ya típica pregunta piagetiana de “¿hay más vacas negras o más vaca?”, formuló la siguiente “¿hay más vacas negras o más vacas durmiendo?”. Con la inclusión del término durmiendo la tasa de éxito pasó del 25% al 48%. Esto ilustra la gran influencia que adquiere el lenguaje en los resultados de dichas pruebas.

Estos estudios descritos hasta hora demuestran que los niños en la fase preoperacional de Piaget poseen una competencia numérica mucho mayor a la que este admitía: también numerosos estudios confirman que en el desarrollo intelectual humano, que se desarrolla por los distintos estadios, diversos alumnos en distintas materias se pueden encontrar en el nivel operacional concreto y en otras sólo son capaces de asimilar hasta el preoperacional.

2.4.-Desarrollo del pensamiento matemático de los niños.

La matemática escolar de los niños no se desarrollaba a partir de las necesidades prácticas y experiencias. Como ocurrió en el desarrollo histórico, contar desempeña un papel esencial en el desarrollo del conocimiento, a su vez, el conocimiento de los niños prepara el terreno para la matemática formal que se imparte en la escuela, todos estos estudios van de la mano con los estadios que nombra Piaget.

A continuación vamos a definir distintos modos de conocimiento de los niños en el campo de la matemática:

Conocimiento intuitivo, asociado al periodo preoperacional:

- Sentido natural del número: para ver si un niño pequeño puede diferenciar cantidades distintas, se utiliza la teoría de la conservación de Piaget. Se muestra al niño 3 objetos durante un tiempo determinado. Pasado un tiempo, se le añade o se le quita un objeto y si el niño no le presta atención, será porque no se ha percatado de la diferencia. Por el contrario, si se ha percatado de la diferencia le pondrá de nuevo más atención porque le parecerá algo nuevo. Los niños pequeños no pueden distinguir entre conjuntos mayores de cuatro y cinco.

- Nociones intuitivas de magnitud y equivalencia: el sentido numérico de los niños constituye la base del desarrollo matemático. Cuando los niños comienzan a andar, no sólo distinguen entre tamaños diferentes sino que pueden hacer comparaciones magnitudes.

- Nociones intuitivas de la adición y la sustracción: Ya a los dos años de edad, los niños aprenden palabras para expresar relaciones matemáticas que pueden asociarse a sus experiencias concretas. Pueden comprender igual, diferente y más. Investigaciones recientes confirman que cuando a los niños se les pide que determinen cuál de dos conjuntos tiene “más”, los niños de tres años de edad o niños no alfabetizados pueden hacerlo rápidamente y sin contar. Además, reconocen muy pronto que añadir un objeto a una colección hace que sea “más” y que quitar un objeto hace que sea “menos”. Pero el problema surge con la aritmética intuitiva que es imprecisa. Ya que un niño pequeño cree que $5 + 4$ es “más que” $9 + 2$ porque para ellos se añaden más objetos al primer recipiente que al segundo.

Conocimiento informal, asociado al periodo operacional concreto:

- Una prolongación práctica: los niños, encuentran que el conocimiento intuitivo no es suficiente. Por tanto, se apoyan en instrumentos más precisos como el numerar y contar. En realidad, poco después de empezar a hablar, los niños empiezan a aprender los nombres de los números. Hacia los dos años, emplean la palabra “dos” para designar todas las pluralidades; hacia los dos años y medio, los niños empiezan a utilizar la palabra “tres” para designar a muchos objetos. Por tanto, contar se basa en el conocimiento intuitivo y lo complementa en gran parte.

- Limitaciones: aunque la matemática informal también presenta limitaciones prácticas. El contar se hace cada vez menos útil a medida que los números se hacen mayores. A medida que los números aumentan, los métodos informales se van haciendo cada vez más propensos al error ya que los niños son incapaces de usar procedimientos informales con números grandes.

Conocimiento formal, asociado al periodo operacional formalizado:

La matemática formal puede liberar a los niños de su matemática intuitiva. Los símbolos escritos ofrecen un medio para trabajar con ellos.

Los procedimientos escritos proporcionan medios eficaces para realizar cálculos aritméticos con números grandes.

Es esencial que los niños aprendan los conceptos de los números, en pocas palabras, la matemática formal permite a los niños pensar de una manera abstracta y abordar con eficacia los problemas en los que intervienen números grandes

2.5.-Factores de riesgo en el desarrollo matemático.

Los factores de riesgo son una serie de variables que estudian la probabilidad de que se produzcan dificultades en la adquisición matemática. El grado de resistencia varía de unos alumnos a otros. Coie y otros (1993) han realizado la siguiente relación de factores:

- Constitucionales: Influencias hereditarias y anomalías genéticas; complicaciones prenatales y durante el nacimiento; enfermedades y daños sufridos después del nacimiento; alimentación y cuidados médicos inadecuados.
- Familiares: Pobreza; malos tratos, indiferencia; conflictos, desorganización, psicopatología, estrés; familia numerosa.
- Emocionales e interpersonales: Patrones psicológicos tales como baja autoestima, inmadurez emocional, temperamento difícil; Incompetencia social; rechazo por parte de los iguales.
- Intelectuales y académicos: Inteligencia por debajo de la media. Trastornos del aprendizaje. Fracaso escolar.
- Ecológicos: Vecindario desorganizado y con delincuencia. Injusticias raciales, étnicas y de género.
- Acontecimientos de la vida que generan estrés: Muerte prematura de los progenitores. Estallido de una guerra en el entorno inmediato.



Otro de los estudios sobre las causas que influyen en el conocimiento de las matemáticas se realizó por Werner y Smith, (1982); Garmez y Masten, (1994). Estudiaron a un grupo de adolescentes mayores que se enfrentaban a una serie de riesgos. Aunque la mayoría de ellos no defendió los problemas, un tercio consiguió superarlos con éxito. Los investigadores dividieron las razones de la resistencia en tres grandes categorías:

- La primera, engloba los atributos personales (inteligencia, competencia, ...)
- La segunda comprendía la familia. Las cualidades de la familia se reflejaban en que ésta proporcionaba afecto y apoyo en momentos de tensión.
- La tercera se refería al apoyo fuera de la familia; la ayuda facilitada por otros individuos o instituciones.

3.-Dificultades de aprendizaje de las matemáticas.

El principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es sólo que los niños aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y unas nociones geométricas, sino su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana. Esto es importante en el caso de los niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (DAM).

Cabe destacar que gran parte de nuestro conocimiento cotidiano se aprende directamente a partir de nuestro entorno. Uno de los problemas de los conceptos matemáticos consiste en su gran capacidad de abstracción, por lo que las matemáticas no pueden aprenderse directamente del entorno cotidiano sino que se necesita un buen profesor de matemáticas que establezca una base adecuada, controlando lo que el alumno sabe y a qué objetivo lo quiere llevar.

En los primeros estudios cuando se referían a dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, inmediatamente se hablaba de “discalculia” en una derivación de “acalculia” o ceguera para los números, término introducido por Henschen para describir una pérdida adquirida en adultos de la habilidad para realizar operaciones matemáticas, producida por una lesión del cerebro.

Gerstmann sugirió que: *“la acalculia está determinada por un daño neurológico en la región parieto-occipital izquierda, señalando además que era el síndrome Gerstmann, junto con la agnosia digital, la ausencia de diferenciación entre derecha-izquierda y la disgrafía”*

H. Berger, en 1926, distinguió entre:

- Acalculia primaria que la definió como un trastorno puro del cálculo sin afectación alguna del lenguaje o razonamiento.
- Acalculia secundaria que llevaba asociadas otras alteraciones verbales, espacio-temporales o de razonamiento.

Sin embargo otros autores no se centran tanto en problemas neurológicos sino que ponen principal atención a las dificultades del aprendizaje de las matemáticas como derivado de problemas con la adquisición del lenguaje o problema con la lectoescritura (por ejemplo problemas a la hora de leer los enunciados de los problemas...).

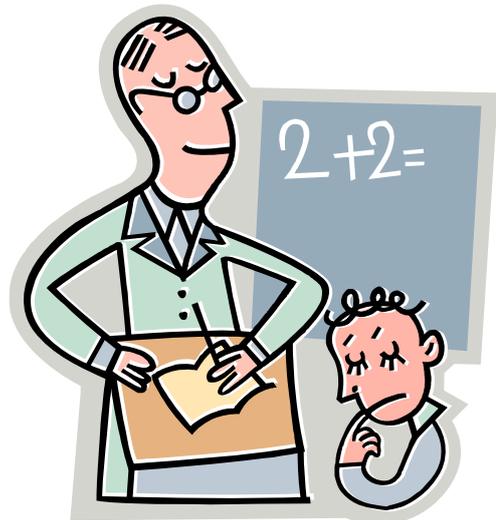
Hecaen, Angelerques y Houillier propusieron una organización tripartita basada en mecanismos neuropsicológicos subyacentes a cada tipo:

- Tipo 1. Acalculia resultante de alexia y agrafía para los números en la que el paciente es incapaz de escribir o leer el número necesario para realizar el cálculo.
- Tipo 2. Acalculia de tipo espacial: asociada con organización espacial dañada de números tales como incorrectas alineaciones de los dígitos.

- Tipo 3. Anaritmética: consiste en una incapacidad para llevar a cabo procedimientos aritméticos a pesar de tener intactas las habilidades viso- espaciales y las capacidades para leer y escribir números.

Kosc (1974) desarrolló una clasificación que integraba seis subtipos de discalculia, que podrían ocurrir de forma aislada o en combinación:

- Discalculia verbal: dificultades en nombrar las cantidades matemáticas, los números, los términos, los símbolos y las relaciones.
- Discalculia practognóstica: dificultades para enumerar, comparar, manipular objetos matemáticamente.
- Discalculia léxica: dificultades en la lectura de símbolos matemáticos.
- Discalculia gráfica: dificultades en la escritura de símbolos matemáticos.
- Discalculia ideognóstica: dificultades en hacer operaciones mentales y en la comprensión de conceptos matemáticos.
- Discalculia operacional: dificultades en la ejecución de operaciones y cálculos numéricos.



El término de discalculia definido por Kosc, se refiere a un trastorno estructural de habilidades matemáticas que se ha originado por un trastorno genético o congénito de aquellas partes del cerebro que constituyen la maduración de las habilidades matemáticas adecuadas para la edad.

Los defensores de la perspectiva neurológica recomiendan que la evaluación del niño con dificultades en la adquisición de conocimientos propios del dominio matemático sea llevada a cabo por un equipo entre cuyos miembros ocupe un lugar importante el neurólogo.

Considerar que la principal causa de las dificultades de aprendizaje en matemáticas sean problemas neurológicos es para algunos autores una cuestión polémica. Coles propone una teoría interactiva en la que defiende que las dificultades de aprendizaje tienen una base experiencial. Su teoría subraya la importancia de las actitudes y la motivación, destacando que en ocasiones una ligera dificultad de aprendizaje acaba afectando al auto concepto, la autoestima, el interés por la tarea... lo que repercutirá en una disminución de la competencia del sujeto y en un aumento significativo de su dificultad en esa materia.

3.1.-Diferencia entre discalculia y acalculia.

A veces los términos de Acalculia y Discalculia son utilizados indistintamente aunque hay algunos autores como Morrison y Siegel (1991) que hacen la siguiente distinción entre ambos:

La acalculia es cuando se produce una dificultad en el aprendizaje de la matemática (DAM) ocasionada por una lesión cerebral en una persona adulta. Mientras que la discalculia es cuando se produce en niños una dificultad en el aprendizaje de la matemática (DAM) sin haber lesión cerebral. Si el niño llega a la fase adulta y mantiene esa dificultad (DAM) también deberíamos hablar de Acalculia.

3.2.-Dificultades relacionadas con los procesos del desarrollo cognitivo y la estructuración de la experiencia matemática.

Los aprendizajes matemáticos constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores. Las dificultades iniciales en éste aprendizaje pueden llevar a dificultades posteriores aún mayores.

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje van apareciendo dificultades que unas veces son consecuencias de aprendizajes anteriores que han sido mal asimilados por el alumno y otras se debe a las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes.

Para algunos autores los sujetos con DAM son normales desde el punto de vista cognitivo. Sin embargo, para otros, muchos de los alumnos con DAM presentan un desarrollo atípico en sus habilidades aritméticas, ya que se utilizan estrategias diferentes a las empleadas por alumnos con rendimientos satisfactorios.

3.3.-Dificultades en la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos.

Son muchas las investigaciones que indican que las primeras dificultades surgen durante la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos que son imprescindibles para la comprensión del número y constituyen la base de toda la actividad matemática, como son la conservación, orden estable, clasificación, seriación, reversibilidad, etc. El niño adquiere estas nociones jugando y manipulando los objetos de su entorno a una edad que oscila entre los 5 y los 7 años. Pero no todos los niños adquieren estas nociones en este periodo. Cuando la mayoría de los niños ya han alcanzado el período de las operaciones concretas, los que presentan un nivel mental bajo están más tiempo ligados a sus percepciones con un pensamiento intuitivo propio del periodo preoperatorio.

Con estos niños se hace imprescindible alargar el período de la práctica manipulativa acorde con el ritmo característico de cada uno.

Una consecuencia de estas dificultades es que si estas nociones no se adquieren y dominan eficazmente, ello conlleva repercusiones negativas a lo largo de la escolaridad.

Por ello, todo profesor antes de comenzar con la enseñanza de la numeración y las operaciones debe asegurarse de que todos los alumnos han integrado y comprendido estas nociones básicas.

3.4.-Dificultades relacionadas con las habilidades de numeración y cálculo.

El autor Geary(1993)distingue tres tipos:

- Dificultades para representar y recuperar los hechos numéricos de la memoria. Los niños que presentan este tipo de problemas muestran grandes dificultades en el aprendizaje y en la automatización de los hechos numéricos.

- Dificultades con los procedimientos de solución. Las manifestaciones de este problema incluyen el uso de procedimientos aritméticos evolutivamente inmaduros, retrasos en la adquisición de conceptos básicos de procedimiento y una falta de precisión al ejecutar los procedimientos del cálculo.

-Déficit en la representación espacial y en la interpretación de la información numérica. Los niños con este problema tienden a mostrar dificultades a la hora de leer los signos aritméticos, en alinear los números en problemas aritméticos multidígito y en comprender el valor posicional de los números.

En cuanto a la práctica de las cuatro operaciones básicas, se puede considerar dos cuestiones:

- Respecto a la mecánica de las operaciones, el niño tiene que comprender una serie de reglas que le resultarán tanto más difíciles cuanto menos interiorizadas tengan las nociones anteriores.
- Los automatismos para llegar al resultado. Se refieren al aprendizaje y dominio de las tablas con la atención y memoria que esto supone, sobre todo, para la tabla de multiplicar.

En la suma no suelen presentarse dificultades. Empiezan cuando se pasa de 10. En la multiplicación pasa algo parecido, ya que se trata de varias sumas sucesivas.

En la resta y en la división las dificultades aumentan debido a que tienen menos posibilidades de automatización y se necesita además de un proceso lógico que no es posible suplir con la mera automatización.

3.5.-Dificultades en la resolución de problemas.

La interpretación de los problemas requiere una serie de habilidades lingüísticas que implican la comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos y procesos relacionados con la simbolización, representación, aplicación de reglas generales y traducción de un lenguaje a otro.



El bajo rendimiento de los alumnos con DAM está más relacionado con su incapacidad para comprender, representar los problemas y seleccionar las operaciones adecuadas, que con los errores de ejecución.

La resolución de problemas implica la comprensión de un conjunto de conceptos y procedimientos. En primer lugar, el dominio de códigos especializados.

Las dificultades de traducción se producen no sólo entre la acción y la simbolización, sino también entre ésta y el lenguaje verbal. Además, la traducción entre el lenguaje natural y el matemático tampoco es directa, sino que exige una comprensión de las relaciones establecidas en los problemas formulados con palabras.

Podemos observar algunas dificultades específicas relacionadas con los siguientes parámetros:

- Procesos de comprensión. El primer obstáculo para la comprensión del problema puede ser de vocabulario y la terminología utilizada. En este proceso influyen sobre todo el tipo de expresión, las formas y estructura del enunciado del problema.
- Análisis del problema: El procesamiento lingüístico no es suficiente para dar solución al problema. Es necesario una estrategia para identificar lo que se sabe y lo que se debe descubrir. Para ello debe realizar una representación matemática específica, en la construcción de esta representación, muchos alumnos aunque no tengan

dificultades en cuanto al significado de cada frase, sin embargo, no comprenden el sentido global del problema. Son incapaces de realizar una ordenación lógica de las partes del mismo.

Estas dificultades son más frecuentes en aquellos alumnos que presentan déficits visoespaciales y los que tienen una desorganización o falta de estructuración mental. Hay un tipo de problemas especialmente dificultoso para estos niños con dificultades espacio-temporales, es el de los móviles, ya que en ellos lo esencial es precisamente la combinación de dos variables: espacio y tiempo.

- Razonamiento matemático: construcción de un plan de solución. El último paso es planificar los cálculos aritméticos necesarios para resolver el problema. Un caso bastante frecuente es el de aquellos alumnos que tratan de encontrar una regla general que les sirva para resolver los problemas semejantes.

4.-Diagnóstico y valoración.

En el estudio de las DAM, muchos autores coinciden en seguir dos grandes planteamientos con repercusiones importantes en lo que se refiere al diagnóstico de estos niños. Por una parte, se intenta comprobar si los alumnos con DAM diferencian en cuanto a los conceptos, habilidades y ejecuciones de los de sus compañeros de igual y/o menor edad sin dificultades de aprendizaje, y, por otra, se trata de determinar si los niños con DAM alcanzan el conocimiento matemático de una manera cualitativamente diferente a los que no presentan dificultades, o si adquieren dicho conocimiento del mismo modo, pero a un ritmo más lento. Se trata del planteamiento de la diferencia, en el que se espera que las dificultades reflejen un procesamiento idiosincrásico empleado por los sujetos con DAM en la resolución de tareas numéricas; y el *planteamiento* del retraso en el que se sostiene que estos niños adquieren lentamente los conceptos, representaciones, operaciones y, en general, las habilidades de procesamiento numérico.

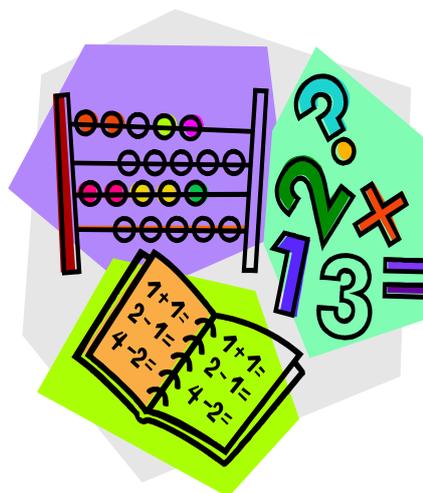
4.1.-Criterios para la delimitación de las Dificultades de Aprendizaje en las Matemáticas.

Los profesionales del campo educativo deben intentar analizar a los alumnos observando al mismo tiempo su estado social, emocional e intelectual, utilizando los tres niveles de análisis, sólo así podremos comprender en muchas ocasiones cómo se ha producido el aprendizaje o por qué se ha producido el “no-aprendizaje” ya que el fracaso escolar en esta disciplina está muy extendido.

El profesor se debe guiar por una serie de síntomas para determinar si un alumno puede estar ante un problema de dificultades de aprendizaje con las matemáticas.

4.1.1.- Síntomas.

- Dificultades frecuentes con los números, confusión de los signos: +, -, / y \times , reversión o transposición de números, etc.
- Dificultades con el cálculo mental, señas y direcciones, etc.
- Buena capacidad en materias como ciencias y geometría hasta que se requiere un nivel más alto que exige usar las matemáticas.
- Dificultad con los conceptos abstractos del tiempo y la dirección.
- Incapacidad para realizar planificación financiera o presupuestos.
- Incapacidad para comprender y recordar conceptos, reglas, fórmulas, secuencias matemáticas (orden de operaciones).
- Dificultad para llevar la puntuación durante los juegos.



Luria (1977) demostró la existencia de dificultades para manejar símbolos numéricos asociadas a lesiones en determinadas áreas cerebrales. Describe lesiones occipitoparietales y frontales en el origen de estos dos tipos de

alteraciones en las habilidades matemáticas. En las lesiones occipitoparietales se producen las siguientes manifestaciones:

1. Déficit en el concepto de número y en las operaciones matemáticas.
2. Percepción incorrecta de los nombres de las cantidades.
3. Déficit en la estructura categórica de los números, lo que se refleja en los errores al leer o al escribir los números.
4. Déficit en el reconocimiento de las relaciones entre los números, motivo por el cual la capacidad no va más allá de las referencias.



En las lesiones frontales, las manifestaciones son:

1. Déficit en la habilidad de decodificar la información en el contexto de la solución de problemas.
2. Comprensión adecuada de sistemas conceptuales y lógico-gramaticales de las relaciones numéricas.
3. Dificultades serias en el planeamiento de la solución.

[4.1.2- Métodos e instrumentos para detectar las dificultades de las matemáticas.](#)

Pruebas psicológicas → cuya finalidad es identificar alumnos que presenten déficits aptitudinales específicos que correlacionan con el rendimiento matemático, así para identificar los procesos cognitivos y neuropsicológicos que intervienen en la realización de las tareas matemáticas, pudiendo utilizar diferentes test disponibles.

- 1- Escala de inteligencia Wechsler: se trata de una versión derivada de la de adultos. Ofrece información sobre la capacidad intelectual general del niño (CI total) y sobre su funcionamiento en las principales áreas específicas de la inteligencia (comprensión verbal, razonamiento perceptivo, memoria de trabajo y velocidad de procesamiento). La Escala se compone de 15 tests: 10 principales y 5 optativos.
- 2- Escalas de McCarthy de aptitudes y psicomotricidad: estas escalas permiten evaluar mediante una serie de tareas de carácter lúdico, aspectos cognitivos y psicomotores del desarrollo del niño. La batería está integrada por 18 tests que dan lugar a 5 escalas (verbal, perceptivo-manipulativa, cuantitativa, memoria y motricidad). Actualmente se dispone de una nueva versión que incluye materiales y estímulos actualizados.
- 3- GTest de factor G: los tests de Cattell constan de tres versiones (escalas 1, 2 y 3) y pueden ser utilizados en niños, adolescentes y adultos. La escala 1 se utiliza con niños entre 4 y 8 años o con sujetos de mayor edad con deficiencia mental. Diseñado como un test libre de influencias culturales, consta de 8 pruebas: sustitución, clasificación, laberintos, errores, semejanzas, identificación, órdenes y adivinanzas. Estas últimas 3 pruebas son las únicas con contenidos verbales. La escala 2 puede ser utilizada en niños de entre 8 y 14 años y la escala 3 en adultos y adolescentes a partir de los 15 años.

Las escalas 2 y 3 son pruebas no verbales, donde el sujeto sólo debe percibir la posibilidad de relación entre figuras y formas, y están compuestas por cuatro subtests: series, clasificación, condiciones y matrices. Estos subtests ponen en juego operaciones cognitivas de identificación, semejanzas perceptivas, seriación, clasificación y comparaciones e implican contenidos perceptivos distintos con el objeto de evitar que algunas diferencias perceptivas influyan en los resultados de la medida de inteligencia.

Pruebas pedagógicas → su finalidad: ayudan a determinar el grado del dominio de la diversidad de conceptos y procedimientos propios del ámbito matemático, tales como: habilidades para comprender y usar conceptos matemáticos; habilidad para sumar, restar, multiplicar y dividir con números naturales, enteros y fracciones; habilidad para clasificar, categorizar datos y hechos matemáticos y adquisición de nociones e informaciones específicas de las matemáticas.

5.-Respuestas educativas.

5.1.-Cómo tratar con estudiantes discalculicos.

- Animar a los estudiantes a “visualizar” los problemas de matemáticas y que les tiempo suficiente para ello mismo.
- Dotarlos de estrategias cognitivas que les faciliten el cálculo mental y el razonamiento visual.



- Adaptando los aprendizajes a las capacidades del alumno, sabiendo cuales son los canales de recepción de la información básicos para éste.
- Haciendo que el estudiante lea problemas en voz alta y escuche con mucha atención. A menudo, las dificultades surgen debido a que una persona discalculica no comprende bien los problemas de matemáticas.
- Dando ejemplos e intente relacionar los problemas a situaciones de la vida real.
- Proporcionando hojas de trabajo que no tengan amontonamiento visual.
- Los estudiantes discalculicos deben invertir tiempo extra en la memorización de hechos matemáticos. La repetición es muy importante. Use ritmo o música para ayudar con la memorización.

- Permitiendo al estudiante hacer el examen de manera personalizada en presencia del maestro.
- No regañando al estudiante ni teniéndole lástima. Portándose con él como con cualquiera otra persona.

5.2. Intervención educativa.

5.2.1.-Principios psicodidácticos:

- Diseñar actuaciones de aprendizaje que conduzcan al alumnado al descubrimiento.
- Respetar los distintos estadios del desarrollo de los niños/as, de tal manera que se procesa de lo concreto a lo abstracto siendo un proceso en espiral.
- La presentación de los contenidos lógicos matemáticos ha de estar presidido por la secuenciación, la jerarquía del aprendizaje y la recurrencia (en espiral).
- Principio de la comprensión, después la mecanización o automatización.
- Las reglas, principios y/o generalizadores lógico-matemáticos serán contruidos inductivamente y aplicados deductivamente.
- Propiciar situaciones de aprendizaje que estimulen el conocimiento divergente (creativo).
- Facilitar aprendizajes a través de la interacción social.
- La motivación intrínseca se genera a través de situaciones problemáticas reales y significativas.
- Sacar partido de los errores del alumnado.

5.2.2.-Intervención educativa en la numeración.

- Aprende el nombre de los números.
- Cuenta los objetos que forman un conjunto con independencia de su posición espacial.
- Abstrae globalmente el número sin necesidad de contar uno a uno los elementos, siempre y cuando sea un número pequeño.
- Ordena y compara cantidades diferentes.

5.2.3.- Actividades:

- Actividades inversas de escritura de la grafía y el nombre de los números correspondientes a conjuntos dados.
- El paso de la percepción del conjunto a su representación por su número correspondiente se hará de forma paulatina.
- Las técnicas básicas de contar deben ser aprendidas con diferentes materiales hasta que queden interiorizadas de modo que puedan ser utilizadas automáticamente.
- Cada número debe presentarse en relación con su anterior en la serie numérica, añadiéndole una unidad.
- Durante el aprendizaje de las decenas, el alumnado debe comprender el valor de las posiciones de las cifras para que pueda asignarles su valor en función del lugar que ocupan.
- No introducir el vocabulario matemático hasta que no se haya asimilado cada concepto.

- Utilizar el refuerzo verbal y el ritmo en el trabajo de las seriaciones.
- Ejercicios de identificación de la grafía de los números asociados a las cantidades que representan.

5.3- Metodología de la enseñanza de las matemáticas.

Ningún profesor enseña bien si sus alumnos no aprenden, por lo que lo mejores métodos de enseñanza serán aquello que mejor promuevan el aprendizaje de las matemáticas.

No debemos considerar a los métodos de enseñanza como recetas fijas e infalibles capaces de resolver los problemas, si no que debemos tener en cuenta la diversidad de los alumnos.

Las soluciones al problema metodológico están en una combinación pertinente de los distintos métodos. Siguiendo a Toranzos distinguimos:

Manera de presentar los distintos temas al alumno, se clasifican en:

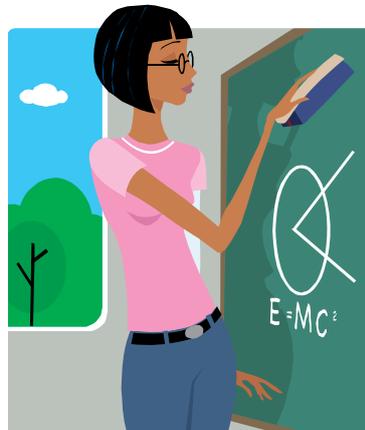
- tradicionales o metodológicos. En la enseñanza tradicional se tiene en cuenta la estructura de las matemáticas y su ordenación, en oposición con el tema psicológico, cuyo hecho referencial constante es el alumno.

Grado de intervención del alumno, se clasifican en:

- expositivo y activo. En el primero el profesor es la figura principal, el transmisor de los conocimientos. El objetivo es la adquisición de destrezas que puedan ser las últimas. El alumno es un mero receptor, y adopta un papel pasivo. Solo cabe su aceptación, asimilación, memorización y aplicación mecánica. Los recursos empleados son la palabra, la pizarra y el libro de texto. En la segunda el profesor debe proporcionar al alumno los elementos necesarios para cumplir su función orientadora. El aprendizaje se realiza con la acción, con la práctica. El estudiante crea estructuras mentales asentadas en las que ya poseía.

Manera de adquirir los conocimientos, se distinguen dos métodos:

- el dogmático y el heurístico. Las matemáticas suelen presentarse a los alumnos como una cosa hecha, con una estructuración y una ordenación clásica. La actitud del alumno es tratar de comprender la actitud del profesor. Mientras que en el método heurístico, se le proporcionan cuestiones que tendrá que resolver bajo su propio esfuerzo bajo la dirección del profesor.



Métodos de estructura distinguimos entre:

- inductivo y deductivo. El método deductivo es del tipo: hipótesis → tesis, es decir se parte de unos hechos admitidos como ciertos, y se trata de obtener conclusiones. El método inductivo utiliza la vía experimental a partir de observaciones se intentan obtener resultados. Los dos métodos son complementarios: el primero se utiliza en la comprensión de conceptos y descubrimientos de soluciones; y el segundo en la demostración de teoremas, problemas y la exposición de teorías.

5.3.1. Tipos de método:

Exposición del profesor

Es el más usado en la enseñanza universitaria. El profesor se sitúa como conferenciante y realiza su exposición lo más clara y completa posible, mientras que los alumnos toman nota y asimilan lo que escuchan. El éxito del proceso dependerá de la claridad y oratoria del profesor y de la atención e inteligencia del alumno.

Estudios en textos.

Se trata de señalar un número de páginas que el alumno debe estudiar por sí solo, y repetir más tarde en el aula.

No se trata de eliminar este método sino que se trata de limitarlo en casos concretos y utilizarlo convenientemente

Método individual.

No puede constituir un método único, sino un complemento importante de otros. Se pone en práctica en el aula cuando el profesor plantea preguntas o problemas individualmente. Sus ventajas son notables en caso de alumnos con dificultades.

Enseñanza por fichas.

El pionero de la enseñanza por fichas fue Dottrens. Este método es compatible con todos los demás y admite una variedad de aplicaciones. Al ser posible se deben elaborar fichas distintas para cada alumno.

Enseñanza en grupos.

Se distinguen entre gran grupo, grupo mediano, pequeño grupo y seguimiento individualizado. El gran grupo se constituye cuando se juntan alumnos de varias aulas para realizar una actividad conjunta como escuchar una conferencia, un debate...

El grupo mediano es el que forman los alumnos de un aula, es el que habitualmente se imparte.

El pequeño grupo está compuesto por 4 a 6 alumnos. La formación de estos grupos acelera normalmente el proceso de aprendizaje. Si el profesor observa que existen dificultades con determinados conceptos para ciertos alumnos, se puede agrupar a estos para que todos los pertenecientes a un mismo grupo se intenten vencer; la ayuda mutua de los alumnos de características intelectuales semejantes puede ser muy valiosa.

Si la enseñanza por grupos no fuera suficiente para los alumnos poco dotados podría utilizarse el método individual.

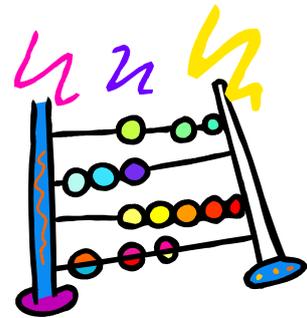
5.4.-Materiales Didácticos:

Materiales ambientales o manipulables. Denominamos así a cualquier objeto de la vida ordinaria, por ejemplo palillos, cuerdas, bolas...

A continuación citaremos una serie de materiales ambientales: la cartulina para la construcción de cuerpos geométricos; los palillos para explicar los sistemas de numeración y realizar figuras en el plano; los dados, barajas, ruletas y bolas de distintos colores para realizar experimentos aleatorios.

Materiales estructurados. Son objetos creados específicamente para facilitar el aprendizaje de la matemática.

Ábaco: instrumento de cálculo muy antiguo, consta de un marco en el que hay unos alambres con un cierto número de cuentas, sirve como recurso didáctico para el aprendizaje del sistema de numeración, recalcando el valor posicional de las cifras (unidades, decenas...)



Regletas CUISENAIRE: se emplea para adquirir la noción de números y realizar operaciones. Son una serie de regletas de madera con diferentes colores y de longitud variable.

Bloques lógicos de Dienes: el concepto de número se adquiere en un proceso de abstracción, pues los números son propiedades. Este material consta de 48 piezas clasificadas por su forma, grosor y tamaño. Lo que permite a los niños clasificar las piezas según sus atributos.

Bloques aritméticos multibase: a partir de cubos pequeños iguales se construyen distintos prismas por agrupación.

Geoplano: Es un tablero de madera en el que se encuentra clavados clavos de cabeza de madera plana formando una cuadrícula. Tiene gran utilidad para el estudio de figuras geométricas: cálculo de áreas, estudio de segmentos, comprobaciones del teorema de Pitágoras...

Calculadoras: las calculadoras constituyen un material eficaz muy motivador y ágil. En la edad temprana pueden utilizarse como comprobación de los cálculos hechos mentalmente, es aconsejable invitar a los alumnos a su exploración ya que pueden servir de estímulo a la investigación matemática.

6.- Aportaciones personales

Hoy es más importante que nunca ayudar a los niños en su esfuerzo por aprender, por apreciar y dominar las matemáticas. Nuestro mundo cada vez más afianzado en la tecnología requiere de habilidades matemáticas sólidas, no sólo en el mundo del trabajo, pero también en la vida cotidiana, y estas exigencias sólo aumentarán durante el transcurso de las vidas de nuestros niños.

Desde la escuela primaria, los niños deben comenzar a aprender conceptos básicos del álgebra, la geometría, cómo tomar medidas, las estadística y la lógica. Además, aprender cómo resolver problemas aplicando su conocimiento de matemáticas a nuevas situaciones. Deben aprender a verse a sí mismo como matemáticos, capaces de razonar matemáticamente y comunicar ideas matemáticas al hablar y escribir sobre las matemáticas.

Por eso creemos que, como futuros docentes, debemos aprender a trabajar con profesionalidad, cuando tengamos a un alumno con estas características. He aquí nuestras aportaciones personales, que creemos pueden servir para fortalecer las destrezas de los niños en las matemáticas, así como una actitud positiva hacia su estudio.

- Juego misterioso.

El profesor escoge un número entre 1 y 100. Los alumnos hacen preguntas a las que el profesor responde si o no. Las preguntas del tipo: ¿es 49?, están prohibidas, salvo cuando los alumnos no están seguros de que la respuesta será así. Las preguntas serán del tipo: ¿El número es par? ¿Está entre los 50? ¿La cifra de las decenas es 5?

- La oca matemática.

Los materiales serán los dados, las regletas o el ábaco. Ahora se trata de que un tablero expuesto se convierta en el mapa de España, correspondiéndole a cada una de las Comunidades Autónomas (delimitadas por sus correspondientes provincias) un número.

El niño elegirá una de las Comunidades Autónomas, el correspondiente profesor le dará un número determinado de regletas, en algunos casos habrá más regletas de las correspondientes, por tanto el niño tendrá que restar, y en otras habrá menos, por tanto sumará.

- El cuento de las matemáticas

En el país de los Números Naturales, había muchos ciudadanos, pero todos tenían algo en común: sólo podían relacionarse sumándose y multiplicándose entre ellos para que su país siguiera prosperando. No podían relacionarse de otra forma, restándose o dividiéndose, porque si no, serían ciudadanos de otros países.

Todos ellos eran muy positivos y siempre estaban alegres, a excepción de uno de ellos que era el 9. El 9 estaba preocupado ya que decía que todos los niños (todos los números naturales de una cifra) le podían quitar a él algo, pero que él no podía quitarle nada a los demás. Si el 1 le quitaba al 9, le daba el ciudadano 8. Sin embargo si el 9 le robaba al 1 le daba un ciudadano de otro país.

Un día se levantó y su tristeza era tan grande que su madre, la señora 45, le dijo que existían otros países donde él si podía quitarle algo a

otros niños. Entonces el 9 se decidió a hacer un viaje para visitar y conocer esos otros lugares.

Tras caminar y caminar atravesando bosques de grandes figuras geométricas, donde se encontraban flores muy bonitas como triángulos, cuadrados, círculos... Llegó al país de los Números Enteros.

En este país los ciudadanos se dividían en dos grupos: los que eran positivos, muy parecidos a los del país del número 9, que eran los gobernantes y por eso no trabajaban mucho, y los que eran negativos, que constituían la clase obrera y siempre llevaban la caja de herramientas.

Los ciudadanos de este país se relacionaban sumándose, restándose y multiplicándose, pero no se podían dividir, ya que si lo hacían tendrían que irse a otro país porque no estaba permitido (los racionales eran los únicos que podían dividirse).

El número 9 en este país se puso muy contento porque podía quitarle a otros niños. De esta forma conoció a sus tíos lejanos, que eran la pareja formada por el 20 y el 11. Ellos tenían otro hijo que era también el número 9. Sus tíos le dijeron que si aquí estaba sorprendido, caminando por unas laderas donde había unos seres muy raros, los llamados decimales (que se caracterizaban porque siempre llevaban a sus hijos con ellos, y algunos de éstos llevaban gorros), en otro país, el de los racionales, sus ciudadanos se relacionaban de muchas más formas.

Así el 9 se echó a andar por esas laderas y llegó al país racional. Al llegar allí se sorprendió, porque esos ciudadanos se caracterizaban porque eran ecológicos y para no gastar mucho combustible transportaban a sus compañeros encima de ellos en una especie de tabla. En este país sus habitantes se relacionaban sumándose, restándose, multiplicándose y dividiéndose.

En este país encontró a unos familiares suyos, que eran la pareja del 90 y el 10. Con ellos estuvo hablando y les dijo que su familia estaba muy bien.

Después de aquí el 9 volvió a atravesar las laderas de los decimales y el bosque de las figuras geométricas y llegó a su país. Aquí su madre lo recibió con los brazos abiertos y él empezó a contarle lo que había visto y que se encontró con algunos familiares suyos, pero si quieres saber más de él y de sus mundos, espérate a los cursos siguientes.

- El juego matemático

En este juego el alumno contará con una serie de números dados anteriormente por el profesor. De la misma manera el profesor dará un número al que tienen que llegar con dos números que ya tenían, a través de la operación matemática que ellos consideren más acertada para llegar a la respuesta que se les señala.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 9 \\ 4 \\ 7 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 9 \\ 4 \\ 7 \end{array}} \right\} \quad +, -, \times, / \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 9 \\ 4 \\ 7 \end{array}} \right\} = 20$$

BIBLIOGRAFÍA

Libros.

- Alan J, B. (1999) *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Temas de educación Paidós.
- Cascallana, M. (1998) *Iniciación matemática: materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Delval, J. (1995) *El desarrollo humano*. Madrid: S.XXI de España Editores.
- Díaz Godino, J, Gómez Alfonso, B, Gutiérrez Rodríguez, A, Rico Romero, L, Sierra Vázquez, M. (1991) *Área de conocimiento didáctica de la Matemática*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Hughes, M. (1986), *Los niños y los números. Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Nueva Paideia.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (2000) *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Aulas de verano. Instituto superior de formación del profesorado.
- Morata. R.S. (1979) *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Skemp, colección matemática. Versión española de Gonzalo Gonzalvo Mainar.
- Peralta, J. (1995) *Principios didácticos e históricos para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Colección Eliseo Rectus.

- Torrencillas Jover, B. (1999) *El mago de los números*. Madrid. Nivola libros ediciones.

– Orton, A. (1990) *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.

Páginas Webs.

<http://www.psicopedagogia.com/articulos/?articulo=314> (consultado el día 16 de abril). Desarrollo y educación matemática.

<http://www.slideshare.net/intereduvido/dificultad-de-aprendizaje-de-las-matematicas?type=presentation> (consultado el día 6 de abril). Dificultad de aprendizaje en las matemáticas.

<http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/02/moreno.html> (consultado el día 22 de abril). Para resolver problemas de la enseñanza matemática.

<http://www.sectormatematica.cl/revistas.htm> (consultado el día 29 de abril). Conceptos del aprendizaje matemático.

<http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm> (consultado el día 22 de abril). Enseñanza de las matemáticas.
