RAMO: PROCESOS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICA

IPLACEX
instituto profesional

UNIDAD I

LA MATEMÁTICA, SUS ORÍGENES Y FUNDAMENTOS EN LA PEDAGOGÍA ACTUAL

CLASE 01

1. ORIGEN Y EVOLUCIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

El concepto Matemáticas tiene su origen en el idioma que surge en la antigua Grecia, aunque la actividad matemática es tan antigua como la propia humanidad, ya que probablemente los primeros hombres deben haber procurado contar los elementos que había a su alrededor, como las estrellas, las piedras o, algo que se encontraba mucho más cerca, sus propios dedos. La definición del diccionario de la Real Academia Española de la Lengua para el concepto “matemática” es:

Definición de Matemática

Según el diccionario de la Real Academia Española de la Lengua el significado del concepto “matemática” es: “Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones”.

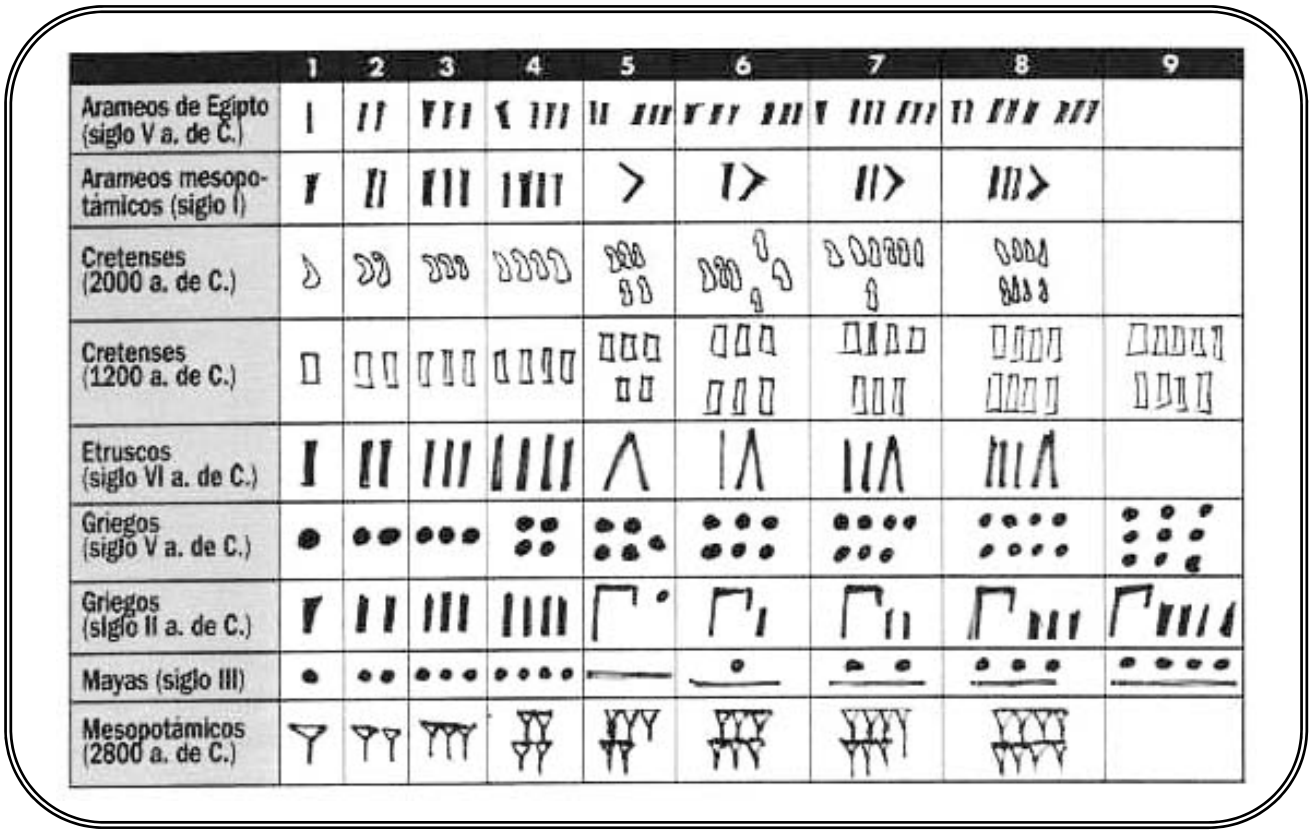
Los símbolos matemáticos, lo que representan y la manera de relacionarse entre ellos, surgen como un producto del consenso en las diversas culturas que han formado los seres humanos.

Por ejemplo

El símbolo “1” podría representar una letra o incluso podría carecer de significado; es más para un niño pequeño dicho símbolo no significa nada, es sólo una figura. Luego, la sociedad le preparará para comprender que dicho símbolo representa una cantidad determinada.

En cada cultura los símbolos que representan cantidades han sido abstractos y arbitrarios, incluso algunas culturas contemporáneas utilizan sus propios símbolos para representar cantidades, ante lo cual la ciencia matemática tendrá que deducir la manera en que dichos símbolos operan, determinar las cantidades que representan y la forma en que se relacionan unos con otros. En la figura que se presenta a continuación se pueden observar las diversas formas de representar las cantidades por medio de símbolos abstractos y arbitrarios, a los cuales cada cultura les asignó un significado determinado.

Figura Nº 1: Figuras que Representan Cantidades en Diversas Culturas



Dentro de los estudios respecto a las matemáticas se ha llegado a postular la hipótesis de que la matemática sería sólo otra forma de lenguaje escrito, por lo que los números seguirían un patrón muy similar al de las letras en su composición. Sin embargo, dichos supuestos han quedado rechazados, debido a que los notables avances en el lenguaje humano, indicado que letras y números serían parte de un lenguaje, pero dicho lenguaje tendría características y una naturaleza totalmente diferente, de manera que los han clasificado en dos tipos que son: el lenguaje natural (español, italiano, francés, etc.) y el lenguaje formal (relacionado con las matemáticas y la programación)

El comercio es la primera actividad en que, según la historia, se utilizó formalmente la matemática; curiosamente en la actualidad el mundo de las finanzas y el comercio continúa siendo una de las áreas en las que más uso se le da a esta disciplina. Otros registros históricos indican que, junto con el comercio, las matemáticas fueron utilizadas ampliamente en sus orígenes en actividades relacionadas con la geografía (medición de la tierra) y en la astronomía (para predecir acontecimientos que ocurrirían en el espacio.

La disciplina que reúne los saberes implicados en las matemáticas, representa una amplia confluencia de conocimientos que se caracterizan por compartir un determinado modo de representar el mundo real. Esto se debe principalmente a que las matemáticas surgen como una necesidad de resolver algunos problemas que surgieron a partir de la relación del hombre con el mundo que le rodea. Los seres humanos comenzaron a usar las matemáticas para encontrar explicaciones, hacer predicciones, reproducir situaciones reales y logran entregar la consistencia y el rigor que sus conocimientos científicos requerían.

Las matemáticas están muy lejos de ser una disciplina rígida ya que, por el contrario, frecuentemente se reinventa y organiza de acuerdo a los acontecimientos que le vayan afectando y a los descubrimientos que se relacionen con ella. Esta característica de las matemáticas se debe principalmente a que el saber ocupar las matemáticas es un proceso lento, que requiere de mucho estudio e investigación, para lograr descubrir las relaciones y establecer las intuiciones que permitirán descubrir la manera en que los elementos se relacionan, con lo que se podrán generalizar los conocimientos. Son muchos los estudiosos matemáticos que indican que los aspectos conceptuales como fórmulas y reglas son sólo un pretexto para iniciar la verdadera investigación que llevará a descubrir la manera de usar las matemática en forma efectiva.

Por ejemplo

El aprender a sumar de una determinada manera debiese ser solamente un instrumento para que el propio niño descubra la forma en que más le acomoda operar lo símbolos, de manera que sea el propio estudiante quien genere las estrategias y transforme las matemáticas para que le sean útiles.

El entender las matemáticas como una ciencia que está a disposición del alumno y, por tanto, es adaptable a los requerimientos que éste le solicite (siempre y cuando el estudiante se preocupe por descubrir la base de las relaciones entre los componentes de las operaciones, dejando la posición cómoda en la cual repite lo que el profesor hace) le permitirá desarrollar una serie de habilidades que trascienden a la práctica de esta disciplina, como son la investigación y los patrones de resolución de problemas, los cuales podrá utilizar en cualquier situación nueva que lo requiera, tenga ésta que ver con la escuela o no.

Se puede deducir entonces que el enseñar matemáticas con sentido es una gran responsabilidad para el educador, ya que no sólo le está entregando al niño determinados conocimientos, sino que además le está otorgando herramientas que le permitirán desarrollar estructuras mentales y nuevas formas de enfrentarse a los problemas que su realidad demande.

Luego de detallar los principales aspectos relacionados con el concepto “matemática” se procederá a entregar una breve descripción de la evolución de la disciplina a lo largo de la

historia, partiendo desde la primera cultura que comenzó a establecer relaciones entre los símbolos hasta la manera en que se utilizan en la sociedad contemporánea.

CLASE 02

1.1. Las Matemáticas en Mesopotamia

Desde sus orígenes el ser humano buscó ordenar la realidad que le circundaba, observó que todo lo que se encontraba a su alrededor se podía ordenar y formar grupos, los cuales poseían características determinadas y representaban cantidades, desde este punto de vista se podría llegar a afirmar que el hombre ha establecidos una relación matemática con su entorno desde que se constituyó como tal, por lo que las matemáticas serían tan antiguas como el mismo ser humano. Sin embargo, el origen del uso de figuras o símbolos que representaran cantidades, lo que en la actualidad se conoce como número, se registra históricamente en Mesopotamia a partir del año 5000 antes de Cristo, por lo tanto se reconoce a dicho lugar como la cuna en que fue gestado el sistema de numeración posicional, dicho sistema se sigue utilizando aún hoy en día, aunque es importante señalar que en occidente se perdió su práctica durante miles de años.

El sistema posicional que originaron los mesopotámicos presentó dos grandes ventajas respecto a los sistemas ideados por otras culturas (como la romana y la griega) para representar cantidades, dichas cualidades son:

- La simplicidad y transparencia en la representación de su símbolo.

- La forma en que se adecuan los números a la manipulación que se deba hacer de ellos.

Otro aspecto importante a considerar en el desarrollo de los números por parte de los mesopotámicos es que utilizaron el número 60 como base para formar todo su sistema de cifrado, por lo que se denomina base de numeración sexagesimal. El sistema de numeración que se utiliza en la sociedad actual se fundamenta sobre la misma idea de confección ideada en la antigua Mesopotamia, ya que los números se forman a partir de la base 10, por lo que se denomina sistema de numeración decimal. En la cultura occidental actual aún se aprecia la influencia Mesopotámica ya que la forma de medir el tiempo y los ángulos, fueron heredados a partir de los trabajos en que los astrónomos babilonios fueron expertos y pioneros.

1.2. Las Matemáticas en Grecia

La cultura griega dominó fuertemente la historia de la humanidad entre los siglos IV y II antes de Cristo; durante el transcurso de estos años, generó la mayor cantidad de conocimiento e influencia que cualquier otro pueblo haya logrado hasta ahora. Dicha

influencia también se hizo notar en el desarrollo de las matemáticas. Uno de los principales aportes de la influencia griega, específicamente de Pitágoras, consistió en definir que el universo se puede concebir como una realidad ordenada, la cual puede ser procesada racionalmente por los seres humanos, utilizando una herramienta muy eficaz para ello, las matemáticas. Esta forma de observar la realidad distaba mucho de la caótica concepción establecida por las antiguas culturas que influyeron el pensamiento de los hombres hasta entonces. La perspectiva para observar la realidad a partir de las matemáticas utilizada por Pitágoras es el sustento de la obra de grandes e históricos científicos como Galieo, Kepler o Newton, el punto común de su trabajo consiste en que: “la matemática es un instrumento apropiado para desarrollar el estudio de la estructura del mundo que se puede observar”.

Otros grandes científicos griegos que han aportado en la formación de la consistencia racional rigurosa del pensamiento matemático, al punto de convertirlo en la base del trabajo de todos los grandes científicos que han surgido a lo largo de la historia de la humanidad son Tales de Mileto, Euclídes, Arquímedes y Apolunio.

Otro gran aporte de los matemáticos griegos fue descubrir que las matemáticas tienen un carácter infinito y la correspondiente utilidad que dicho conocimiento generó para el tratamiento de los números a partir de esa fecha.

Los griegos hicieron también grandes aportes en el desarrollo de la geometría, la cual es una disciplina que surge como un intento por llevar el componente racional de las matemáticas a las complejas relaciones espaciales, durante su desarrollo los matemáticos griegos pudieron desarrollar el modelo de ciencia deductiva, el cual posteriormente logró imponerse por sobre otras alternativas. La profundidad y el ingenio desplegados por los geómetras de la antigua Grecia resultan simplemente fascinantes.

1.3. Un Largo Interludio

Después del siglo III antes de Cristo, se vivió un fenómeno en que durante un largo período el desarrollo de las matemáticas se vio estancado, por razones que aún no se tienen lo suficientemente claras. Algunos estudiosos del tema afirman que se debió al período de transición en el dominio cultural que se produjo en el traspaso de los griegos a los romanos, debido a que los científicos de Roma, al parecer, no habrían contado con la disposición a especular y filosofar. El gran legado de los romanos fueron las bases del derecho y la ley. Luego el poder sobre el occidente Europeo pasó desde los romanos a los bárbaros, quienes no contaban con el refinamiento intelectual que les permitiera disfrutar de las matemáticas u otros que permitieran entregar un aporte sustantivo al desarrollo humano. Debido a dichos acontecimientos el centro desde el cual surgieron los nuevos saberes matemáticos se situó en los pueblos del oriente, principalmente en India y Persia, donde los conocimientos afloraron con características bastante particulares y diferentes a todo lo conocido hasta ese momento, aunque sobre la gran base otorgada por los griegos del período clásico.

Cuando el imperio árabe comenzó a expandirse llegó a tomar contacto y adquirió conocimientos por parte de los griegos, situación que fue aprovechada a cabalidad, logrando combinar lo mejor de ambas culturas. Sin embargo, sería un error pensar que los árabes sólo se dedicaron a absorber los conocimientos de la cultura griega, ya que los matemáticos árabes, durante el siglo IX de la era Cristiana, comenzaron a manipular símbolos matemáticos entregando los fundamentos de una nueva y muy importante rama de las matemáticas, el álgebra. Esta nueva rama del saber no tendría un camino expedito, lo cual queda demostrado en que sólo alcanzó su esplendor y se refinó en Europa durante los siglos XV y XVI después de Cristo. Los siglos de espera valieron la pena, ya que el álgebra se convirtió en un factor determinante para el desarrollo posterior de la matemática, principalmente por el enorme avance que significó en relación a la representación simbólica del número, evitando los miles de elementos o marcas que se necesitaban antes para representar una cantidad determinada, la cual fue sustituida por una combinación (suma, resta, multiplicación y división) de símbolos (números) que establecieron una analogía por medio del consenso en su significado.

1.4. Avances en el Siglo XVII

Esta época se podría considerar la más prolífica en lo que a generación de talento matemático respecta, durante este siglo entregaron las conclusiones de sus trabajos y postulados matemáticos tan importantes como Descartes, Pascal, Newton y Kepler, sólo por nombrar algunos. Es muy difícil que se vuelva a repetir una explosión de conocimiento como la experimentada durante aquellos años, ya que hasta hoy se sigue utilizando el conocimiento que se desprende del impresionante trabajo de estos estudiosos. Gran parte de estos matemáticos basaron sus estudios en la filosofía de Pitágoras, por lo que para ellos lo más importante fue encontrar la relación matemática existente en el mundo que les rodeaba.

Es en esta época de la historia de las matemáticas cuando surgen los postulados que orientan una disciplina que recibe el nombre de “cálculo”, el cual se considera una de las creaciones matemáticas que más ha influido en la marcha de diversas ciencias. Esta herramienta fue desde el principio un potente y determinante motor de generación de conocimiento.

Durante estos años surge otra rama en el gran árbol de las matemáticas, La teoría de la probabilidad, la cual es postulada por Femat y Pascal, quienes explicaron las relaciones presentes en el complejo mundo del azar. Esta teoría surgió, al igual que otros grandes aportes de las matemáticas, como un juego y, al igual que ellos, con el tiempo se convirtió en una disciplina importante cuyo tratamiento se estructura en forma rigurosa, lo que le otorga aplicaciones prácticas muy trascendentes.

1.5. Situación en el Siglo XVIII

Durante este siglo destaca principalmente el aporte de matemático suizo Leonhard Euler, este científico escribió múltiples textos relacionados con el cálculo, la mecánica y el álgebra, dichos textos se convirtieron en un legado, por lo que han sido revisados y estudiados por miles de personas interesados en estas disciplinas, convirtiéndose en modelos para experimentar y explicarse los cuestionamientos que surgen de éstas. Pero el éxito de Euler y sus colegas contemporáneos, que refinaron el uso del cálculo para dar respuesta a dilemas matemáticos y físicos, sólo ratifica que las ideas básicas del cálculo necesitaban un desarrollo más adecuado y que se justificaran algunas de sus propuestas. Se podría decir por tanto que durante esta época no se generaron nuevos conocimientos y, es más, los que se generaron no pudieron competir con la efectividad de los antiguos postulados griegos, situación que fue comprendida sólo en el siglo venidero.

A fines del siglo XVIII y principios del siglo XIX los matemáticos franceses hicieron grandes aportes en lo que a geometría se refiere, ya que revitalizaron esta rama de las matemáticas y provocaron el surgimiento de nuevos campos de estudio, como la geometría diferencial, la geometría descriptiva y la de tipo proyectiva, las cuales se transformaron en fuentes de influencia para continuar el desarrollo de la disciplina en los años posteriores.

1.6. Las Matemáticas en el Siglo XIX

El siglo XIX tiene un eje específico, el cual está orientado al logro de la fundamentación rigurosa de los conocimientos matemáticos que obtuvieron los estudiosos de la disciplina durante los siglos precedentes, todo esto sin perder de vista que la expansión del conocimiento en el área nunca cesa, pero surge principalmente a partir de los primeros postulados, como es el caso de la geometría no euclidiana, que hace su aparición en la primera parte del siglo, cuyos construcciones geométricas contradecían los postulados de Euclides, pero tienen tanta consistencia, desde el punto de vista lógico, como la teoría generada por este científico. Este descubrimiento asombró a los científicos y a la vez abrió la puerta a la curiosidad que llevó a repensar y buscar un conocimiento más acabado de los orígenes y fundamentos teóricos de las ciencias matemáticas.

Durante este período el dominio del área científica matemática se traslada a Alemania, país natal de Gauss, cuyos aportes lo convierten sin discusiones en el talento más destacado y completo de este siglo. El espectro de conocimientos y teorías entregadas por este estudioso cubre todo el ámbito de la matemática básica contemporánea, influyendo en disciplinas tan diversas como el cálculo, el análisis, la geometría, el álgebra, la estadística y la teoría de números.

Lo que quedó del siglo XIX y XX se dedicó al estudio de las bases conceptuales matemáticas con el fin de lograr volver a fundar y entregar estabilidad a la gran construcción de conocimientos que se generó durante los miles de años de aportes teóricos fruto del

estudio detallado de científicos de todas las culturas y lugares del mundo, quienes entregaron su vida a la difícil tarea de explicar la relación existente entre los elementos que conforman la realidad humana.

CLASE 03

1.7. Las Matemáticas Actuales

El hito más importante de las matemáticas contemporáneas fue establecido en el año 1900, durante la Conferencia Internacional de Matemáticos, momento en el cual el científico matemático alemán David Hilbert una serie de 23 problemas que orientaron gran parte del posterior desarrollo de las matemáticas. Estos problemas se presentaron luego de la revisión profunda que se hizo a las bases teóricas de la disciplina durante la última parte del siglo anterior, por lo que cada vez que se logra resolver uno de ellos la comunidad matemática mundial se impacienta por conocer los detalles, ya que éstos pueden ser la fuente de profundos cambios en su concepción de su área de estudio.

El conocimiento matemático no ha estado libre de la influencia del fenómeno expansivo de saberes que se ha generado en todas las áreas del desarrollo humano durante los últimos años. Muchas teorías que se consideraron inobjetables han sido refutadas y otras que se pensaba no podían ser relacionadas se han fusionado para dar origen a nuevas teorías más completas y/o abstractas. La explosiva generación de conocimientos está permitiendo encontrar una aplicación práctica incluso a las ramas de las matemáticas que se consideraban más abstractas.

El gran aporte a la revolución de las matemáticas, y también de otras ciencias, ha sido la irrupción del computador como herramienta para facilitar el estudio, lo que ha permitido modificar profundamente los métodos de estudio, principalmente como fruto de las múltiples posibilidades de experimentación y simulación que otorga este aparato.

El uso del computador ha permitido realizar experimento y cálculos que por su complejidad y magnitud no hubiesen sido posibles sin el apoyo de este instrumento. Algunas de las virtudes más destacadas del computador al servicio de las matemáticas son su capacidad para realizar cálculos complejos a gran velocidad, la reproducción fiel de modelos por medio de representaciones gráficas, la facilidad para establecer relaciones de tiempo y espacio, entre otras.

A partir del descubrimiento del computador, se puede esperar que por medio de su uso se desarrollen conocimientos que remezan todo lo que en un momento se dio por cierto, sólo basta esperar a ver las maravillas que el uso de esta máquina puede involucrar para la humanidad, no sólo en las matemáticas, sino en cada una de las áreas de saber hasta ahora conocidas.

2. BASES NEUROLÓGICAS DE LAS MATEMÁTICAS

El cerebro humano se divide en dos hemisferios, el hemisferio derecho y el izquierdo. Cada hemisferio cerebral puede trabajar en forma autónoma, como si se tratase de un cerebro independiente, aunque existen determinadas funciones que deben realizarlas en forma conjunta. Los hemisferios cerebrales se dividen tanto las tareas como las responsabilidades que tienen en el pensamiento y ejecución de las diversas actividades que realizan las personas. En una descripción bastante breve de las funciones atribuidas a uno y otro se puede señalar lo siguiente:

- El hemisferio izquierdo: se podría considerar bajo el nombre de hemisferio "práctico y racional", ya que entre sus funciones más destacadas se encuentra el control de los aspectos relacionados con el pensamiento lógico, de la estructura que regula el lenguaje, la lectura y la escritura convencional. En esta parte del cerebro se descifran analítica y racionalmente todos los estímulos relacionados con el procesamiento de símbolos como las letras o los sonidos que forman las palabras, también se encarga de almacenar los conceptos asociados a las palabras. También se trabajan los aspectos que se relacionan con la numeración, las matemáticas y el pensamiento lógico, estableciendo habilidades como el pensamiento proporcional, el procesamiento de series, y la operatoria entre números. También se caracteriza por gobernar los movimientos de la parte derecha del cuerpo.

- El hemisferio derecho: podría recibir el nombre de hemisferio "abstracto e integrador", porque en esta parte del cerebro humano se encuentran todas las habilidades relacionadas con la síntesis de elementos, lo que quiere decir que la personas utilizan este hemisferio cuando necesita configurar una idea bajo una visión de conjunto o cundo se requiere trabajar con funciones y estructuras complejas. Se considera que su principal apoyo al pensamiento se logra cuando se requiere formar un todo a partir de la unión de las partes que conforman el conjunto, además de colaborar en aquellas tareas que requieran la utilización de conceptos superiores y el uso de abstracciones, o sea el pensar en objetos que no existen en la realidad tangible. En esta mitad del cerebro se pueden encontrar elementos asociados a las formas orales arcaicas, las cuales no se regulan por la sintaxis, sino por esquemas de sonidos y asociaciones. Es en este hemisferio donde se produce el pensamiento por asociación o analógico y la capacidad de utilizar el lenguaje simbólico, además de generar productos como los sueños, las fantasías y los componentes de la imaginación. En esta porción cerebral se procesan los movimientos que se efectuarán en la parte izquierda del esquema corporal.

La actividad cerebrar que realice uno u otro hemisferio dependerá de la actividad que éste realice.

Por ejemplo

En el caso de que la persona quiera leer, escribir o realizar alguna operación matemática que requiera el uso del cálculo, la porción de cerebro que más trabajará durante la ejecución de dichas actividades será el hemisferio izquierdo; mientras que si el individuo pretende apreciar una pieza musical, inventar una historia, meditar o crear una composición plástica, va a requerir preferentemente de una mayor actividad mental en la zona derecha de su estructura cerebral.

Es importante señalar que independientemente del hemisferio que domine las acciones en una determinada actividad, en las personas que no presentan patologías, él área que no lo está haciendo de todas formas continúa funcionando, ya que debe enviar información al área dominante. Esto se debe a que hasta en los trabajos más abstractos tienen componentes lógicos, lo mismo se produce a la inversa.

Cuando las personas no presentan alteraciones a nivel cerebral, ambos hemisferios se comunican permanentemente, esto se debe a que están unidos por un cuerpo calloso que tiene la función de actuar como una unidad coordinadora.

Las conclusiones respecto a la dominancia cerebral en las distintas acciones que ejecutan los seres humanos surgen como producto de las observaciones que se han realizado en sujetos con lesiones cerebrales, las cuales han permitido comprobar que los hemisferios y sus funciones no son equivalentes.

Por ejemplo

Existen muchos informes, en los que se ha observado a individuos que presentan lesiones cerebrales en el hemisferio izquierdo, que dan testimonio de graves alteraciones en el lenguaje y los sistemas de comunicación; mientras que en pacientes con una lesión similar en el hemisferio derecho es muy poco frecuente que se manifieste dicho efecto.

El resumen y contraste entre las mitades cerebrales y su dominancia queda reflejado en el cuadro que se presenta a continuación:

Cuadro Nº 1: Dominios Adjudicados a cada Hemisferio Cerebral

HEMISFERIO IZQUIERDO	HEMISFERIO DERECHO
Es lógico y verbal	Es intuitivo y creativo
Procesa principalmente palabras	Procesa principalmente imágenes
Divide y analiza las partes y detalles de un todo	Reúne y sintetiza las partes y detalles en un todo
El pensamiento sigue una secuencia	El pensamiento se procesa en forma simultánea
Se rige por el tiempo	Sus principios son atemporales

Aunque todas las personas usen ambos hemisferios, siempre habrá uno que domine sus acciones por sobre el otro. Siempre será importante fomentar una buena comunicación entre ambos hemisferios, de manera que se logre determinar en qué consiste una situación determinada y luego se identifique la mejor herramienta o estrategia para abordarla y superarla, sin embargo la gran mayoría de las personas prefiere quedarse cómodamente en la zona que maneja su hemisferio dominante, procesando toda la información con ésta área de su cerebro.

En la sociedad actual existe una tendencia de dominancia situada en el hemisferio cerebral izquierdo, por lo que el uso de las palabras, las mediciones y la lógica se sobreponen a la imaginación, el pensamiento divergente, la creatividad, la intuición, las sensaciones y las habilidades relacionadas con la estética y/o el arte. Generalmente, a las personas les complica el usar las habilidades relacionadas con el área cerebral derecha.

Para trabajar las habilidades que se relacionan con el aspecto lógico matemático el uso del hemisferio cerebral izquierdo debe ser quien domine las acciones, sin embargo se recomienda desarrollar e incluir habilidades implicadas con el uso del área cerebral derecha, principalmente debido a que se requiere de la abstracción y el uso del pensamiento creativo para resolver diversos problemas de tipo matemático. La operatoria matemática utiliza constantemente el pensamiento que permite trabajar sobre supuestos y elementos que no se encuentran presentes en forma concreta, situación por la cual se va a requerir las habilidades que se desarrollan en el hemisferio cerebral derecho. Se puede indicar por lo tanto que para enfrentarse en forma adecuada a las matemáticas se requiere que ambos hemisferios cerebrales dialoguen y se relacionen para lograr un trabajo óptimo.

CLASE 04

3. PRINCIPALES CORRIENTES DIDÁCTICAS DE LAS MATEMÁTICAS

A lo largo de la historia han existido muchas tendencias respecto a la mejor manera de afrontar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, algunas de ellas están presentes en la educación contemporánea; mientras que otras han sido desechadas por considerárseles obsoletas. A continuación se procederá a realizar un análisis de las principales tendencias que han dominado la didáctica de las matemáticas, presentando las características más destacadas de cada una de ellas.

3.1. El Estructuralismo

La tendencia estructuralista para la educación de las matemáticas emerge como una respuesta natural a la dificultad que planteaba la adquisición de los conocimientos para los aprendices. Esta forma de asumir la didáctica de las matemáticas se sustenta en las características propias de la disciplina, la cual se presenta como un cuerpo de conocimientos con verdades que no es necesario demostrar, debido a que son tan evidentes que se explican por sí mismas. Dichas verdades se conocen con el nombre de axiomas y son los elementos que construyen las teorías.

Esta forma de abordar la didáctica, que en su momento se conoció como “matemática moderna”, se sustenta sobre el método de procesamiento de información de tipo deductivo, por lo que primero se dedica a analizar los principios generales que regulan el conocimiento, para luego pasar a estudiar las situaciones particulares que se establecen al unir las partes componentes.

La manera de enseñar que utiliza el estructuralismo supone que “como la matemática es un sistema de conocimientos bien estructurado, cualquier problema o situación particular debe encontrar su explicación en alguna parte del propio sistema”. Al trabajar sobre axiomas los pedagogos que utilizaban este método de educación consideraban que las respuestas se encontraban en los propios axiomas y que por ser estos verdades evidentes que no necesitan ser comprobadas sólo se debía enseñar el axioma y dejar que el alumno descubriese la manera de relacionar los elementos y elaborar los conceptos que le permitiesen construir sus conocimientos.

Desde la psicología del aprendizaje el estructuralismo se fundamenta a partir del siguiente enunciado: “cuando un individuo aprende, generaliza los hechos concretos para sacar conclusiones y clasificarlos”. Además se ha demostrado que el mecanismo empleado en el funcionamiento de la memoria se basa en las asociaciones de símbolos. A partir de estas ideas se piensa que cuando el alumno es capaz de descubrir el principio que regula y orienta una determinada realidad, será capaz de generalizar y aplicar dicho conocimiento a otras situaciones similares que así lo requieran, esto se puede apreciar en el caso de que a

una persona le digan el nombre de otra y ésta comience a recordar aspectos relacionados con ella como el lugar en que se conocieron, su rostro o el grado de cercanía que les une.

Para los estructuralistas las matemáticas se rigen por el mismo principio, por lo que piensan que si a los alumnos se les enseña o, mejor aún, descubren el principio o axioma que regula una determinada propiedad éstos serán capaces de generalizarlo a todas las actividades u ocasiones en que lo requieran.

Por ejemplo

Si un alumno descubre el axioma de que el orden de los factores no altera el producto mientras multiplica, será capaz de traspasar dicho conocimiento a cualquier experiencia en la que él identifique que para resolverla requiere del uso de dicha operación matemática.

A pesar de que a primera vista la estructura del conocimiento general es similar a la estructura de los conocimientos matemáticos, las hipótesis estructuralistas se vieron afectadas cuando se descubrió que la construcción de ambos no sigue el mismo camino. Ya que en el conocimiento general el camino comenzó con la observación de los fenómenos y hechos concretos, luego de mucho esfuerzo formaron conceptos para finalmente estructurar el sistema de conocimiento; mientras que en el método estructuralista se parte del análisis de hechos concretos, para luego construir imágenes intuitivas llegando a formar conceptos en el final del proceso.

Realice ejercicio Nº 1 al 10

3.2. El Mecanicismo

En esta tendencia educativa se entiende que las matemáticas son un conjunto de reglas que se deben memorizar a fin de aplicarlas luego a problemas concretos. En esta forma de enseñar las matemáticas el profesor entrega las formulas, luego resuelve algunos ejercicios a modo de ejemplo, con lo cual sirve de modelo para establecer los pasos de resolución y luego entrega una serie de ejercicios nuevos que siguen el mismo principio para ser resueltos, con la finalidad de que se ejercite y se vayan memorizando tanto las formulas como los pasos a seguir para resolver situaciones similares, ya sean estas de tipo ficticias o reales, es decir el estudiante deberá ser capaz de reconocer las semejanzas de cada caso para determinar la forma de resolverlo que le sea más adecuada.

Este tipo de metodología podría parecer muy adecuada e incluso llegar a considerarse ideal para educar a los alumnos, ya que contarían con la orientación que entrega el modelo y

una serie de respuestas para enfrentar diversos desafíos, sin embargo al analizar los supuestos beneficios se aprecia que la estrategia, cuando se aplica en forma inflexible, en lugar de desarrollar habilidades para resolver problemas, sólo estimula las habilidades de memorización. Además no permite que los alumnos se planteen estrategias de resolución que les permitan enfrentar problemas nuevos; sino por el contrario, sólo se orientan a que el estudiante analice, busque y resuelva problemas análogos para estudiar las estrategias con las que el profesor logró dar solución al problema modelo. Esta metodología, cuando se emplea sin el criterio pedagógico adecuado, sólo introducirá en las estructuras cognoscitivas de los alumnos reglas, fórmulas y problemas ya resueltos. La repetición interminable de ejercicios modelo, no permite que el estudiante encuentre estrategias creativas para resolver los problemas, situación que le afectará profundamente cuando se encuentre con dilemas cotidianos en los que no sepa cómo aplicar el conocimiento por presentar variaciones en la comparación con los problemas resueltos por el profesor.

La metodología mecanicista se sustenta sobre los postulados del conductismo, específicamente en la corriente relacionada con el condicionamiento operante, el cual ha demostrado ser altamente efectivo en el adiestramiento de animales, para que ellos emitan determinadas conductas con la finalidad de obtener una recompensa, pero en el caso de los seres humanos se puede considerar una forma de manipulación, lo cual puede ser muy cuestionable desde el punto de vista ético. En ella no encuentran cabida aspectos como la motivación de los alumnos o la aplicabilidad a situaciones reales.

Se puede señalar sin embargo que esta metodología al ser combinada con otras más flexibles puede llegar a convertirse en una herramienta bastante efectiva para la correcta educación de los estudiantes.

3.3. El Realismo

El padre del realismo es un matemático alemán de apellido Freudenthal, quien postula la idea de que el alumno puede comprender y utilizar de mejor manera los conocimientos extraídos de esta disciplina en la medida que su aprendizaje se sustente sobre el método deductivo, lo que quiere decir que el alumno parte de la experiencia y su conocimiento de la realidad cotidiana para elaborar los modelos y teorías más amplias (el conocimiento empieza en lo particular para terminar en lo general. En este método se pone mucho énfasis en la sistematización del conocimiento.

3.4. Aspectos de las Diversas Metodologías que Favorecen el Aprendizaje Matemático

Todas las metodologías que se han planteado buscan alcanzar el mismo objetivo, que es hacer más fácil y comprensible el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos, por ello que se puede señalar que todos (algunos en mayor medida que otros) poseen argumentos y estrategias que pueden ser muy favorables al momento de enseñar los

conceptos y habilidades relacionadas con esta disciplina. A continuación se analizarán las principales cualidades de las teorías y corrientes que han demostrado ser más efectivas en este campo, de manera que el educador pueda formarse una imagen general que le permita configurar una forma personal de abordar la tarea de enseñar los saberes de esta ciencia.

Los postulados del método realista son los que, desde el punto de vista pedagógico, se consideran más apropiados al momento de abordar el proceso de enseñar y aprender matemáticas, esto se debe a que en esta teoría el alumno asume un rol protagónico, ya que debe ser muy activo al momento de conseguir su aprendizaje, mientras que el educador asume la responsabilidad de orientar el proceso, guiando al alumno cuando se desvíe del cause regular. El educador deberá estar muy pendiente de adecuar los términos empleados a la realidad del estudiante, ya que cuando se emplea esta metodología de enseñanza el propósito apunta a que sea el propio alumno quien elabore sus conocimientos, rechazando lo conceptos que hayan sido construidos en forma previa por otras personas.

En el caso de la metodología estructuralista se podría decir que su principal aporte consiste en que se entregan las matemáticas poniendo el énfasis en la rigurosidad como una característica propia de este cuerpo de conocimientos. En la matemática existen verdades que son innegables e inmodificables, de manera que se deben asumir sin poner cuestionamientos al respecto, en esto la metodología estructuralista se presenta como una herramienta muy útil para comprender las matemáticas, al igual que el modelo mecanicista bien entendido.

Es muy necesario, sin embargo, que el tratamiento de las matemáticas bajo la metodología estructuralista se realice reproduciendo y entendiendo las características del momento histórico en el que se develaron dichas verdades incuestionables, permitiendo al alumno ser él mismo quien tenga la posibilidad de investigar y sentirse el descubridor de dichas propiedades. Para ello el educador deberá poseer la habilidad de preparar el ambiente de conocimiento y las situaciones de aprendizaje, para que todo se encause directamente a la adquisición de dicho conocimiento, en definitiva el educador deberá procurar crear un ambiente similar a un laboratorio o taller, en el cual el alumno se sienta libre de experimentar para sacar sus propias conclusiones respecto a determinadas realidades.

Por ejemplo

Una clase de geometría podría comenzar exponiendo la situación que afectaba a los egipcios respecto al problema de demarcación de terrenos producto de las continuas crecidas del río Nilo. Una vez que los estudiantes descubren la manera en que esta cultura encontró solución a su problema, el educador solicita a los alumnos que piensen en situaciones de su vida cotidiana que podrían resolver utilizando la solución que encontraron los egipcios, o bien elaborando situaciones basadas en la realidad para que ellos experimenten y encuentren respuestas.

CLASE 05

Lo más importante es no olvidar el que se debe dejar atrás la tendencia a resolver ejercicios descontextualizados, los alumnos deben descubrir que las matemáticas están presentes en todo su entorno y que puede ser una herramienta útil para enfrentar los diversos desafíos que la vida cotidiana les pueda deparar.

El reconstruir las matemáticas, implica trasladarse en el tiempo hasta las condiciones iniciales de su surgimiento, el planteamiento concreto es que se debe estudiar la historia y las biografías de quienes hicieron aportes para el desarrollo de las matemáticas, este estudio muestra al estudiante que la ciencia surge y se desarrolla como una necesidad social, al contrario del mecanicismo mal entendido que presenta las construcciones en su forma acabada, se debe llegar a redescubrir las fórmulas para que el estudiante, en lugar de memorizarlas, sea capaz de obtenerlas por medio de un proceso de reconstrucción, haciendo uso de la combinación de los métodos deductivo e inductivo.

Generalmente al enseñar matemáticas se desprecia el error (para comprobar dicha situación sólo basta observar los grandes círculos rojos con los que se enmarcan en las pruebas) lo cual lleva a que se desestime su aporte a la didáctica. Cuando surgieron los conocimientos matemáticos sus descubridores no lograron alcanzarlos de manera automática y sin errores, muy por el contrario, el saber matemático surge a partir de la experimentación, cuyo proceso suele estar repleto de situaciones en que se encontraron respuestas incorrectas. El educador por lo tanto deberá asumir una postura de asistente y acompañante en el camino que lleve a los alumnos a descubrir que un problema se puede resolver por múltiples vías, señalando que algunas de ellas le llevarán a cometer errores, pero que sin duda le ayudarán a construir la ruta que lo lleve al conocimiento acabado y certero.

Se deberá superar por tanto la concepción errada del mecanicismo en la que se evaluará como correcta una respuesta que llegue al resultado que espera el docente utilizando el método propuesto por éste; por el contrario se deberá incentivar al alumno a que encuentre sus propias vías de solución, poniendo el énfasis en la explicación de los procedimientos y en la creatividad al momento de buscar resultados, sin olvidar por cierto que en las matemáticas es importante llegar a un resultado determinado. El permitir al alumno buscar maneras creativas de buscar solución a los ejercicios influirá directamente en su motivación, ya que sentirá que las respuestas no las tiene sólo el profesor, sino que él también puede encontrar algunas que el profesor no ha descubierto.

Para enfrentar el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se sugiere que tanto el método inductivo como el deductivo dialoguen en la búsqueda de un resultado. Según Piaget lo más importante en la educación es la constante situación de equilibrio – desequilibrio cognitivo en la que se encuentra el estudiante mientras aprende, ya que sobre la base de las constantes contradicciones el alumno asimila los conceptos. Cuando un alumno se enfrenta a una situación para la que no encuentra respuesta a un determinado

dilema se encontrará en un estado de desequilibrio cognitivo, una vez que descubra la forma de resolver su cuestionamiento volverá a encontrarse en equilibrio, construyendo de paso el concepto e incorporando éste a su estructura cognitiva.

Por ejemplo

A un niño se le solicita que nombre los números del uno al cien de menor a mayor. Si el niño conoce los números se encontrará en estado de equilibrio cognitivo, por lo que no le costará resolver la tarea. Cuando al mismo niño se le solicita que nombre los números primos que se encuentran en esa serie, se ve desequilibrado porque no conoce el concepto de números primos. Se le entrega por lo tanto el principio de que "los números primos son divisibles por el número uno y por sí mismos". A partir de dicha generalidad, por medio de la inducción, el alumno podrá separar los número en dos grupos, en el primero pondrá los números que cree puedan poseer las características de número primo y en el segundo los que crea que no lo son. Luego, utilizando el método deductivo se revisará si cada uno de los números cumple con la regla general. Una vez que el niño logre comprobar la regla volverá a encontrarse en estado de equilibrio y habrá incorporado a su estructura cognitiva el concepto de número primo.

Es muy importante aclarar que ninguna de las metodologías es totalmente efectiva por sí misma, ya que cada una de ella se inclina hacia el método deductivo o al inductivo, por lo que se deberá procurar tomar lo mejor de cada una de ellas para proponer y utilizar aquella que responda de mejor manera a los requerimientos del contexto en el que deba enseñar.

Por ejemplo

En el caso del estructuralismo, no se deberá procurar conocer sólo la estructura de las matemáticas, sino que se deberá también buscar las diversas formas de llegar al mismo resultado, probando múltiples métodos de resolución para un mismo problema.

Se debe volver a insistir en que tanto los ejemplos como los problemas que se empleen en la enseñanza deben ser extraídos de situaciones relacionadas con el contexto en el que se desenvuelven los alumnos. También se debe señalar que la tarea de elaborarlos y exponerlos no es exclusiva del educador, por el contrario, los alumnos deben participar activamente en dicha labor.

4. ESTADIOS DEL DESARROLLO MATEMÁTICO

Como fruto del trabajo de investigación y observación directa en el estudio de los sujetos realizado por el psicólogo experimental Jean Piaget, surge la descripción de una serie de patrones de desarrollo que son característicos de los seres humanos en las diferentes etapas que se dividen de acuerdo a edades aproximadas y se denominan estadios del desarrollo. Una de las características de los estadios del desarrollo es que siguen una secuencia y que aprovechan el desarrollo de las habilidades adquiridas en los estadios anteriores para completar, corregir o modificar las estructuras cognitivas en la que se organizan los conceptos.

Es muy importante tener presente en todo momento que las edades que se entregan para describir los estadios son sólo referenciales, ya que en el proceso de desarrollo de un niño o niña interactúan múltiples factores, tanto genéticos como del entorno, que influyen en que los procesos sean aproximados, pero no absolutamente idénticos. Por tanto, no se deberá considerar un motivo de preocupación el que un individuo de cierta edad no evidencia alguna característica descrita para el estadio evolutivo en el que se debiese encontrar. Lo más trascendental en el trabajo de Piaget es la descripción de la secuencia de desarrollo como una sucesión ordenada de períodos.

La descripción de los estadios del desarrollo propuestos por Piaget también hace referencia a la evolución de las habilidades matemáticas y el pensamiento lógico, las características de cada estadio en relación a dicha disciplina se procederá a revisar a continuación.

4.1. Período Sensorio-Motriz

Esta etapa se presenta en los niños desde su nacimiento hasta los dos años de edad aproximadamente. Durante este tiempo el niño o la niña vivirán experiencias que le ayudarán a conformar su pensamiento y desarrollarán habilidades que les acompañarán durante toda la vida. Son numerosos los estudios en los que se señala que este período es crítico para el desarrollo de la inteligencia y las habilidades cognitivas, ya que son muchas las capacidades que de no ser estimuladas a esta edad no se podrán trabajar o será difícil desarrollarlas a futuro.

Durante este período del desarrollo los niños y niñas comienzan a modificar los reflejos heredados como una forma de responder a las pautas originadas por su contacto con la realidad y sus experiencias. Los niños y niñas pasarán gradualmente de un conocimiento y experimentación de las sensaciones corporales a una relación con los objetos, descubriendo de paso las habilidades de manipulación que ellos pueden desarrollar. Hacia el final de este período logrará descubrir que los objetos siguen existiendo aunque ya no se encuentren dentro de su campo visual o de percepción, habilidad que será muy importante para desarrollar posteriormente el principio de abstracción.

Cuando el niño o niña domina sus habilidades sensitivas y motrices logra establecer los fundamentos sobre los cuales se desarrollarán todas sus habilidades a futuro, por lo que dependerá de lo bien que se estimulen dichas habilidades durante este período el que la persona logre desarrollar su pensamiento, sus capacidades perceptivas y las actitudes prácticas que utilizará durante toda su vida.

El tipo de inteligencia que se adquiere en esta etapa del desarrollo se denomina "inteligencia sensoriomotora" y tiene por objetivo fundamental el coordinar todos los estímulos que el cuerpo reciba por medio de los sentidos y los movimiento que el propio cuerpo genera para responder a aquello estímulos. Se debe señalar que en esta edad aún no existe una visión de conjunto entre ambos elementos, por lo que el niño o niña aún no desarrolla patrones motrices, así como tampoco genera una visión de conjunto.

Por ejemplo

Un niño o niña de un año aún no comprende que determinados movimientos de su cuerpo pueden generar una determinada consecuencia en su entorno, dicha concepción la adquieren por medio del ensayo y error, en una actividad tan característica como dejar caer sucesivamente un objeto para que un adulto lo recoja o empujar una pelota para hacerla rodar.

La inteligencia que se desarrolla en este estadio tiene fines absolutamente prácticos y no busca adquirir ningún conocimiento, es por ello que se le considera una inteligencia vivida, lo que quiere decir que un niño o niña no toma diferentes elementos con sus manos con la intención de aprender las múltiples posibilidades de agarre que tienen sus dedos, sólo lo hacen por el placer que le provoca el tomar aquel elemento y sentir su textura. Aunque el niño no tenga una intención de aprendizaje explícito su contacto con el mundo le entregará mucha información y conocimientos respecto a la realidad de su entorno, a su esquema corporal y a las posibilidades que le otorga el uso de éste.

Los niños y niñas que pasan por este estadio del desarrollo no logran distinguirse como un elemento individual, o que el universo que le rodea esté compuesto por elementos independientes, sino que se considera parte de un todo, se interpreta como un elemento ligado estrechamente con todo el resto del mundo circundante, a dicha propiedad de esta etapa del desarrollo se le denomina "egocentrismo".

Por ejemplo

Un acto característico del pensamiento egocéntrico se puede observar cuando los niños y niñas comienzan a llorar cuando ven a otra persona llorando, aunque ellos no tengan motivo alguno para emitir dicha conducta, esto se debe a que el niño o niña aún no logra descubrir que es un individuo y se siente afectado por la situación que le está ocurriendo a la otra persona. De la misma manera, si le duele algo no comprenderá que a quienes le rodean no les duela lo mismo que a él o ella.

Los procesos fundamentales del pensamiento que se desarrollan durante los dos primeros años de vida son la construcción de categorías para los conocimientos relacionados con los objetos, el espacio, la noción de causa efecto y la concepción de los elementos que componen la estructura temporal. Todos estos conocimientos se incorporan como situaciones prácticas o de acción y no como elementos netamente conceptuales o del pensamiento.

CLASE 06

4.2. Período del Pensamiento Pre-Operacional

A partir de la última parte de los dos años y hasta los siete aproximadamente, los niños y niñas comienzan a vivir el estadio del desarrollo preoperacional. En esta etapa la principal característica del pensamiento consiste en que la actividad mental se sustenta en la representación de los objetos y en la capacidad de anticiparse a las actividades, ambas actividades se realizan a nivel mental. En este período se distinguen claramente dos subestadios, cuyas características se describen a continuación:

- Subestadio del pensamiento simbólico y Pre-conceptual

Este tipo de pensamiento se desarrolla aproximadamente a fines del segundo año de vida y se extiende hasta que el niño o niña llega a los cuatro años. La imitación para representar acciones o sucesos, el juego simbólico, la representación en la imaginación y el pensamiento verbal, es decir, el origen del lenguaje con propósito, son elementos característicos de este tipo de pensamiento.

Es gracias a que las personas adquieren y aprenden a usar el lenguaje durante esta etapa que se logra la capacidad de volver a construir las acciones y vivencias pasadas en forma de relato o anticipar las acciones que ejecutarán mediante la representación. Esta situación tendrá directa relación con un aspecto fundamental de la capacidad mental, el

raciocinio y, por ende, será muy importante para el dominio de las habilidades relacionas con las matemáticas, dichas consecuencias son:

- Que se facilita el intercambio de experiencias, sensaciones e ideas entre los individuos, es por ello que se considera un paso fundamental en el inicio de la socialización de las acciones.

- Sólo cuando se adquiera la habilidad del lenguaje se logrará das paso al desarrollo del pensamiento, ya que el pensar se considera un lenguaje interno y se sustenta sobre la base de signos y conceptos, los cuales son los elementos fundamentales en el uso de la lengua y la comunicación.

- La interiorización de la acción, la cual hasta esta edad sólo era perceptiva y se fundamentaba en la motricidad, o sea concreta y práctica. Con la adquisición del lenguaje se logra que la acción adquiera características abstractas y conceptuales.

Por ejemplo

Antes de adquirir el lenguaje los niños sólo entendía el comer por medio de la experiencia directa o la observación, por lo que podían identificar la acción mientras observara a alguien comer o el mismo fuese quien comiera, si escuchaba la palabra comer no lograría identificar su significado. Al desarrollar la habilidad del lenguaje cuando escuche la palabra comer, podrá realizar una representación mental de la acción y la asociará a una idea, lo que quiere decir que podrá pensar en la acción.

- Subestadio del pensamiento intuitivo (4-7 años)

Es característico de los niños y niñas que comienzan a vivir entre la última parte de sus cuatro años de vida y la primera mitad de los siete años. En esta etapa los niños y niñas no han adquirido la lógica, por lo que utilizan la intuición como medio para suplirla. En el desarrollo del pensamiento intuitivo se utilizan todos los conocimientos adquiridos por medio del trabajo sensoriomotor de los primeros años.

Esta etapa se considera pre lógica, ya el niño o la niña son capaces de manejar conceptos, pero aún no logran unirlos en forma lógica para sacar conclusiones o construir los aspectos fundamentales de las nociones que conforman el pensamiento lógico. Es por eso que en el pensamiento sigue dominando el uso de la percepción por sobre el razonamiento y por la misma razón aún no logra manejar la idea de número y la cantidad que s asocia a ellos.

Para que los niños y niñas adquieran el concepto de número, a partir de sus aspectos de cardinalidad y orden deberán haber adquirido antes la noción de conservación, ya que ella

les ayudará a comprender que una cantidad no se modifica, aunque se manipulen los elementos que conforman su totalidad, siempre y cuando no se le agregue ni se le extraiga nada.

La noción de conservación puede ser adquirida cerca de los siete años, siempre y cuando los niños cuenten con instancias que les permita estimular y ejercitar tempranamente los componentes que facilitan la incorporación de dichos conocimientos a la estructura cognitiva.

4.3. Período del Pensamiento Operacional Concreto

Entre los siete y los doce años se desarrolla el estadio del desarrollo denominado “de las operaciones concretas”. Durante este período las personas son capaces de seguir las diversas transformaciones que presentan los objetos, adquiriendo la noción de conservación y el individuo consigue observar las cosas desde más de un punto de vista. Junto a esta noción se adquieren las habilidades que permiten el desarrollo de las operaciones, que corresponden a acciones interiorizadas, susceptibles de ser reversibles y que pueden ser generalizadas. Es importante señalar que la ejecución de estas acciones aún está ligada a las experiencias observables, porque para construir las operaciones aún no se puede apelar solamente a la lógica.

En la sociedad occidental generalmente los niños y niñas inician su proceso de educación formal a una edad que ronda los siete años de edad, esta situación marca un hito trascendental en la capacidad cognitiva y el desarrollo mental de los sujetos. Una de las habilidades más importantes que se logran durante este periodo es la de comenzar a establecer las bases que conformarán la difícil construcción que les permitirá acceder a la reflexión, esto se logra gracias a que las personas a esta edad comienzan a pensar antes de actuar.

Durante esta etapa los niños y niñas comienzan a aprender conceptos básicos para la elaboración del pensamiento lógico matemático, entre las que se encuentran la adquisición del concepto de número, las operaciones matemáticas (sumar, restas, multiplicar y dividir, sólo será posible una vez que la persona haya adquirido el concepto de número), las nociones fundamentales de geometría y el concepto de conjunto, entre otros muchos temas.

Cuando el niño o niña comienza a contar, generalmente no concibe los números como unidades independientes (3, 5, 8, 12…) sino que para comprenderlos deben encontrarse dentro de una serie de sucesión ordenada (1, 2, 3, 4…), incluso es posible observar que no pueden iniciar el conteo a partir de un número diferente que no sea el número uno. Otro aspecto relacionado con el número tiene que ver con la capacidad de formar los números que superan el nueve (10, 11, 12, 13…) situación que puede ser altamente compleja para los niños y niñas pequeños, debido a que ellos todavía no logran establecer las complejas relaciones del sistema decimal de conteo, el que consiste en formar grupos de 10

componentes. Los números del uno al nueve se consideran número intuitivos, ya que su secuencia y cantidad no representan gran complejidad de comprensión para quienes comienzan a adquirir los rudimentos de las matemáticas.

4.4. Período del Pensamiento Operacional Formal

Se considera que las personas acceden a este estadio a partir de los doce años y se mantienen en él durante el resto de su vida. En esta etapa se consolidan todas las habilidades adquiridas en los períodos anteriores y se adquieren nuevas formas de razonar respecto a los objetos, las realidades, hipótesis y proposiciones. Si en los estadios anteriores el pensamiento se veía limitado por la acción, por lo que sólo se tenía acceso a una realidad parcial, el pensamiento en esta etapa evoluciona y se generan múltiples posibilidades debido a que se puede sustentar sobre las ideas.

El pensamiento abstracto permite que cuando las personas se acercan a los once o doce años puedan usar símbolos que representen la realidad sin que se deban reproducir las condiciones en forma real o se usen manipulaciones concretas, lo cual facilita el uso de formulas y representa un avance notable para las condiciones matemáticas ya que para resolver situaciones complejas los niños y niñas se pueden basar en hipótesis o enunciados verbales de problemas, sin requerir del apoyo de las percepciones o las experiencias concretas.

Se debe tener en cuenta que mientras más sólidas sean las bases que sustentan el desarrollo del pensamiento operacional formal, mayores serán las habilidades que se alcancen durante esta etapa del desarrollo humano.

5. CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO

Piaget planteó que la adquisición y comprensión del número debe ser entendida desde su naturaleza, por lo que estableció una distinción fundamental de análisis entre la estructura y fuente de origen, por ello plantea que el número debe ser abordado a partir de los siguientes tres aspectos: conocimiento físico, lógico-matemático y social. El número es un conocimiento relacionado más específicamente con el aspecto lógico-matemático por lo que a continuación se procederá a realizar un contraste entre este tipo de conocimientos y los otros dos que se plantearon.

5.1. Conocimiento Lógico-Matemático y Conocimiento Físico

Según Piaget el conocimiento se encontraría dividido en dos polos que serían opuestos, aunque complementarios. Uno corresponde al conocimiento físico (relacionado con las características observables o susceptibles de ser captadas en forma tangible) y el

conocimiento lógico matemático, que sería aquel que se relaciona con la habilidad de reconocer la diferencia entre las propiedades de un elemento estableciendo relaciones y diferencias de éste respecto a otros.

Por ejemplo

Una persona recibe un dado rojo y un dado verde, cuando aprecie que los dados son duros o blandos, que tienen una forma determinada o que poseen un peso específico, estará realizando un análisis y exploración en la que se involucra el conocimiento físico; mientras que si indica que el color de un dado es diferente al otro, estará estableciendo una relación o comparación en la que utiliza el conocimiento lógico-matemático.

La diferencia entre ambos tipos de conocimiento radica en que, si bien las características de ambos dados son perfectamente observables, la diferencia no es algo que se pueda encontrar en ausencia de uno de las dos. La diferencia entre los dados es una relación que ha sido creada en la mente del sujeto, pero que tangiblemente no existe en ninguna parte, ya que si no se pone en relación ambos elementos la diferencia entre ellos no existe.

CLASE 07

5.2. Conocimiento Lógico-Matemático y Conocimiento Social

Piaget estableció también una diferencia entre la enseñanza convencional del número que reciben los niños, situación a la que denominó conocimiento social del número, y que describe específicamente la manera en que se les enseña a los niños a contar.

Algunos casos que ejemplifican la transmisión convencional de conocimientos serían el celebrar año nuevo el primer día de enero, que para saludar se puede decir hola o que no se debe hablar mientras se tenga alimento en la boca. Todos estos casos representan el conocimiento social, que tiene como principal característica el ser arbitrario, ya que se construye a partir del consenso entre las personas.

Al analizar la racionalmente los ejemplos antes expuestos se puede llegar a determinar que no existe ningún motivo físico ni lógico que impida celebrar año nuevo un 15 de marzo, es más el origen de las fechas y el propio calendario es el fruto de una convención social. Se concluye por lo tanto que para adquirir el conocimiento social será indispensable que el niño o niña recoja información de otras personas.

Se debe aclarar que el recibir la información de parte de las personas que se encuentran en su entorno no es el único requisito al momento de adquirir el conocimiento

social por parte de un niño o niña. El conocimiento social se debe sustentar en el marco lógico-matemático para asimilar y organizar la información, debido a que se trata de un conocimiento de contenidos.

Por ejemplo

Un niño adquiere por medio del conocimiento social la idea de que el día 1 de enero es día de año nuevo, pero necesitará de la asistencia del conocimiento lógico matemático para determinar cuando se encuentre en dicha fecha y lograr discriminar entre ese día del calendario y cualquier otro.

A modo de síntesis se puede señalar que ambos tipos de conocimiento, tanto el físico como el social, requieren de la asistencia del marco lógico-matemático para lograr ser construido de manera efectiva.

5.3. Aspectos a Considerar en la Didáctica de las Matemáticas

Es importante comenzar este apartado señalando que del primer contacto que tengan los alumnos con la disciplina matemática dependerá el futuro éxito o fracaso (y el gusto o el rechazo) que los niños y niñas manifiesten hacia los contenidos de esta materia, por lo que se deberá prestar mucha atención en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se lleve a cabo durante los primeros años de escolaridad. Una de las experiencias más importantes durante esta etapa es aquella que se relaciona con el aprendizaje pre-numérico.

Antes de iniciar el aprendizaje de los primeros números, el niño debe tener dominada la idea de constancia de una cantidad, es decir, ser capaz de reconocer la cantidad en cualquier estructura que se le presente. Esta capacidad surge, de acuerdo con la teoría Piagetana, en la medida que logre alcanzar ciertas conductas que subyacen a la idea de número.

Es de vital importancia, que el educador tenga un conocimiento profundo de las características psicológicas del niño en esta etapa de desarrollo, ya que ellas le permitirán justificar la importancia del uso de materiales didácticos concretos para facilitar la adquisición de conocimientos por parte de los alumnos.

Se entiende por material didáctico concreto, todos aquellos elementos que puede ser manipulado por el alumno y con el cual, interactuando directamente, se logre un aprendizaje significativo. El uso de este material en la enseñanza de la matemática, está necesariamente ligado a una didáctica activa, que corresponde a una metodología en el que el alumno se transforma en el actor principal, mientras que el material didáctico se convierte en el medio a

través del cual el niño o la niña desarrolla acciones que lo llevan a identificar y alcanzar los objetivos educativos planificados por el docente.

En el cuadro que se expone a continuación se detallan las conductas que se debe pretender desarrollar durante los primeros años de educación matemática:

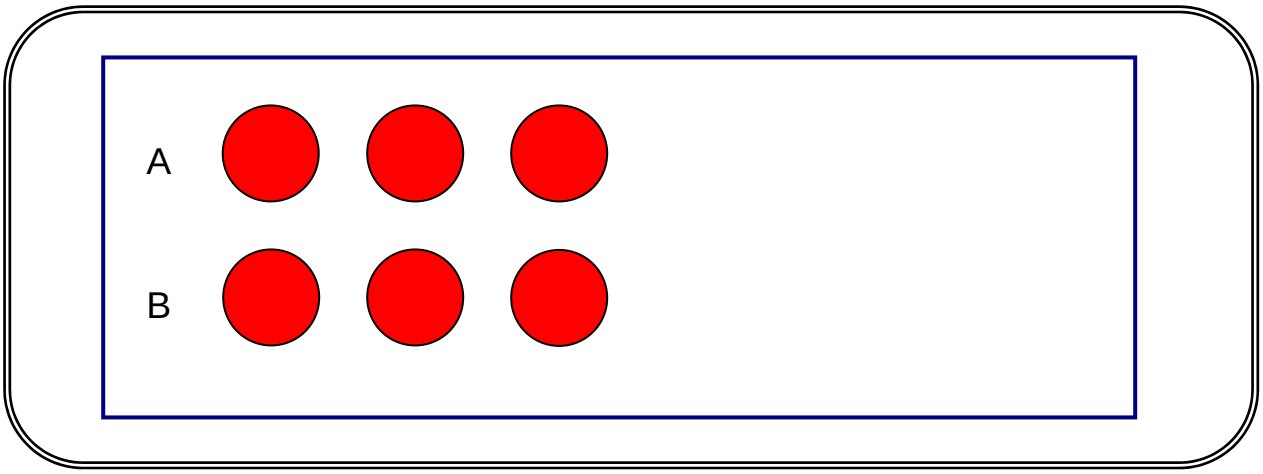
Cuadro Nº 2: Conductas a Desarrollar en los Primero años de Educación Matemática

CONDUCTA	DESCRIPCIÓN
Clasificar o hacer colecciones	Consiste en ordenar los elementos agrupándolos según una característica determinada (color, tamaño, forma, etc.)
Completar secuencias o seriar	Es completar con los elementos correspondientes loe espacios que quedan entre una secuencia siguiendo un patrón determinado o continuarla de acuerdo a un criterio preestablecido.
Establecer correspondencia término a término	Se logra formando pares ordenado de acuerdo a la similitud entre los elementos. Se sugiere que luego de formar el par se describan las características que llevaron a establecer la asociación.
Establecer relaciones espaciales	Consiste en ubicar y manejar con propiedad el espacio circundante, a través de conceptos como: abierto, cerrado; derecha, izquierda; arriba, abajo; dentro, fuera; sobre, bajo; atrás, adelante, etc.
Reconocer el principio de verificación	Corresponde a determinar si la afirmación propuesta como hipótesis o proposición es verdadera o falsa.
Establecer la relación entre el todo y las partes	Es inferir que las propiedades o características de un conjunto, o de un todo, incluyen a los subconjuntos que lo forman.

Una de las conductas más importantes a desarrollar durante los primeros contactos con los conocimientos matemáticos corresponde al desarrollo de la habilidad para conservar cantidades continuas y discontinuas. Dicha habilidad consiste en comprender que la cantidad de elementos que componen un determinado conjunto se conservan o mantienen aunque se cambie la forma, distribución en el espacio de dichos elementos componentes. En definitiva

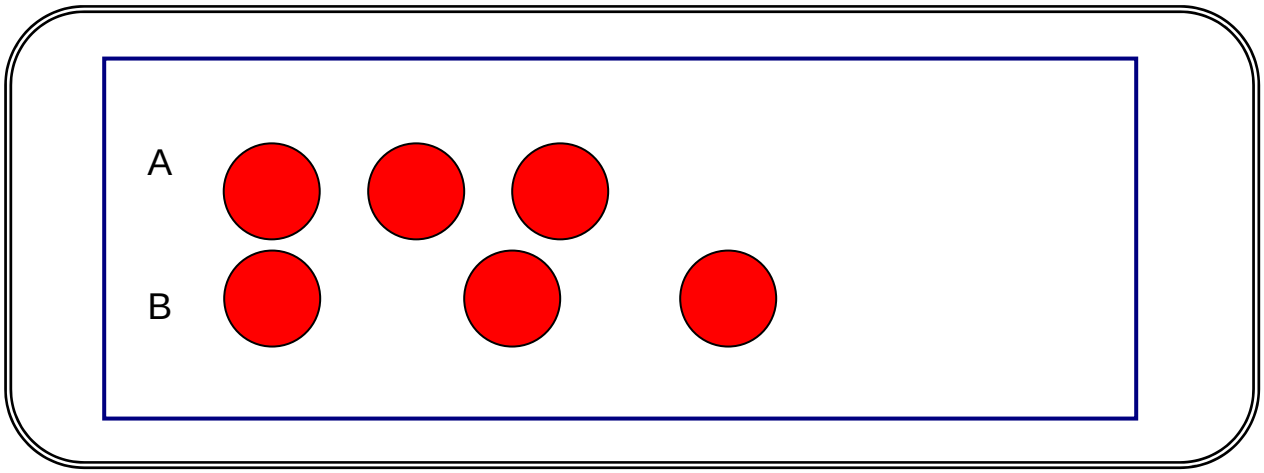
lo que se quiere expresar es que la habilidad relacionada con la conservación se logra cuando las personas comprenden que mientras no se saquen o agreguen elementos a un conjunto, la cantidad no se modifica.

Al respecto existe un conocido experimento realizado por Piaget para determinar si los sujetos poseían o no los conocimientos que fundamentan la habilidad de conservación de la cantidad, dicho experimento consiste en presentar a la persona un conjunto de elementos ordenado en dos filas, de la siguiente manera:



Los elementos, que pueden ser fichas u otros objetos, siendo importante no perder de vista que, en lo posible, las características de estos deben ser similares al compararse entre sí. Una vez presentados se pregunta cuál fila es la que tiene más objetos, ante lo que todas las personas debiesen responder que ambas poseen la misma cantidad de elementos.

Luego se procede a mostrar una nueva forma de organizar en el espacio los elementos que componen ambas filas, para lo cual se distribuyen como se muestra en la imagen que se expone a continuación:



Ante esta nueva forma de distribuir los elementos en el espacio, si se vuelve a repetir la pregunta respecto a cuál es la fila que contiene más elementos se obtendrán dos respuestas, según la persona tenga incorporada o no la noción de conservación. La respuesta de alguien que no tenga incorporada la noción de conservación será que la fila “B” contiene más elementos, mientras que el individuo que tenga incorporada dicha noción señalará que ambas tienen la misma cantidad de objetos. Generalmente la primera respuesta es emitida por niños menores de seis años de edad, siendo posible que logren resolver correctamente el dilema ante cantidades pequeñas, pero que se equivoque cuando se repite el ejercicio utilizando una cantidad mayor de elementos.

Gran parte del trabajo de Piaget se centro en la observación de fenómenos como éste, al que designó bajo el nombre de problema de conservación de la cantidad discreta. El autor postuló que la construcción del concepto de número depende de que previamente se haya estructurado una serie de capacidades lógicas entre las que se encuentran el clasificar, el ordenar y comparar. Todas estas capacidades serían desarrolladas durante el estadio de las operaciones concretas, de manera que el aprender a contar sin que se posean estas capacidades se transformará en una simple memorización, lejos de convertirse en un aprendizaje significativo o una práctica con valor educativo.

El proceso mediante el cual se elabora el concepto de número es muy lento. Comienza cuando la persona es capaz de establecer una percepción global de la cantidad, la cual se expresa bajo términos como “muchos”, “pocos” o “algunos”, entre otros. La evolución natural de estos términos dará paso a que se expresen términos relacionados con la comparación como “más que”, “menos que”, “igual que”, “mayor que”, “menor que”. El paso que sigue es muy importante y corresponde a la simbolización de cantidades por medio del uso de números naturales, sin requerir para ello de la capacidad de percepción (comienzan calculando pequeñas cantidades para luego avanzar hacia cantidades mayores), para ello tendrá que adquirir las nociones referidas a un sistema de numeración. El aprendizaje del sistema de numeración decimal no estará completamente incorporado hasta que no se alcance un desarrollo óptimo de las estructuras aditivas (suma y su proceso inverso correspondiente a la resta) y las de tipo multiplicativa (donde se encuentra la multiplicación y su proceso inverso que es la división).

El proceso de aprendizaje de los números naturales en el sistema educativo debiese, por lo tanto, seguir una secuencia similar, por lo que tendría que comenzar y acompañarse con actividades orientadas a desarrollar las capacidades lógicas por medio de ejercicios y situaciones que implican clasificación, orden y establecer correspondencia entre los elementos.

Por ejemplo

Las actividades en las que se utilizan bloques lógicos son muy útiles para iniciar el proceso de elaboración del concepto de número. Los bloques lógicos son un material didáctico que se diseña especialmente para aprender a percibir globalmente y luego desarrollar las capacidades lógicas de clasificación, seriación y correspondencia. Dicho material está compuesto por una variedad de figuras geométricas de diversos tamaños, colores, pesos, texturas, grosores, entre otras propiedades.

Por medio del uso de los bloque lógicos los niños aprenderían a comparar los grupos que originan el problema de conservación de la cantidad a partir del número de componentes y las características que tiene uno u otro, lo cual les ayudaría a resolver situaciones como que las filas “A” y “B” contienen la misma cantidad de elementos aunque se encuentren distribuidos de manera distinta o que la cantidad de greda no se modifica si se encuentra en forma de bolita o estirada como culebra.

En la figura número dos se puede apreciar un modelo de bloques lógicos, aunque se debe aclarar que este puede adoptar otras características, para responder de mejor manera a los requerimientos impuestos por las características del contexto en el que aplicarán. También es importante indicar que, si bien el modelo que se expone en la figura corresponde a un material didáctico de origen comercial, este tipo de elementos es factible de ser elaborado por el propio educador con materiales de desecho o elementos de fácil adquisición, de manera que el factor económico no represente un obstáculo para que los niños y niñas cuente con acceso a él.

Figura Nº 2: Modelo de Bloque Lógicos

La teoría de Piaget ha sido cuestionada por psicólogos como Gelman o Baroody. Dicho autores sostienen que la mejor manera de enseñar los números a los niños y niñas es incentivándolos a contar. Ellos han llegado a afirmar que las mayores complicaciones que presentan los niños respecto a la habilidad de conservación de la cantidad radican en que no poseen un conocimiento acabado de cómo se debe contar, o comparar, y no en que su pensamiento no esté capacitado para procesar los datos en forma lógica.

Los niños y niñas viven en una sociedad en que desde pequeños se les pretende enseñar a contar, es por esto que algunos autores afirman que el conteo facilita el razonamiento mediante el cual se construye el concepto de número (y no al revés como postula Piaget, quien piensa que el razonamiento debe preceder al conteo). Según estos autores cuando el niño o niña aprende a contar el proceso de determinar la cantidad de elementos que compone un conjunto se aprecia como una tarea sencilla, lo que facilita también la comparación de las cantidades que contiene cada uno de ellos. Una vez que la persona aprende a contar sólo necesitará reproducir la secuencia de palabras-números señalando que el último elemento de la secuencia corresponde a la cantidad de elementos que componen el conjunto. Estas conclusiones surgen a partir de la realidad en el desarrollo de los niños y niñas de la sociedad actual y otorgan sentido a las investigaciones que apoyan el desarrollo de actividades que implican conteo para adquirir el aprendizaje numérico. Es importante señalar que estas actividades no cuestionan la importancia del pensamiento lógico en el desarrollo del pensamiento aritmético y la adquisición del concepto de número, pero plantean una vía alternativa digna de ser tomada en cuenta.

La capacidad de contar, según esta perspectiva, seguiría una secuencia de varias etapas la que se expone en el cuadro que se presenta a continuación:

Cuadro Nº 3: Etapas de Desarrollo del Conteo Según Steffe

Nombre de la Etapa	Características
Pre-conceptual	Las palabras-números son emitidas sin seguir una secuencia y no corresponden a la cantidad de elementos que se cuentan.
Perceptual	Los niños y niñas sólo pueden contar los elementos que pueden percibir a través de los sentidos, principalmente aquello que pueden ver.
Figurativa	Los niños y niñas comienzan a contar los elementos de uno en uno para resolver problemas de adición. El movimiento es un factor importante, generalmente apuntan hacia los objetos que cuentan. Si deben sumar los elementos de dos conjuntos, generalmente comienzan contando los elementos del grupo que tenga más componentes y siguen la serie con los que tienen menos. Si a un niño en esta etapa se le pide que cuente los elementos de un conjunto que tenga seis elementos y luego se le solicita que le sume los elementos de un segundo conjunto con dos componentes, volverá a iniciar el conteo desde el primer elemento del conjunto de seis para seguir la secuencia hasta el número ocho.
Secuencia numérica inicial	Los niños son capaces de resolver situaciones de adición partiendo desde el último número de la secuencia anterior, sin tener que contar iniciando la secuencia en el número uno. En el caso de que ya sepa que un conjunto tiene cinco elementos podrá sumar contando lo elementos de un segundo grupo a partir de número seis.
Sucesión numérica implícitamente anidada	Los niños y niñas pueden contar hacia delante o hacia atrás. Generalmente prefieren contar hacia atrás cuando necesitan resolver situaciones que implican sustracción.
Sucesión numérica explícitamente anidada	En esta etapa los niños y niñas se encuentran capacitados para suma o restar, comprenden que la resta es el proceso inverso de la suma. La adición pueden lograrla sin la necesidad del conteo. En el caso de que a un niño o niña que se encuentre en esta etapa se le pida sumar cuatro y tres podrá hacerlo directamente sin contar uno a uno.

Realice ejercicio Nº 11 al 21

CLASE 09

De acuerdo a lo expuesto en el cuadro, se puede apreciar que el acto de contar, está estrechamente ligado a las operaciones relacionadas con la adición y la sustracción, esto se debe a que el aprendizaje de los números naturales corresponde más específicamente a la adquisición de la estructura que regula los números naturales, de la cual las operaciones como la adición y la sustracción son elementos fundamentales.

Por ejemplo

Para llegar a conocer la estructura del número seis se deberá partir de la base que entrega conocer el número cinco, para establecer que el seis es mayor que cinco (ya que es cinco más uno), es menor que siete (siete menos uno) y así se sigue el proceso con cada uno de los elementos que componen el conjunto de los números naturales.

Cuando los niños aún no han incorporado a cabalidad el concepto de los números pueden reproducir la secuencia, pero ello no significa que hayan adquirido la capacidad de reconocer lo que implica dicha secuencia en toda su magnitud. Esto se hace evidente cuando a un niño de aproximadamente tres años se le pide que cuente hasta cuatro, tarea que seguramente resolverá sin complicaciones, y luego se le pida que indique cuál es el número que número va antes del cuatro en la secuencia seguramente no responderá con tanta facilidad y tendrá que comenzar a contar desde el número uno para resolver el ejercicio.

Se puede señalar que como edad promedio los niños y las niñas adquieren el concepto de número entre los seis y los siete años de edad, encontrándose casos particulares en que dicha adquisición se provoca un poco antes o un poco después de dicha edad. Es muy importante indicar que mientras no adquieran el concepto de número el pretender que comiencen a establecer operaciones de cálculo matemático fracasarán, porque cognitivamente no se encuentran aptos para desarrollar dicha tarea.

6. MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA ACTUAL

Un niño o niña que llegue al final de la Enseñanza Básica, desde el punto de vista lógico-matemático, debiese ser capaz de observar e investigar el contexto en el que se desenvuelve cotidianamente, desarrollando actitudes como la curiosidad y la capacidad para

identificar los aspectos y propiedades más relevantes de los elementos que conforman su entorno cercano, determinando las relaciones que se pueden establecer entre ellos.

En este período de la educación existen ciertos aprendizajes básicos que se deben adquirir para comprender el lenguaje matemático. Al igual que es muy importante comprender los principios que regulan la operatoria, para no sólo saber ejecutar de memoria el procedimiento, sino además entender en qué consiste y cómo aplicarla en cada situación que lo requiera. Por medio del desarrollo del razonamiento lógico matemático los niños y niñas logran apoyar y consolidar los conocimientos extraídos de otras disciplinas y la manera de aplicarlos a situaciones relacionadas con la vida cotidiana y el contexto que les rodea. El uso del contexto y la vida cotidiana es fundamental, ya que un conocimiento tratado en abstracto es fácil de olvidar, mientras que uno que considere dicho aspectos se convertirá en un aprendizaje significativo.

El alumno debe aprender a hacer matemáticas de manera que le sirva para vivir mejor, para ello se deberá evitar el uso del aprendizaje memorístico irreflexivo, ya que éste no facilita, y en algunos casos no permite, la transferencia al contexto diario. Por ello se deberá dar preferencia a las actividades que estimulen el pensamiento reflexivo, crítico y creativo.

La educación matemática debiese permitir que el alumno logre desarrollarse integralmente, adquiera estructuras de pensamiento lógico y hábitos de discernimiento, además se debiese tratar de tal manera que el niño o niña reconozca a la disciplina como fruto del pensamiento netamente humano. Sin duda el buen tratamiento de las matemáticas debiese despertar la curiosidad por el mundo de los números y maravillarse ante las múltiples posibilidades que implica el análisis de los cuerpos y figuras geométricas. El profesor está llamado a desempeñar un rol fundamental en la tarea de crear situaciones en las que los alumnos puedan hacer matemáticas y encontrar en los aprendizajes adquiridos el sentido y significado que les corresponde. Para lograr que los alumnos y alumnas adquieran los conocimientos, los educadores deberán adoptar tanto su metodología como su didáctica, con el fin de que sus estrategias metodológicas respondan a la diversidad de estilos de aprendizaje que presenta cada uno de ellos.

Es muy importante que el educador nunca pierda de vista el uso de las acciones durante su proceso de enseñanza aprendizaje, ya que el alumno debe enfrentarse a experiencias de tipo físicas y también lógico-matemáticas, serán estas acciones las que le prepararán para afrontar la vida desde la perspectiva deductiva, lo cual es esencial para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Para poner en práctica el uso de las acciones, el educador deberá tener en cuenta que:

- Para que el sujeto comprenda en forma real tendrá que reinventar lo que está pretendiendo aprender.

- Haciendo se aprende mucho más que verbalizando el conocimiento.

- Deberá evitar entregar una enseñanza exclusivamente verbal, por lo que tendrá que dotar de experiencias prácticas el proceso de enseñanza aprendizaje.

- Los alumnos deben aprender que existen reglas y ellas tienen una incidencia práctica, por lo que deberá indicar sus posibilidades y límites.

- Se puede descubrir la arbitrariedad que está implicada en dichas reglas, así como las posibilidades y limitaciones al cambiarlas.

- Inculcar a los alumnos un espíritu en el que se potencie siempre la búsqueda de las mejores estrategias para enfrentar una situación específica.

- El aprender matemática es parte del desarrollo personal y social de los alumnos.

Las múltiples investigaciones han puesto de manifiesto la importancia de que los educadores que enseñan matemáticas cambien algunas de sus ideas respecto a la educación en dicha disciplina. Las matemáticas deben buscar un fin más amplio que operar números, deben procurar enseñar valores y favorecer la filosofía de la diversidad. Por medio de su práctica se debe poner en práctica las orientaciones tendientes a crear una escuela para todos, tomando como guía el marco pedagógico para la concreción de acciones en clases.

Para enseñar matemáticas el educador deberá considerar tres ideas generadoras que regulan las opciones de enseñanza:

- Considerar la diversidad como oportunidad y condición educativa

- Favorecer la enseñanza constructivista en la que el alumno sea protagonista.

- La evaluación se debe realizar sobre pautas flexibles, adaptadas y compartidas.

El entregar a la diversidad un puesto destacado en la construcción metodológica, tiene consecuencias directas, entre las que se encuentran el:

- Orientar la educación considerando que todas las personas son distintas, lo que las hace valiosas.

- La organización del proceso de enseñanza y aprendizaje se debe adecuar a las posibilidades de cada alumno, teniendo como objetivo la adquisición progresiva de autonomía, para que éste aprenda a estudiar por una motivación personal y de manera independiente.

- Tomar decisiones acerca de qué matemáticas son las adecuadas en una escuela para todos; a qué contenidos y a qué técnicas de trabajo dar más importancia.

- Aceptar la diversidad, lleva al educador a considerar la importancia del ambiente de trabajo y de ubicación social. Para ello se deberá procurar crear un ambiente que ayude y/o favorezca el cultivo de valores, de habilidades y de destrezas que sean asumidas de común acuerdo, en especial los de cooperación, solidaridad y respeto mutuo. Es en un ambiente como ese donde las matemáticas cobran sentido.

Un aula que valora las diferencias, se forma tomando como punto orientador el trabajo autónomo; en el cual cada niño o niña sea capaz progresivamente de organizarse, planificarse y llevar a cabo sus responsabilidades dentro de un clima de respeto, tolerancia y colaboración.

El papel del educador, es el de ser animador en una línea determinada, propiciando la creación de esquemas de investigación que el niño, a medida que progresa, irá aplicando a situaciones distintas y a distintos niveles.

Se puede deducir que la manera de enseñar matemáticas en la escuela contemporánea descansa en un presupuesto básico, el cual indica que todo educador junto a sus alumnos, puede ir construyendo un modo específico y propio de trabajar la matemática. Esta metodología se deberá realizar considerando las características del entorno, de los niveles y capacidades de los niños y de la dinámica del grupo.

Desde esta posición, la enseñanza-aprendizaje de la matemática se considera como una actividad de creación colectiva. El trabajo en común y la comunicación son componentes importantes para su práctica. Este objetivo es muy difícil de alcanzar, ya que se necesitan métodos didácticos variados y adaptados a cada situación o intención pedagógica. Esta metodología requiere que el educador abandone su posición de portador del saber, pero en cambio deberá estar mucho más presente y atento a ser un organizador y animador, situación que exige mucha habilidad y aptitud. Junto a las características del educador es importante prestar atención a que el número de alumnos de la clase sea apropiado, siendo recomendable que su rango se encuentre entre los 20 y los 25 alumnos.

El educador deberá procurar reinventarse año a año, de manera que su metodología siga siendo atractiva y se adapte mejor a las características evolutivas que presentan los alumnos con los cuales debe realizar su trabajo.

Al igual que en otras disciplinas, en las matemáticas, es muy importante considerar tanto la forma (cómo) como el contenido (qué). Lo que más importa en la formación de alumnos no es sólo el contenido en sentido estricto, sino la manera en que se llega a ellos, las experiencias, el ambiente vivido y el esfuerzo personal en un entorno cuyas relaciones sean motivantes. En definitiva, si se pretende que los niños y niñas aprendan de manera integral y sana se deberá optar por una metodología acorde a dicho objetivo.

Una de las tendencias generales más difundidas hoy, consiste en poner énfasis en transmitir los procesos de pensamiento propios de la matemática, más que la mera transferencia de contenidos. La matemática debe ser entendida, principalmente, como un saber hacer, o sea como una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de las preguntas, en buena parte la metodología educativa matemática se relaciona estrechamente con la psicología cognitiva, ya que esta se vincula a los procesos mentales de resolución de problemas.

La sociedad actual se transforma y cambia constantemente, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, aquellos que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, son lo más valioso que se pueden entregar a los alumnos. En un mundo científico e intelectual, que cambia tan rápido, es mucho más importante adquirir procesos de pensamiento útiles, que contenidos que rápidamente se convierten en lo que se podrían considerar "ideas inertes" o “ideas inmóviles”, las cuales no son capaces de combinarse con otras ideas para formar conjuntos de conceptos dinámicos, para abordar los problemas que genera la vida cotidiana.

CLASE 10

Otros aspectos a considerar en la educación de las matemáticas en la sociedad contemporánea son:

- Tomar conciencia de la importancia de la motivación

Las investigaciones en el área de las matemáticas se han orientado a la búsqueda de los factores que inciden en la motivación de los alumnos desde un punto de vista más amplio, para lo cual ya no se considera sólo el interés que internamente puedan provocar las matemáticas y sus aplicaciones; se trata más bien de reconocer los impactos mutuos que han provocado la evolución de la cultura y el desarrollo de la sociedad en relación con las matemáticas.

Cada vez es más clara la importancia de los elementos afectivos en el desarrollo de la mente y el pensamiento. Gran parte de los fracasos en el área de las matemáticas tienen su origen en la manera que el sujeto reaccionó afectivamente durante la adquisición de dichos conocimientos y la introducción que efectuó el educador a la enseñanza de ellos. Si los alumnos y alumnas han sido educados de manera inadecuada, no se han valorado sus esfuerzos o no se ha logrado que ellos entiendan la importancia que tiene el conocimiento matemático para su vida cotidiana, lo más probable es que generen un rechazo hacia todos los contenidos que se relaciones con dicha disciplina. Es muy necesario humanizar la educación matemática, dejando de lado la posición fría que le otorga su carácter de ciencia.

- Modelar y aplicar la educación matemática

En la educación actual existe una fuerte tendencia a entregar un aprendizaje que no se adquiera explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, sino que éstas sean producto de la elaboración sobre la base del mundo real para que la motivación sea de tipo vital.

Parece obvio, que si la educación se limita a una simple presentación de los resultados, que constituyen de manera puramente teórica, dejando a un lado los orígenes en los problemas que la realidad presenta y sus aplicaciones para resolver tales problemas, se estaría ocultando una parte muy interesante y substancial de lo que la matemática verdaderamente es. Además con ello se estaría prescindiendo del gran poder motivador que el uso de modelos y las aplicaciones poseen.

- Importancia Actual de la Motivación y Presentación

Los alumnos se encuentran intensamente bombardeados por técnicas de comunicación, muy poderosos y atrayentes, como los multimedios. Es necesario que se tenga en cuenta constantemente y que el sistema educativo intente aprovechar a fondo las herramientas que ofrece la tecnología actual, para ello se deberán diseñar actividades en las que se ocupen elementos como reproductores de video, televisores, radios, periódicos o diarios, revistas de historietas, entre otros.

La educación actual se encuentra lejos de aprovechar convenientemente las posibilidades que entregan los multimedios que la tecnología entrega en la actualidad.

Por ejemplo

Son muchos los educadores a lo que se les pide que dicten conferencias exponiendo la metodología mediante la cual sus clases de cálculo o geometría han sido exitosas, la manera en que ocupan los recursos, etc. para poder dictar estas conferencias, dichos educadores, se deben desplazar cubriendo grandes distancias geográficas, lo cual implica un considerable costo económico y una inversión de tiempo, situaciones que se evitarían si dichas conferencias se filmaran y distribuyeran de manera que pudiesen llegar a un número mayor de personas a un costo considerablemente menor.

- Fomentar del gusto por la matemática

La actividad física es un placer para una persona sana. La actividad intelectual también lo debiese ser. Cuando la matemática se orienta como un conocimiento que se construye en forma personal, bajo una guía adecuada, es un ejercicio atrayente. Generalmente cuando los niños ingresan al sistema escolar siente gusto por las matemáticas, pero a medida que se avanza en los cursos el sistema no logra mantener el

interés, debido a que se complica utilizando conocimientos de manera abstracta, que no motivan y que generalmente no responden a las características del desarrollo matemático en el que se encuentra el alumno. El gusto por la exploración y resolución de problemas cotidianos genera una motivación lo suficientemente importante como para superar el tedio que significa el resolver ejercicios. Es necesario enseñarles a los niños y niñas a sobreponerse a la idea de que la matemática es aburrida, inútil y muy difícil.

6.1. Los Impactos de la Nueva Tecnología

La sociedad actual está tan involucrada con la tecnología y los avances que la calculadora y el computador han pasado a formar parte de la realidad cotidiana. Se deberá procurar hacer un uso racional y adecuado de estos instrumentos, reconociendo que ellos son un medio, pero no un fin en si mismos, o sea, se pueden utilizar para realizar un cálculo, pero primero se deberá entender qué se está calculando y por medio de qué operación, sólo de esta manera se logrará sacar el mayor provecho a estos medios.

Son diversas las razones por las que no se utilizan los recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Entre dichas razones se encuentran el costo, la falta de preparación de los profesores, lo complejo que resulta acceder a ellos, entre otros. Se debe procurar poner el énfasis en la comprensión de los problemas y la selección de las estrategias adecuadas para resolverlos, más que en la repetición de determinadas rutinas.

Lo realmente importante será preparar a los alumnos y alumnas para que logren desarrollar un diálogo inteligente con las herramientas que ya existen y las que se crearán, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro.

6.2. La Educación Chilena Frente a la Enseñanza de las Matemáticas

El programa de Educación Matemática en Chile (subsector matemática), se divide en semestres, en cada uno de los cuales se presenta un tema que será el hilo conductor entre los diversos subsectores de aprendizaje. Este hecho permite, por una parte, estudiar el tema propuesto desde diferentes puntos de vista y profundizar en él y, por otra, se logra una coordinación entre los distintos subsectores, situación que facilita y fortalece el aprendizaje de los contenidos propios de cada uno de ellos y permite que no sean vistos por los alumnos y alumnas como aspectos separados del conocimiento, ya no se aborda cada subsector como una parte de conocimiento, sino que se pretende considerarlos partes de un todo.

El programa de Estudio del subsector de Educación Matemática, detalla los objetivos fundamentales y contenidos mínimos que orientan los aprendizajes en cada nivel (NB1, NB2, etc.), además se indican los aprendizajes esperados e indicadores que corresponden a cada semestre y las actividades genéricas que permiten su logro.

Las actividades genéricas se desarrollan a partir de cuatro ejes temáticos, los cuales serían:

- Números
- Operaciones aritméticas
- Formas y espacio
- Resolución de problemas.

El que se planteen estos cuatro ejes temáticos no significa que los contenidos correspondientes a cada eje tengan que ser abordados de manera independiente, por el contrario, se sugiere que sean tratados de manera integrada y articulada, ya que esto permite promover aprendizajes que se relacionen entre sí, con lo que se logra una visión global del trabajo matemático.

Por ejemplo

Durante la etapa de iniciación de la Enseñanza Matemática, el eje Resolución de problemas se plantea de manera que su tratamiento atraviese a los demás contenidos (transversal) y se desarrolla a lo largo de los tres ejes restantes. En el caso del eje Números, se considera fundamental elaborar una asociación entre el aprendizaje de los números en el aula y los diversos usos que se puede dar a estos en la vida cotidiana, a partir del entorno social de los alumnos. En el eje de Números, el aprendizaje a nivel oral se considera como punto de partida y, por tanto, se debe abordar antes que el aprendizaje de las cifras escritas. De este modo, al poder dejar de lado las exigencias formales que se generan a parir del lenguaje matemático escrito, se favorece que los niños y niñas avancen en sus razonamientos matemáticos y en su capacidad de establecer relaciones entre los números.

Para trabajar en el eje de Números se propone que junto con fomentar la adquisición y el aprendizaje de los números naturales como una secuencia linealmente ordenada, se le otorgue gran importancia a aprender a contar, en diversos contextos y utilizando técnicas que se relacionan con el conteo de los elementos de uno en uno y por tramos o agrupaciones, donde desatacan las de 10 en 10 y de 100 en 100. Se debe promover el desarrollo de habilidades tales como estimar, aproximar, redondear y comparar, las que se deben aplicar tanto en conjuntos de objetos como en la medición de múltiples magnitudes.

CLASE 11

Cuando se practican las habilidades que se acaban de describir, se potencia el desarrollo en el niño el sentido de la cantidad. Es importante aclarar que si bien las actividades relacionadas con la medición se tratan preferentemente en el subsector de Comprensión del Medio Natural, Social y Cultural, es en las clases de matemáticas la instancia en la que todas las medidas que se obtuvieron se organizarán y procesarán para obtener nuevas informaciones. En este sentido, es importante y necesario que se coordinen los diferentes subsectores del nivel.

No cabe duda que el aprender los números, será más efectivo y el aprendizaje se consolidará mejor cuando el proceso se sustenta en una comprensión gradual del sistema de numeración, ya que la estructura de éste es bastante compleja. Cuando no se considera este aspecto, se corre el riesgo de generar aprendizajes fragmentados, que requieren de mucho tiempo para ser adquiridos, un alto gasto de energía y que resultan difíciles de generalizar. En definitiva, se espera que tanto los alumnos como las alumnas lleguen a comprender la forma en que se estructuran los números, de manera que logren generar nuevos números a partir de la aplicación de las reglas propias que surgen del sistema de numeración.

Por ejemplo

Los objetivos del eje Números apuntan a que los niños y niñas logren captar que el orden 1, 2, 3…. se repite a partir de cada múltiplo de diez (11, 12, 13…; 21, 22, 23…; 31, 32, 33,… etc.) y que logren continuar siguiendo la secuencia hasta llegar al número 99 en el primer año y, luego, aplicando la misma estructura, avanzar en segundo año comenzando en el número 100 y continuando con sus múltiplos.

Una práctica que facilita y refuerza la comprensión del sistema de numeración decimal Es la descomposición de números en forma aditiva (que consiste en expresar un número cualquiera como la suma de otros números) es por ello que este tipo de ejercicios se introduce desde el primer año de educación básica.

Por ejemplo

La descomposición de 15 como 14 + 1 ayuda a establecer la función sucesora para generar los números, mientras que la descomposición de 15 como 10 + 5 permite ir comprendiendo el carácter decimal del sistema decimal, logrando además relacionar la posición de una cifra con su valor.

Debido a que el asimilar la estructura decimal del sistema de numeración, se transforma en una situación notablemente desafiante para los niños y niñas, conviene proponer problemas que permitan realizar una ejercitación intensiva y variada. Respecto a la estructuración decimal del sistema de numeración, el programa de estudio del subsector de educación matemática propone trabajar dicho aspecto apoyando las clases con material concreto (palitos atados con elástico, papel cuadriculado, fichas de diversos colores, dinero simulado, etc.) y organizar actividades que consideren el uso que hacen los alumnos y alumnas de los números en sus juegos y en su vida cotidiana.

Respecto al eje Operaciones Aritméticas, se puede señalar que su principal objetivo apunta a que los niños y niñas comprendan el sentido de las operaciones aritméticas de adición y sustracción, desarrollando habilidades de cálculo mental y escrito asociadas a ellas. El aprendizaje de estas operaciones, pasa por la comprensión, tanto de las acciones que pueden representar, como de la posibilidad que ellas ofrecen para determinar información numérica desconocida, a partir de información numérica conocida.

La adición y sustracción se deben enseñar planteando acciones como juntar dos o más colecciones o separarlas, ya sea por piezas o por partes; agrega o sacar objetos de una colección, comparar las cantidades de elementos que componen dos o más colecciones, entre otras múltiples actividades. Es importante señalar que las colecciones son grupos de objetos diversos, lo cuales pueden corresponder a semillas u objetos de mayor tamaño.

Es muy importante que durante la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción el alumno o alumna logre darse cuenta de que son operaciones inversas cuando se les compara entre sí (la resta es una suma al revés). Para que los niños y niñas comprendan esta propiedad se deben proponer ejercicios en que se utilicen elementos concretos para resolverlos y surjan de situaciones de la vida cotidiana.

Lo más relevante en este nivel de educación es que los niños y niñas se vean enfrentados a problemas que surjan de diversas situaciones relacionadas con la vida cotidiana y que puedan resolverlos, para lo que se procurará que adquieran procedimientos de cálculo rápidos y eficaces. Para ello se propone que el proceso de aprendizaje de cálculo se una a la adquisición de los números de manera que ambos procesos se complementen y refuercen.

En una etapa inicial, el profesor o profesora orientará a los niños y niñas para que representen los números involucrados en las situaciones problemáticas mediante objetos manipulables concretos o dibujos simples, y recurran a sus propios procedimientos, apoyándose en el conteo, para obtener la información que desconocen. Gradualmente, comenzarán a utilizar el cálculo mental y a apropiarse de la simbología asociada a la adición y a la sustracción para, en segundo año, adquirir procedimientos de cálculo escrito.

El programa, asigna un lugar importante al aprendizaje de procedimientos de cálculo mental, llamado también cálculo oral. Estos procedimientos, se basan en la memorización de

algunos resultados y en la capacidad de descubrir rápidamente otros resultados, a través del manejo intuitivo de propiedades de los números y de las operaciones aritméticas. En el siguiente cuadro se presentan algunas de las deducciones que podrán adquirir los niños y niñas por medio de la práctica del cálculo mental.

Aspecto a reconocer	Ejemplo
Estrategias más apropiadas para hacer cálculos	El niño o la niña descubre que 7+ 8 es lo mismo que 7 + 3 + 5
Acceder a resultados aún no memorizado, a partir de resultados conocidos	El niño o niña razona si 7 + 2 son 9; entonces 70 + 20 deben ser 90
Ir tomando conciencia de las propiedades que subyacen a procedimientos alternativos de cálculo	En el caso de 3 + 8 da el mismo resultado que 8 + 3 ó sumar 3 y restar 2 a un número determinado da el mismo resultado que 1 a dicho número.
Resolver problemas cuya simplicidad en las relaciones de los números implicados permite una respuesta rápida	¿Cuánto vuelto debe recibir pepito si compró un lápiz que vale $70 con una moneda de $100.

La posibilidad de calcular mentalmente en forma eficaz, contribuye a desarrollar en los estudiantes sentimientos de confianza en su capacidad de aprender matemáticas.

Después de adquirir la capacidad de calcular mentalmente, se aborda el cálculo escrito, como una forma de ampliar la capacidad de cálculo, de reducir la necesidad de mantener en la memoria los datos iniciales y los resultados intermedios y de enfrentar cálculos más complejos. El aprendizaje del cálculo escrito, se inicia por medio de los registros informales que hacen los alumnos durante el cálculo mental, para aumentar su capacidad de su memoria.

Es fundamental, que los alumnos y alumnas establezcan relaciones entre el estudio de las operaciones de adición y sustracción en el aula y su aplicación en prácticas sociales habituales, ya que esto les permitirá abordar en la escuela problemas en los que utilizarán dichas operaciones para ampliar y precisar su conocimiento de la realidad. Además entregará a los alumnos y alumnas las herramientas que le permitirán desenvolverse con mayor autonomía en una realidad social tan rica en información numérica como es la realidad de la sociedad contemporánea.

En el eje Formas y Espacio, la tarea más importante a desarrolla durante el primer año de educación básica corresponde a entregar a los niños y niñas un conjunto de experiencias que les permita reconocer la diversidad de formas de los objetos que les rodean, establecer relaciones entre ellas y considerar tanto las figuras como las formas geométricas, una idealización de las formas que componen el mundo real. De la misma manera, se busca entregar un apoyo para desarrollar los procesos que conducen a los alumnos y las alumnas a estructurar el espacio y lograr desenvolverse mejor en él, orientarse, usar referentes, comunicarse con otros, etc. Un conocimiento relevante en este campo, es lograr que los niños y niñas reconozcan que la descripción de la posición de un objeto, depende del punto de referencia que se considere para describirlo.

Cuando ya se hayan logrado establecer las bases que permiten al niño y a la niña ubicarse espacialmente, se procede a estudiar las formas geométricas, comenzando por los cuadrados, rectángulos y triángulos, en el área de las figuras planas, y los cubos y prismas rectos, en el aspecto de los cuerpos geométricos. Los aprendizajes fundamentales, se relacionan con la identificación de los elementos que conforman a figuras y cuerpos, con el reconocimiento de relaciones de posición y de medida entre estos elementos, y con la visualización y anticipación de las formas que se pueden obtener poniendo una sobre otra (yuxtaposición), separación y cambios de posición de formas básicas.

Las figuras y los cuerpos geométricos indicados, son fuente de observación y de experimentación, a partir de objetos que tengan dichas formas o formas parecidas a ellas. Para esto, es importante que los objetos y materiales didácticos que se usen, sean muy variados en tamaños y relaciones entre sus medidas y que los alumnos tengan múltiples oportunidades de construir objetos a partir de consignas específicas.

El eje Resolución de Problemas atraviesa los tres ejes que ya se describieron; esto se justifica debido a que la resolución de problemas se transforma en el núcleo central de la actividad matemática y, por esto, debe ocupar un lugar importante en el aprendizaje de esta disciplina, incluso desde los niveles más elementales de conocimiento.

En este eje, se diferencian claramente dos aspectos, los cuales se describen a continuación:

- El primero se relaciona con el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas, para lo cual se propone que los niños y niñas se apropien de los aspectos básicos implicados en las etapas del proceso de resolución, y en el desarrollo de la confianza de la propia capacidad para formular y resolver problemas.

- El segundo aspecto, se refiere al tipo de problemas que los niños deben resolver, los que deberán tener relación con los contenidos de cada uno de los otros ejes, y no sólo con el eje de Operaciones aritméticas.

CLASE 12

La práctica sistemática de la resolución de problemas, debe promover en los alumnos y alumnas el desarrollo progresivo de competencias tales como:

- Reconocer un problema al interior de una situación y aceptar el desafío que implica la búsqueda de su solución.

- Apropiarse de la situación, relatándola, representándola concreta o gráficamente.

- Identificar preguntas e informaciones dadas.

- Decidir cómo resolver el problema.

- Explicar lo que se busca y estimar soluciones posibles.

- Enfrentar la resolución del problema seleccionando las informaciones útiles, construyendo procedimientos y/o utilizando (o adaptando) procedimientos conocidos, escogiéndolos tanto en función de las características del problema como de sus propias capacidades, conocimientos y formas de razonamiento.

- Encontrar una o varias soluciones, verificarlas, discutirlas y evaluarlas en función de las hipótesis iniciales.

- Considerar el problema resuelto como punto de partida para el planteamiento y resolución de otras situaciones problemáticas.

7. EL PAPEL DEL JUEGO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Desde sus inicios la matemática ha estado ligada a componentes lúdicos, es por estos componentes que dicha disciplina se ha reinventado, surgiendo una gran cantidad de creaciones a partir de ella.

El destacado sociólogo J. Hunizaga describe en su obra “Homo ludens” las características particulares del juego. En ella se indica que el juego es:

- Una actividad libre, lo que quiere decir que se pone en práctica sólo por el placer que genera, porque no busca alcanza un objetivo determinado.

- Una práctica que contribuye al desarrollo del ser humano. Esto se puede apreciar en que los niños y las niñas mientras juegan adquieren patrones que le prepararán para la vida; Los adultos también juegan y al hacerlo experimentan sensaciones de libertad, se evaden y se relajan.

- Una actividad que requiere de un trato serio y sistemático; la peor forma de arruinar el aporte que otorga el juego juegos es no tomarlo en serio.

- Es una actividad que causa placer observándola y participando de ella.

- Una práctica en la que desaparecen las relaciones espaciales o temporales convencionales.

- Una actividad que genera lazos especiales entre quienes lo practican.

- Una actividad que permite a las personas desarrollar la creatividad y la fantasía. A través de sus reglas crea un nuevo orden, una nueva vida, llena de ritmo y armonía.

La matemática y el juego comparten muchas características en común, así como también tienen características similares en su práctica. Esto es especialmente interesante, al cuestionarse respecto a los métodos más adecuados para transmitir a los alumnos el profundo interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar, proporcionando un primer acercamiento respecto a los procesos más utilizados en dicha disciplina.

Todo juego comienza entregando: una introducción, en la que se describe una serie de reglas; y un determinado número de objetos o piezas, cuya función en el juego se define de acuerdo a las reglas. De la misma manera se puede proceder para establecer una teoría matemática cuya definición se deba deducir. En un juego se puede incluir un problema matemático, utilizando para ello una especie de historia que surja de experiencias cotidianas.

Para que un jugador llegue a dominar los principios de un juego debe comenzar adquiriendo algunas técnicas simples, las cuales por medio de la repetición logrará refinar para llegar a dominar la práctica que éste implica. El mismo principio regula la adquisición del conocimiento matemático, correspondiendo a la fase en la que el estudiante trata de asimilar y hacer profundamente suyos los grandes teoremas y métodos que han sido creados a través de la historia.

Más tarde, en los juegos más sofisticados, donde la reserva de problemas nunca se agota, el jugador experto trata de resolver de forma original situaciones del juego que nunca antes han sido exploradas. Esto corresponde al enfrentamiento en matemáticas con los problemas abiertos de la teoría.

Finalmente, hay unos pocos que son capaces de crear nuevos juegos, ricos en ideas interesantes y en situaciones capaces de motivar estrategias y formas innovadoras de jugar.

La matemática y los juegos han entrelazado sus caminos de manera frecuentemente a lo largo de los siglos. Es frecuente encontrar en la historia de las matemáticas pasajes relacionados con la aparición de una observación ingeniosa, hecha de forma lúdica, que ha conducido a nuevas formas de pensamiento.

El gran experto contemporáneo en el análisis de la relación entre matemáticas y juego es Martin Gardner, ha presentado una serie de juegos para despertar el interés de los estudiantes por la disciplina matemática. Él expone la fundamentación de su trabajo por medio del siguiente enunciado: "Con seguridad el mejor camino para despertar a un estudiante, consiste en ofrecerle un intrigante juego, un puzzle, un truco de magia, un chiste, una paradoja, pareado de naturaleza matemática o cualquiera de entre una veintena de actividades que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas".

El científico matemático se aproxima a su conocimiento con el mismo entusiasmo por el descubrimiento y la exploración con que un niño o niña se acercan a un juguete o comienza a conocer las reglas que orientan un juego. Es así como la pregunta respecto a las razones por las que no se ocupa dicho conocimiento para hacer que lo niños y niñas exploren el mundo de las matemáticas surge de manera obvia debido a que tiene fundamentos más que suficientes para justificar su práctica.

Diversas investigaciones han puesto en evidencia el beneficio que implica el acercamiento a las matemáticas por medio del juego, cuya principal manifestación consiste en la potencia que este recurso tiene para indicar al alumno la posición correcta que debe adoptar el alumno para enfrentarse a los problemas matemáticos. Será importante, por lo tanto, que el subsector, con sus contenidos y objetivos se traten utilizando un componente lúdico considerable, ya que las matemáticas son en sí un gran y sofisticado juego.

Realice ejercicio Nº 22 al 30

RAMO: PROCESO DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICA

UNIDAD II

DESARROLLO DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS

CLASE 01

1. LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS

En términos generales, el aprendizaje se concibe como un proceso mediante el cual las personas integran en sus esquemas de conocimiento previos, un nuevo conocimiento, pudiendo incluso llegar a modificar los esquemas previos.

La matemática se considera como una ciencia lógico-deductiva, no obstante, muchos también la conciben como un arte. En efecto, el estudio de esta ciencia se basa en los números y símbolos, que se encuentran dentro de algunos conceptos primarios, tales como la unidad, el conjunto, la correspondencia, el punto, la recta, el plano y de axiomas, esto quiere decir, de verdades absolutas, que no dan cabida a duda. Pero el real objetivo, de la enseñanza de las matemáticas es que los alumnos sean capaces de aplicar conceptos, de resolver problemas y de desarrollar habilidades que les ayuden a desenvolverse con las capacidades necesarias que requiere la sociedad en la que se encuentra inserto.

De acuerdo a lo anterior, el "aprendizaje matemático" se relaciona estrechamente con ciertas habilidades que el niño debe adquirir en las distintas etapas de su desarrollo, las cuales le permitirán utilizar diversos procedimientos y métodos que facilitarán el manejo de instrumentos, la realización de cálculos, de estimaciones y la aplicación de fórmulas. Tales habilidades, a través del tiempo se irán automatizando, transformándose en procedimientos rutinarios y algorítmicos.

No obstante, con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el Ministerio de Educación se ha preocupado de realizar cambios en la Reforma Educacional Chilena, enfocándose en la adquisición del conocimiento y la comprensión de la matemática, donde la información y manejo del conocimiento, juegan un rol fundamental. Siguiendo con lo mismo, se ha enfocado en el saber hacer, saber juzgar y valorar, centrándose en la habilidad de comunicación, de investigación y en la resolución de problemas, pensamiento crítico, pensamiento en sistemas y trabajo en equipo.

En la enseñanza de las matemáticas, los aprendizajes se deben dividir en función de ocho categorías que se relacionan entre sí, éstas son:

- La numeración
- El cálculo
- La resolución de problemas
- La estimación
- El uso de instrumentos tecnológicos
- Las fracciones y los decimales
- La medida
- Las nociones geométricas

Estas categorías se pueden reducir a tres aprendizajes básicos:

- Aprendizaje de las nociones y procesos básicos que se encuentran en la base de los aprendizajes aritméticos y geométricos.
- Aprendizaje de la numeración y del cálculo.
- Aprendizaje de la resolución de problemas.

Este último aprendizaje, es actualmente el corazón de la matemática; es el método más utilizado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de enculturación, los cuales se definen a continuación:

Definición de Aprendizaje Activo

Este principio se relaciona directamente con el aprender haciendo; es decir, bajo este mecanismo el alumno no es un mero receptor de la información que ha sido entregada por el profesor; sino más bien tiene una participación directa en el proceso de aprendizaje, materializada a través de la experiencia, en la que el alumno se enfrenta a problemas reales, así como al desafío de hallarles una solución.

Definición de Enculturación

Se refiere a aquel proceso a través del cual una cultura determinada enseña a los individuos, mediante mecanismos de socialización, las pautas de conducta que rigen en la sociedad, de manera tal que dicho individuo, en base a las normas, principios y valores compartidos, se convierta en un miembro aceptado por la sociedad.

1.1. Conceptos Básicos de las Matemáticas

Dentro de las matemáticas, existe un conjunto de conceptos básicos que sirven de base para otros aprendizajes más complejos, constituyéndose además en expresiones verbales que sirven de medio de comunicación entre los agentes partícipes del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los conceptos básicos están definidos por los cuantificadores, las relaciones espaciales, las temporales, etc.; y el buen uso o dominio de estos conceptos, influye en el correcto aprendizaje de los alumnos.

En relación con los aprendizajes matemáticos, se suele destacar habitualmente, el papel central de los denominados cuantificadores, o conceptos básicos de la codificación de

la cantidad. Estos cuantificadores son conceptos que se utilizan para realizar aproximaciones de cantidad, como por ejemplo mucho o poco, nada o todo, algunos o ninguno, etc., como también para comparar, por ejemplo, más que, menos que, tanto como, etc., además entran en esta categoría las transformaciones que afectan la cantidad, como poner, quitar, añadir, repartir, etc.

No obstante, los cuantificadores no son los únicos conceptos básicos relevantes en los aprendizajes matemáticos; también son esenciales las relaciones espaciales tales como, delante o detrás, arriba o abajo, izquierda, derecha, encima, debajo, más arriba, más abajo, etc.; y las temporales, antes o después, primero, segundo, tercero, ni primero ni último, etc., que constituyen la expresión verbal del nivel de desarrollo de la organización espacio-temporal a partir de la cual el niño puede afrontar al menos, ciertos aspectos de la noción de número, de las operaciones aritméticas y, sobre todo, los aprendizajes relacionados con la geometría.

Por ejemplo

A través de la relación temporal, el niño puede desarrollar la noción de orden, sucesión y continuidad. Así, por ejemplo, a través de dibujos y símbolos los niños podrán graficar las actividades que desarrollan diariamente, en forma secuencial. De esta forma, mediante la relación temporal tendrán una noción de lo que han hecho primero, segundo, tercero, etc., durante el día.

Asimismo, a partir de la relación espacial, el niño podrá establecer comparaciones entre dos o más figuras geométricas; pudiendo identificar cuál de ellas se encuentra más cerca o más lejos, cuál es más grande o pequeña, etc. Así, también, la noción espacial resulta fundamental, puesto que ayuda a que el niño se oriente en el espacio a partir de su propio cuerpo —por ejemplo, estoy cerca de la pizarra; estoy a la derecha de Juan y delante de Pedro, etc.—.

Respecto a las dificultades que pueden presentar los niños en relación a los conceptos básicos mencionados; generalmente los alumnos de primer ciclo[1] son quienes presentan problemas, al no utilizar correctamente estos conceptos; sin embargo, no es raro encontrar alumnos de cursos superiores que presenten más de alguna dificultad en esta área.

Por tal razón, se han diseñado una variedad de programas de mejora del funcionamiento intelectual, ideadas para alumnos de 12 a 14 años, que incluyen como contenidos específicos, el desarrollo de la capacidad de ordenación del tiempo y el espacio, además de otros destinados a la automatización del procesamiento de las series numéricas.

[1] *Primer ciclo:* Involucra a los niños de primer a cuarto año básico.

1.2. Operaciones Lógico-Matemáticas

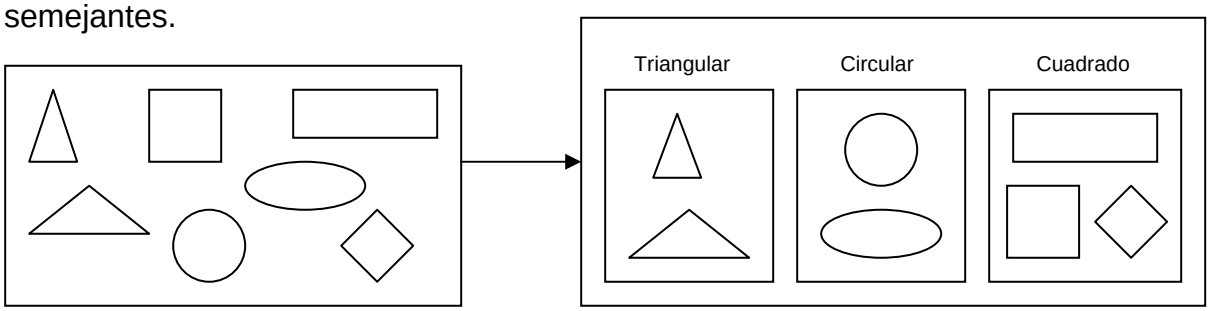
Las operaciones lógico-matemáticas, se relacionan con la acción y manipulación que el niño hace sobre un objeto y las relaciones que a través de su actividad establece entre ellos. Estas operaciones comprenden los procesos de clasificación y de seriación, las cuales son el fundamento de la noción de número, ya que éste nace de los resultados de tales operaciones.

Los aprendizajes matemáticos elementales se basan en la construcción de un tipo de pensamiento lógico a partir de las formas "prelógicas" del pensamiento intuitivo, sugiriendo que los procesos mentales pre-requisitos para una correcta iniciación en las matemáticas, están constituidas por las siguientes nociones:

a) Clasificación: es cuando se agrupa a los objetos en función a ciertas características generales; en este sentido, los elementos se pueden agrupar de acuerdo a las semejanzas o diferencias que presente.

Por ejemplo

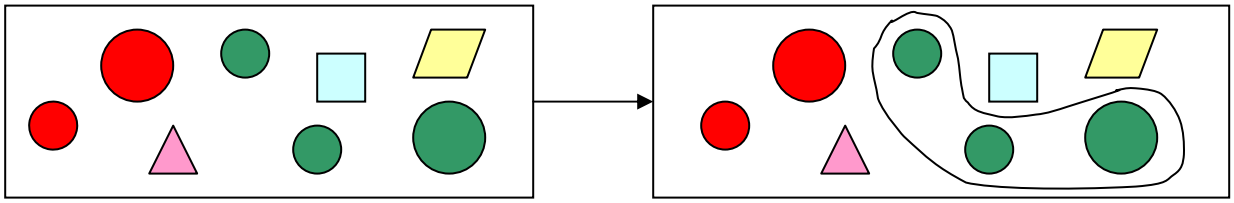
De acuerdo a las siguientes formas; el niño puede agrupar los elementos semejantes.



b) Inclusión: es la capacidad de jerarquizar mentalmente las agrupaciones de dichos elementos. En otras palabras, la inclusión permite establecer la relación entre una subcategoría y la categoría de la cual forma parte.

Por ejemplo

Considerando las figuras que se presentan a continuación, el niño desarrollará la relación de inclusión al encerrar en una cuerda los círculos “verdes”.



c) Seriación: es la capacidad de ordenar mentalmente los elementos u objetos. No obstante, no sólo permite separarlos de otros, sino que también los ordena, en base a alguna característica, de acuerdo a un criterio de magnitud (por ejemplo, de mayor a menor, de creciente a decreciente, de grande a chico, etc.).

Por ejemplo

Suponga que en un curso de 5 alumnos, los niños presentan las siguientes estaturas, quienes deben ser ordenados desde el más alto al más bajo:

Bárbara	1.60
Alicia	1.54
Pabla	1.50
Elizabeth	1.63
Esperanza	1.55

→

Elizabeth	1.63
Bárbara	1.60
Esperanza	1.55
Alicia	1.54
Pabla	1.50

Como se puede observar, en este caso, el alumno ha ordenado a los niños de acuerdo al más alto del curso, al más bajo. Esto da origen al aspecto de orden, y al uso apropiado de tales términos.

De la seriación se desprende que, cuando el niño no ha adquirido este conocimiento, será difícil que pueda comprender lo que es una cantidad; es decir, determinar dónde hay más o menos de algún objeto o elemento. Del mismo modo, tampoco entenderá la noción de número, series ordenadas de símbolos que representan cantidades distintas; así el tres es menos que el cinco, pero más que el uno.

La seriación, presenta dos propiedades elementales: la transitividad y la reversibilidad, las que hacen referencia a los siguiente:

- Reversibilidad: se refiere a la capacidad de representar mentalmente el proceso inverso a una transformación observada. Es decir, consiste en establecer, de manera simultánea, dos relaciones inversas, en donde se considera a cada elemento u objeto mayor que los siguientes y menor que los antecesores.

Por ejemplo

Al considerarse la siguiente serie de números 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se puede decir que: (1, 2, 3) < 4 y 4 < (5, 6, 7).

- Transitividad: consiste en la capacidad de relacionar mentalmente dos elementos o agrupaciones que no se han comparado directamente, sino que tal asociación se deduce a partir de otras relaciones establecidas perceptivamente.

Por ejemplo

Si A es mayor a B, y B es mayor que C; entonces, A será mayor que C. Como se puede observar, la relación entre A y C no es directa, no obstante, se logra deducir por medio de la transitividad.

d) Correspondencia: se refiere a aquella capacidad de asociar mentalmente procesos o agrupaciones iguales.

Por ejemplo

Para establecer una relación de correspondencia, se puede solicitar al niño que junte los dedos de la mano derecha con los de la izquierda; de este modo, podrá darse cuenta que cada mano tiene el mismo número de dedos.

e) Conservación: se refiere a aquella capacidad mental de retener una cantidad, aún cuando no esté presente o sufra transformaciones (en la disposición de sus partes o en su forma). El aprendizaje de esta noción se identifica por el logro de un manejo en la estructura de razonamiento, cuya característica esencial es su reversibilidad.

Por ejemplo

Suponga que se muestra a un niño un recipiente con un litro de agua, el cual se encuentra dispuesto en una botella. Luego, dicha agua es vertida en una fuente plana. En este caso, los niños que logran comprender que aún cuando existan transformaciones en la forma del elemento, la cantidad de agua sigue siendo la misma; esto es lo que se denomina noción de conservación.

Por lo anteriormente señalado, cabe indicar que la adquisición del concepto de número tiene relación con la comprensión de los conjuntos que implicarían el uso implícito, o no, del principio de correspondencia, que incluirían también los principios de conservación, de clasificación e inclusión. Además, de la comprensión de las relaciones de orden entre los objetos, supondría el uso implícito, o no, del principio de seriación.

La real importancia de colocar énfasis en el desarrollo de las operaciones lógico-matemáticas en los niños, es que son un prerrequisito en la adquisición de la noción de número, ya que en esta noción, influyen las experiencias infantiles de conteo y las actividades ya sean de tipo escolar o no, que tienen que ver con la verbalización o cuantificación de la realidad que rodea a los niños.

Realice ejercicios nº 1 al 10

CLASE 02

2. LA NOCIÓN DE NÚMERO Y EL SISTEMA NUMÉRICO

Antes de comenzar el estudio de "La Noción de Número y el Sistema Numérico", es necesario aclarar que ambos conceptos, deben ser enseñados conjuntamente con los símbolos que expresan relaciones entre los números (<,>,=,+…) ya que son aprendizajes profundamente relacionados entre sí, sobre todo por el nivel de representación que exigen del sistema cognitivo.

2.1. Adquisición de la Noción de Número

Según las teorías psicogenéticas de Piaget, sicólogo suizo, que publicó estudios sobre la psicología infantil, y creó la teoría del desarrollo cognitivo, la cual evoluciona mediante cinco estadios; plantea que la adquisición de la noción de número, es el resultado de un proceso gradual, una adquisición progresiva relacionada con la experiencia de atender a las cantidades de las cosas a través del conteo y de las actividades asociadas al mismo.

En este mismo sentido, para los sicólogos Gelman y Gallistel, tales experiencias de conteo ponen de manifiesto que el aprendizaje de la numeración, implica la elaboración de cinco principios por parte del niño, los cuales se muestran en el siguiente cuadro.

Cuadro Nº 1: Principios empleados en la Adquisición del Conteo, según Gelman y Gallistel

Principio	Característica	Edad
De correspondencia uno a uno	Conlleva la coordinación de dos procesos; la partición y la etiquetación. El primero, consiste en mantener en mente dos grupos de objetos: los contados y los que aún no han sido contados; y el segundo, corresponde al empleo de etiquetas o nombres, para designar a los objetos que se encuentran en un conjunto determinado; es decir, en este proceso el niño asigna un número a cada objeto. Por lo tanto, en esta etapa aparece el conocimiento del nombre de los números, no obstante, es necesario aclarar que dicho nombre no conlleva la *"noción"* de número.	Este proceso comienza a desarrollarse a partir de los dos años.
De orden estable	Requiere establecer una secuencia de palabras numéricas únicas (etiquetas), estable y coherente. Lo que ayudará a detectar fácilmente cuándo se produce una asignación aleatoria en el conteo (por ejemplo, 2, 5, 7, 8, 9). No obstante, los niños presentan mayores dificultades cuando a esta asignación se le asigna un orden de menor a mayor (por ejemplo, 2, 3, 4, 5, etc.). Así, mientras más lejos se encuentra la secuencia del orden resulta más fácil detectar el error.	Este proceso se adquiere entre los tres a cuatro años.
De cardinalidad	Se encarga de asignar un significado a la última etiqueta empleada durante el procedimiento de conteo, la cual representará a todo el conjunto, y no sólo el nombre del último de ellos. No obstante, para manejar este principio, es requisito que el niño previamente haya adquirido el principio de correspondencia uno a uno.	Este principio se adquiere alrededor de los dos años y siete meses.
De abstracción	Implica la comprensión de que los números simbolizan una cualidad abstracta, por lo que el conteo puede ser aplicado a cualquier tipo de objeto, ya sea real o imaginario. Por tal razón, aún cuando los elementos varíen de color, esto no deberá influir sobre el juicio cuantitativo.	Este principio se desarrolla alrededor de los tres años de edad.
De irrelevancia de orden	Bajo este principio, el orden de conteo se torna irrelevante para la obtención del resultado final; en este proceso el niño sabe que el conteo involucra un objeto real, siendo además capaz de asignar etiquetas de forma arbitraria y temporal a los objetos que va a contar; y también comprende que el mismo cardinal se consigue independiente del orden en que se realiza el conteo.	Este principio se adquiere en torno a los cuatro años.

De acuerdo a lo señalado, la mayoría de los niños entre cuatro y cinco años han desarrollado la habilidad de memorizar la secuencia numérica progresivamente, tanto en orden creciente como decreciente.

Por ejemplo

El aniño a esta edad ya podrá contar 1, 2, 3, 4, 5…, lo cual significa que ha seguido un orden creciente o ascendente; asimismo, también podrá contar en orden decreciente o descendente 9, 8, 7, 6…., mediante sus propios procedimientos.

Cabe destacar que si el niño, antes de los seis años, aún no ha adquirido este tipo de aprendizaje, requerirá de ayuda especializada, debiendo los educadores poner énfasis en que el niño practique en la adquisición de la habilidad de contar.

A continuación, se presentan tres sugerencias de actividades, que pueden servir como ejercicio para facilitar la comprensión de la noción de número:

1. Actividades de reparto: éstas permiten establecer diversos tipos de correspondencia entre dos conjuntos de objetos y que irían desde la correspondencia uno a uno, pasando por el reparto uniforme, el reparto proporcional, hasta el reequilibrio de repartos.

Por ejemplo

Cuando el niño reparte un lápiz por cada niño, se está realizando una correspondencia uno a uno.

Cuando el un niño distribuye seis objetos entre tres o dos niños, está realizando un reparto uniforme.

Cuando el niño reparte, de todas las formas posibles, cuatro lápices para dos alumnos, está realizando un reparto irregular.

Cuando el niño le entrega tres lápices a María por cada dos que se le dé a Pedro, se está haciendo una repartición proporcional.

Cuando el niño distribuye ocho lápices entre dos alumnos, habiéndolos repartido previamente entre cuatro niños, se está haciendo un reequilibrio de reparto.

2. Actividades de mezcla de códigos: en esta actividad, el alumno debe cardinalizar las cantidades de diversas maneras.

Por ejemplo

Suponga que el niño debe cardinalizar la siguiente cantidad: cinco. En este caso, podrá graficarla de la forma:

5 ; V ; ☺☺☺☺☺ ; etc.

3. Actividades con la cadena numérica: la cadena numérica se refiere a una serie o sucesión de números, que pueden o no representar una cantidad. Esta actividad implica, identificar los números que se encuentran definidos por una posición, para lo que puede utilizarse la recta.

Por ejemplo

La siguiente recta numérica, facilita la realización de actividades que permiten establecer una cadena numérica.

De acuerdo a lo anterior, por medio del uso de tal recta, se puede realizar la siguiente cadena numérica:

Resultado	Operación
Nº inicial = 4	Sumar 2
= 6	Restar 5
= 1	Sumar 7
= 8	Restar 4
= 4	Etc.

Para que los niños puedan llevar a cabo las actividades mencionadas anteriormente, se requiere de materiales concretos, tales como: bloques, rectas numéricas, objetos, entre otros, los cuales se convierten en un aporte cognitivo en el aprendizaje del alumno, al manipularlos de tal manera que propicien la formación de representaciones mentales, las cuales darán significado a las nociones aritméticas, primero en forma de "conceptos" intuitivos (a través de la representación gráfica figurativa) y luego, de auténticos conceptos matemáticos, que tienen un marcado carácter simbólico.

Por ejemplo

Para trabajar en forma lúdica con niños que presentan necesidades educativas especiales, es posible emplear como recurso “los naipes”.

En este caso, para desarrollar las habilidades de construcción de un número, se pueden presentar dos grupos de carta (por ejemplo, corazón y trébol), de modo tal que compruebe, por medio del conteo, si cada grupo tiene la misma cantidad, o cuál de los grupos es mayor que otro, en términos de cantidad.

CLASE 03

2.2. La Construcción del Número: la Síntesis de Orden y la Inclusión Jerárquica

Antes de ver cómo el niño construye el concepto de número, es necesario conocer qué es lo que plantea Piaget. Al respecto, él señala que no se nace con el concepto de número en la mente, sino que se construye a partir de las primeras semanas de vida, a lo que se denomina “evolución mental”. Piaget, separa tal evolución en períodos, por lo que es necesario tener en consideración los siguientes puntos:

- El primer estadio es netamente de dominio perceptivo; en el segundo, predomina la coordinación lógica no reversible y finalmente, en el tercero, la etapa reversible.

- Los números no aparecen entre sí como independientes, sino que provienen de una sucesión ordenada de elementos en relación con una reversibilidad precisa, que señala el acceso a la Noción Numérica.

- La coordinación entre los procesos ordinales y cardinales, que es lo propio del número, se irá realizando paulatinamente hasta llegar en el último estadio (operaciones formales) a una coordinación perfecta.

- Ya que los números son figuras perceptibles, son accesibles para los niños pequeños, no así, las operaciones de adición (y su inversa), de multiplicación (y su inversa), debido a que sólo son accesible después de los siete años. Esto porque el niño debe poseer previamente el concepto de número para poder operar.

- La construcción del concepto de número es correlativo con el desarrollo de la lógica, se ha visto cómo en el nivel pre-lógico, el niño no posee aún el concepto de número, siendo también un nivel pre-numérico.

- El número se va construyendo etapa tras etapa, debido a las relaciones de inclusión jerárquica y de relaciones asimétricas (seriación).

- Esta síntesis no se generaliza enseguida a todos los números, sino que actúa progresivamente, se trata pues, de un proceso sintético y constructivo.

- El número se construye en la medida en que los elementos se conciben como equivalentes (clase) y no equivalentes (serie) al mismo tiempo, puesto que las unidades que lo componen se adicionan en tanto son distintas unas de otras.

- El número se construye alrededor de los siete años, en el momento en que el razonamiento del niño empieza a superar el nivel pre-lógico.

Entonces, se puede decir que, la construcción del número existe en la estructura cognitiva del niño y por tanto, pertenece al mundo interior, por lo que no es observable. En cambio, si se habla de la cuantificación la cual también es importante, pero diferente, se puede observar cuándo un niño reparte algún elemento entre sus pares, y parte de esta cuantificación es observable en su conducta, pero el pensamiento que está teniendo en su cabeza no lo es.

Según la teoría de Piaget, se considera muy distinto en naturaleza, la abstracción del color de los objetos, de la abstracción del número. De hecho, las dos son tan diferentes que se las designa con términos distintos. Para la abstracción de propiedades a partir de los objetos, Piaget utiliza el término de abstracción empírica o simple, en cambio para la abstracción de número utiliza el término de abstracción reflexiva. Por lo tanto, para Piaget el número es una relación creada mentalmente por cada sujeto. Esta relación, es de orden o puede ser de inclusión jerárquica.

A continuación, se presentarán los dos tipos de relaciones que según Piaget, se basa la construcción del número.

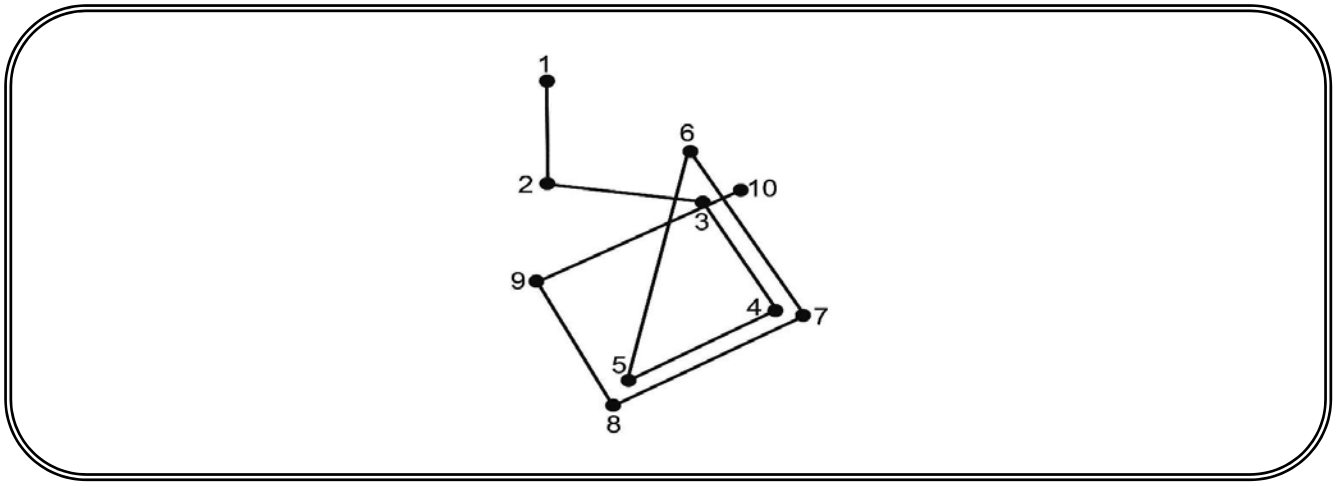
a) Relación de orden: implica establecer un orden de los objetos mentalmente, no siendo necesario ordenarlos espacialmente.

Por ejemplo

Se le entrega a un niño cinco objetos, el niño recita uno, dos, tres, cuatro…correctamente hasta diez. El niño después de contar los cinco objetos en una relación de este tipo, afirma que hay cinco.

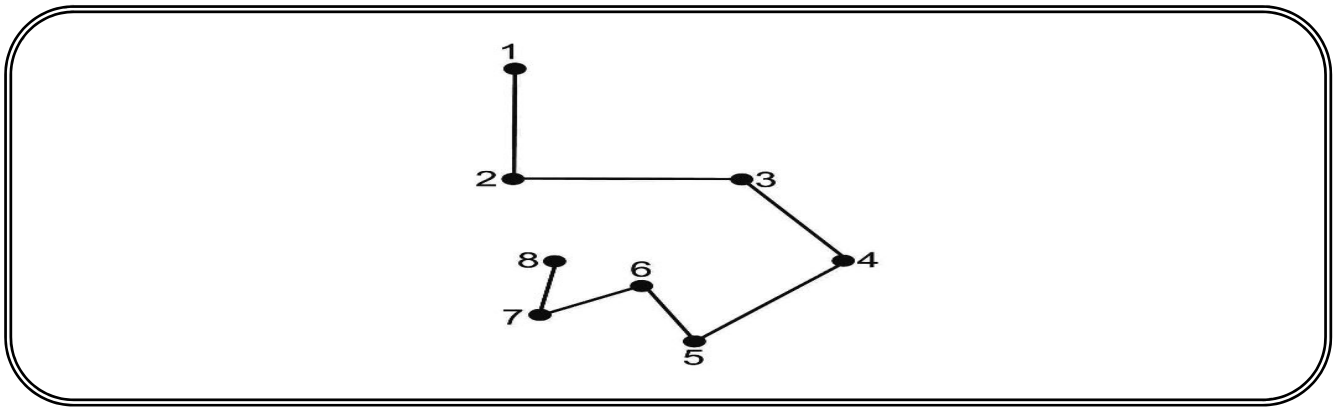
Lo que muestra el ejemplo anterior, es que el niño es capaz de contar los objetos correctamente sin necesidad de ordenarlos. Sin embargo, cuenta más objetos de los que se le entregaron, por lo tanto, indica que generalmente los niños más pequeños, al contar se saltan un objeto o cuentan más de uno a la vez. En la figura que se muestra a continuación demuestra cual es el procedimiento que utilizan los niños para contar.

Figura Nº 1: Forma de Contar en Muchos Niños de Cuatro Años



Debido a que la manera de contar que se muestra en la figura Nº 1, no entrega la cantidad exacta de los objetos del conjunto, es necesario, como se mencionó anteriormente, establecer un orden mental, como se muestra en la siguiente figura:

Figura Nº 2: Orden Mental de los Objetos



Pero esta ordenación mental de los objetos, no es el único requisito que se necesita para realizar la cuantificación, el niño tiene que establecer entre ellos una relación de inclusión jerárquica.

Antes de explicar la relación de inclusión jerárquica, es necesario dejar en claro que, cuando se hace referencia a la cantidad de objetos, se está hablando de inclusión de clases y cuando se alude a números, se habla de inclusión jerárquica.

b) Relación jerárquica: implica la realización de un recuento, sin que necesariamente se tenga la idea de la cantidad de objetos, es decir, el principio de cardinalidad no viene automáticamente después de asegurarse que se hayan contado todos los objetos.

Por ejemplo

Suponga que a un niño se le entregan seis perros en miniatura y dos gatos del mismo tamaño y se le pregunta ¿qué ves?, luego que el educador se ha asegurado que el niño comprende esas palabras, puede plantear la siguiente pregunta de inclusión de clase ¿hay más perros o más gatos?, una vez que el niño contesta *"más perros"*, se le deberá preguntar *"¿Que qué?"*, a lo cual el niño responde "que gatos".

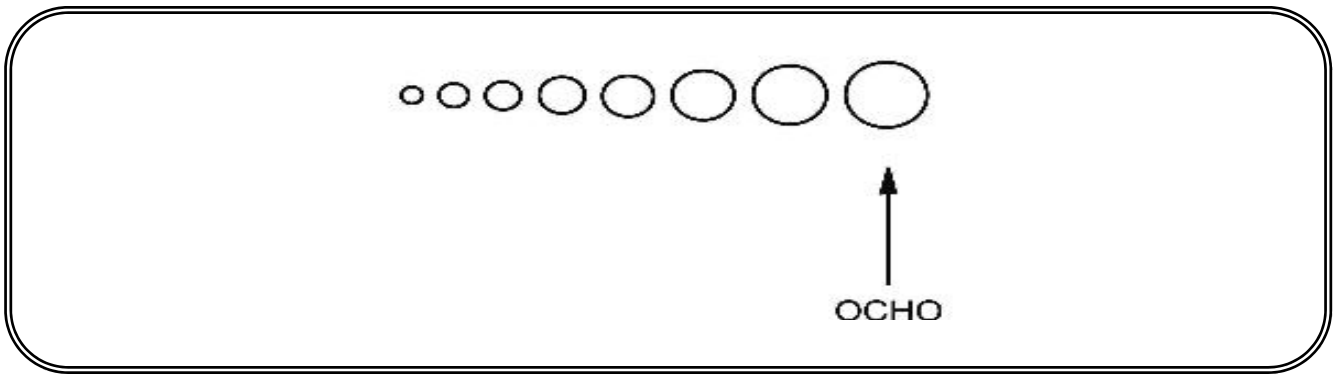
La mayor parte de los niños pequeños responden del mismo modo planteado en el ejemplo, ellos tienden a escuchar una pregunta que es diferente de la que ha sido planteada inicialmente por el educador, porque una vez que han dividido el todo (animales) en dos partes (perros y gatos), lo único sobre lo que pueden pensar es en las dos partes. Para ellos, el todo ya no existe en ese momento.

Esta dificultad que presentan los niños pequeños frente a la tarea de inclusión de clases, deja en claro que para ellos es muy difícil construir la estructura jerárquica.

De esta forma, según Piaget, el niño para poder realizar una comparación entre el todo y una parte, debe realizar dos acciones mentales opuestas y al mismo tiempo dividir el todo en dos partes, juntando nuevamente las partes en un todo, estas acciones implican un pensamiento móvil reversible, el que se va adquiriendo con el paso del tiempo.

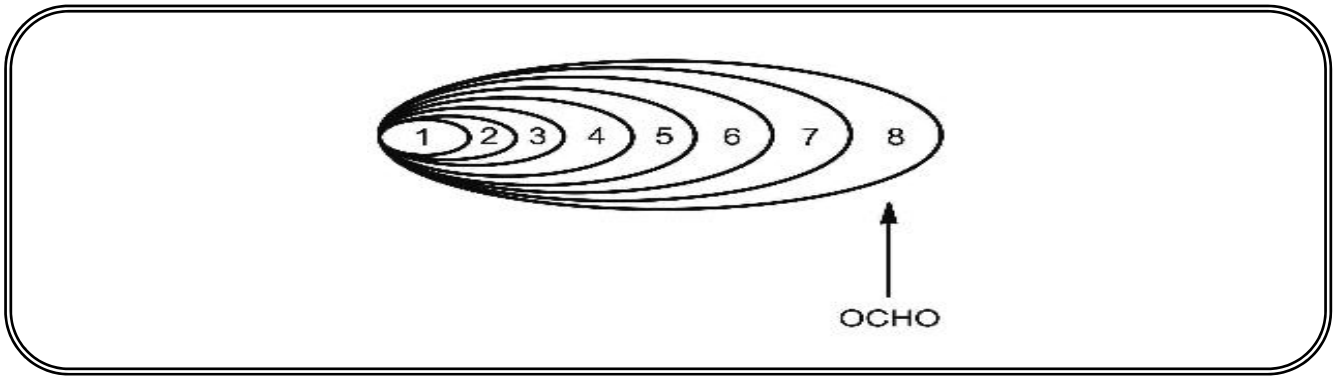
Cuando el niño realiza una cuantificación de objetos como conjunto, está estableciendo una relación de inclusión jerárquica. Esta relación significa que el niño incluye mentalmente uno en dos, dos en tres, tres en cuatro, etc., cuando se le presentan ocho objetos, sólo puede cuantificar el conjunto numéricamente si puede establecer entre los objetos una única relación, sintetizando el orden y la inclusión jerárquica. En las figuras que se presentan a continuación, se visualizan los pasos que emplea el niño para realizar una inclusión jerárquica.

Figura Nº 3: Relación de Orden



Como se puede observar en la figura Nº 3, el término "OCHO" es utilizado para referirse solamente al último elemento, mientras que en la figura que se muestra a continuación, se desarrolla la idea de inclusión jerárquica, en la cual todos los números se encuentran contenidos en el 8.

Figura Nº 4: Inclusión Jerárquica



En base a lo señalado, es importante que los educadores, creen y den el espacio para que sus alumnos sitúen toda clase de contenidos (objetos, acontecimientos, acciones, etc.) en todo tipo de relaciones, ya que sólo de esa forma los niños podrán ir desarrollando su pensamiento, logrando movilidad y por ende, la estructura lógico-matemática del número.

Otros factores que forman parte del proceso de construcción del concepto de número, son la noción de espacio y de tiempo, estas constituyen la base fundamental para todo el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y todo el aprendizaje de la matemática.

- La Noción de Espacio: esta noción el niño la adquiere de una forma lenta y gradual. Para lograr tal estructuración espacial, se requiere del desarrollo de la habilidad de desplazamiento y de coordinación. Así, por ejemplo, inicialmente los niños tienen una noción del espacio muy acotado, el cual está formado por su casa y su barrio. En cambio,

los niños que viajan a otras ciudades o a un nuevo país, desarrollan esta noción de manera mas rápida que el resto, puesto que al desplazarse de un lugar a otro tendrán una idea más concreta de su ubicación en el espacio.

De acuerdo a lo anterior, existen tres tipos de estructuras que contribuyen a la noción de espacio, dada por: la estructura del cuerpo (delante-atrás; derecha-izquierda); la estructura de dirección de la gravedad (arriba-abajo) y la estructura topológica (próximo-separado, abierto-cerrado, dentro-fuera).

- Noción de Tiempo: esta noción implica, el desarrollo de las aptitudes de localización y comprensión del orden de sucesión. Aquí se distinguen tres aspectos fundamentales, la sincronía, el ritmo y la secuencia, los cuales se encuentran relacionados entre sí, con el movimiento dirigido hacia una finalidad. Para una mayor comprensión, a continuación son explicados cada uno de estos aspectos fundamentales.

a) *Sincronía:* consiste en llevar a cabo, de manera simultánea y controlada, un conjunto de movimientos integrados que permitirán alcanzar un objetivo dado. Por ejemplo, adecuar la velocidad y dirección al caminar, realizando cambios de los esquemas motores.

b) Ritmo: se refiere a la organización de los fenómenos periódicos que se desarrollan en el tiempo; es decir, representa una cualidad temporal de las conductas periódicas. Por ejemplo, al marchar el niño debe llevar un determinado ritmo, al igual que en el acto de respiración.

c) *Secuencia:* se basa en el establecimiento de un orden en las acciones que realiza el niño a través del tiempo, las cuales son dependientes y se relacionan entre sí. Por ejemplo, cuando el niño desea lavarse la cara; debe realizar una secuencia de actos para cumplir con tal objetivo; primero se dirige al lavamanos, luego abre la llave; y finalmente, se lava la cara.

El tiempo puede ser dirigido, tanto al pasado como al futuro; así por ejemplo, si se le pide al niño que se dirija al pizarrón, éste no sólo debe tener conocimiento del punto de partida el "aquí", sino que también deberá tener conciencia del "ahora".

El niño generalmente tiene una dimensión única del tiempo, y a medida que va pasando éste, el niño se va dando cuenta que las cosas existen antes de ahora y que existirán después de ahora, utilizando los términos de mañana o ayer.

Piaget, planteó que se pueden distinguir dos formas de tiempo en los niños. Uno de tipo "Intuitivo", el cual tiene una forma genéticamente primaria y que se caracteriza por una comprensión inadecuada de las relaciones temporales, debido a que no se distinguen

de las otras relaciones más simples. El otro de tipo "Operatorio", el cual constituye la comprensión de las relaciones temporales, basada no en una apreciación de datos aislados, sino en la coordinación de la fase inicial de un proceso con su fase final.

En síntesis, entre dos nociones vistas anteriormente, relación de orden e inclusión jerárquica, existe un paralelismo e independencia en el desarrollo del niño; constituyéndose en estructuras que no se dan en forma innata, sino que se desarrollan a través de las experiencias prácticas del niño. Así, todas las actividades que involucran movimientos, conllevan un factor temporal además de espacial.

Realice ejercicios nº 11 al 18

2.3. El Sistema de Numeración

El sistema de numeración está compuesto por dígitos o símbolos, los cuales corresponden al 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, éstos tienen un valor relativo y posicional, por lo que corresponde a un conjunto de símbolos y reglas, que permiten construir todos los números.

Generalmente, los niños presentan dificultades en la comprensión del carácter ordenado del sistema de numeración y en la lógica del sistema decimal, debido a que éste implica reagrupaciones a partir de unidades secundarias: decenas, centenas, etc. El problema surge por falta de comprensión intuitiva, debido a que no logra imaginar la decena como una bolsita, caja, etc. que contiene 10 unidades, y que la centena es una colección de diez bolsitas que contienen 10 unidades cada una y así, sucesivamente.

Por supuesto, esta dificultad conceptual corre con otras de tipo procedimental, que se derivan directamente de no entender el valor posicional de las cifras, como por ejemplo, que 7 representa cantidades diferentes según su posición (7, 70, 700,…). Respecto al valor posicional, los niños presentan errores al no comenzar los cálculos escritos desde la derecha o fallar con las "reservas", por ejemplo; asimismo, no comprender la naturaleza del sistema de numeración, lleva a dificultades en la comprensión y manejo de los decimales, las fracciones, etc.

Para llegar al dominio del sistema decimal, resulta fundamental que el alumno realice y establezca particiones, agrupaciones y relaciones entre los diferentes elementos constitutivos de un número. De esta manera, las actividades que facilitarían el dominio del sistema decimal, según investigaciones realizadas, serían:

a) Actividades de partición de un número: la partición, es la división de un número entero, a lo cual también se le llama descomposición de un número. Éstas deben tener:

- Carácter múltiple; lo cual significa que un número se puede descomponer de diversas formas, cada una de las cuales siempre tendrá el mismo resultado cuantitativo.

Por ejemplo

El carácter múltiple de la partición permite formar un mismo número a través de diversas maneras, como se muestra a continuación.

El Nº 35 se puede descomponer en: 30 + 5; en 10 + 10 + 10 + 5; etc.

Consideración simultánea de las unidades de un número; esto quiere decir, que se debe considerar al número como un todo compuesto por partes, las cuales pueden ser unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc., siempre que sea posible.

Por ejemplo

¿Cuántas decenas existen en 2350? ¿Cuántas centenas? ¿Cuántas unidades de mil?

Este número consta de 5 decenas, 3 centenas y 2 unidades de mil.

- Descomposición de un número en sus unidades constitutivas; esto quiere decir, que el número entero se puede descomponer o dividir, separando las unidades, las decenas, las centenas, la unidad de mil, etc.

Por ejemplo

Dividir al número según las unidades, decenas, centenas, etc.

El N° 5142 se divide en: 2 unidades + 4 decenas + 1 centena + 5 unidades de mil.

- Consideración de una parte de un número, para encontrar la otra; esto significa, que se conoce una de las partes del número ya sea la unidad, la decena, la centena, etc., y el número entero.

Por ejemplo

Se considera que X + 4 decenas = 240; ¿Cuántas centenas faltan para llegar a 240?

En este caso se desconocen la cantidad de centenas, pero al conocer el número entero y una de las partes en este caso las decenas, se puede inferir que faltan 2 centenas.

b) Actividades de agrupación: al contrario de las actividades de partición, estas tienen el fin de componer un número a partir de las unidades constitutivas, encontrándose:

- Composición de un número a partir de sus unidades; esto quiere decir, que se puede crear un número conociendo sus unidades, centenas, unidades de mil, etc.

Por ejemplo

Si se tiene 3 unidades, 5 decenas y 1 centena, se puede decir que el número que se compone de estas unidades, es el número 153.

$$\begin{array}{r} 0\,3 \\ 5\,0 \\ +1\,0\,0 \\ \hline 1\,5\,3 \end{array}$$

- Distintas operaciones combinadas de adición; aquí se pueden indicar que un número se puede componer a través de distintas adiciones de diferentes números.

Por ejemplo

Al componer $25 en monedas:

- Con monedas de $10 y de $5: dos monedas de $10 y una de $5.
- Con monedas de $5: cinco monedas de $5.
- Con monedas de $10 y de $1: dos monedas de $10 y cinco de $1.

c) Actividades de relación: estas actividades hacen referencia a las relaciones "mayor que", "menor que", e "igual", entre los números naturales. Una de estas actividades puede ser:

Por ejemplo

Escribir la cantidad que representa cada lado de un dado:

3 es menor que 4 — 6 es mayor que 5

2 es menor que 3 — 4 es igual que 4

Complementando las actividades anteriores, se suman las actividades relativas a los distintos sistemas de numeración, pudiendo desarrollarse las siguientes:

- Identificar números realizados en una base diferente al decimal: el sistema decimal está hecho en base a 10, esto quiere decir, que diez unidades forman una unidad de orden superior. Éste sistema contiene diez dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), y en donde cada dígito tiene un valor posicional y relativo.

Por ejemplo

- Diez unidades forman una decena. (10)
- Diez decenas forman una centena. (100)
- Diez centenas forman una unidad de mil. (1000)
- Diez centenas de mil forman una unidad de millón. (1.000.000)

De este modo, el identificar un número en un sistema completamente diferente al decimal, implica conocer que símbolos o dígitos utiliza éste nuevo sistema.

Por ejemplo

Si se realiza una actividad utilizando el sistema romano, en donde se le pide al niño que identifique a que número corresponde cada símbolo, luego de haberlos aprendidos, se puede obtener lo siguiente:

XX = 10 + 10 = 20

XV = 10 + 5 = 15

IC = 100 - 1 = 99

- Leer y escribir números en sistemas diferentes al decimal; esto quiere decir, que el número se va a representar gráficamente mediante símbolos.

Por ejemplo

El escribir el N° 13 en número romano:

- El N° 13 está compuesto por tres unidades y una decena.
- Las decenas en romano se simbolizan con una X.
- Las unidades en romano se simbolizan con una I, las cuales se escriben a la derecha de la decena.

Por lo tanto para leer y escribir el N° 13, se necesita de una X y tres III. En consecuencia, el número 13 en romanos es XIII.

En la aplicación de las diversas actividades relativas a los sistemas de numeración no se debe perder de vista la existencia de diversos problemas que se asocian a esta temática, siendo los más frecuentes los señalados en la figura siguiente:

Figura Nº 5: Problemas asociados a la numeración

Problemas →

- La mayoría de las veces, los niños presentan dificultades para comprender la adquisición de la noción de número.

- También surgen dificultades al tratar de reconocer y escribir algunos números.

- Una de las habilidades más difícil de adquirir, es lograr utilizar y comprender las órdenes de las unidades y el valor posicional de los números.

- Otra de las dificultades es la correcta compresión de la regla de los ceros intermedios, debido a la complejidad que resulta comprender los órdenes de las unidades y las reglas para codificar y decodificar las relaciones entre dichas cifras.

Teniendo en cuenta lo anterior, en las prácticas pedagógicas es necesario que todas las actividades señaladas anteriormente, sean aplicables, para lograr así una la correcta comprensión y dominio del sistema de numeración. No obstante, estas actividades no tienen sentido, sino son apoyadas de materiales concretos que ayuden a desarrollar la abstracción del niño, invitándolo a construir e interactuar con tal material, que lo llevará a adquirir un real aprendizaje significativo.

Ahora bien, al momento de querer evaluar el manejo del niño, en relación con el sistema numeral, es necesario como futuros docentes, tener en consideración los siguientes puntos:

- No se debe pensar, que el niño ha logrado la noción de número cuando, se ve a éste utilizar la técnica de conteo o utilizando algunos números. Debido a que la comprensión de esta noción, requiere de la ejecución de ciertas actividades, tales como:

  - Realizar secuencias numéricas, de forma ascendente y descendente.

  - Identificar antecesor y sucesor de los números dados.

- Para que el alumno logre una correcta comprensión del sistema numérico decimal, debe realizar actividades que impliquen la utilización del valor posicional, tal comprensión se logra a través de actividades, que consideren:

  - Las unidades de los números naturales del 0 al 999.999.

  - La composición aditiva de los números, apoyada de asociaciones de conjuntos de objetos o de cantidades de dinero.

Por último, es necesario señalar, que el sistema educativo, considera la construcción del número como el objetivo principal de la aritmética, por lo tanto, es necesario dar énfasis en la utilización de actividades que desarrollen el pensamiento lógico-matemático, con el fin de lograr aprendizajes significativos en los alumnos y las habilidades necesarias para que estos se desenvuelvan correctamente en esta disciplina.

CLASE 05

3. EL CÁLCULO NUMÉRICO

El cálculo numérico, contribuye en la comprensión de los símbolos y de las operaciones matemáticas, por lo que es considerado una de las habilidades más complejas que debe desarrollar el niño. En este cálculo, intervienen una serie de mecanismos tanto cognitivos, como de procesamiento verbal o gráfico. Además, están involucradas en este proceso las memorias de corto y largo plazo, como también lo están los mecanismos de percepción, de reconocimiento de dígitos, de razonamiento sintáctico y atencional.

Como se mencionaba anteriormente, el cálculo es una habilidad muy compleja debido a que intervienen en ella varios factores, por lo mismo es muy común ver en los primeros años escolares, dificultades en la adquisición de las operaciones de cálculo aritmético. Estas dificultades serán expuesta a continuación, con el fin de llegar a un entendimiento acabado, del por qué los niños y niñas presentan problemas en la adquisición correcta de estos aprendizajes, llevándolos muchas veces al fracaso escolar.

3.1. Comprensión de las Operaciones Matemáticas

La comprensión de las operaciones matemáticas, es uno de los aspectos más importantes en el aprendizaje del cálculo, ya que no sólo basta tener las destrezas del cálculo o dominio de los algoritmos, sino que es primordial tener un uso razonable de tales operaciones.

Una de las primeras dificultades que presentan los niños en este aspecto, tiene que ver con la comprensión de los conceptos básicos, como lo son: la suma, la resta, la multiplicación, la división, las potencias, las raíces, etc., que son a menudo asimiladas en

términos puramente algorítmicos, es decir, como procedimientos mecánicos que se aplican rutinariamente para la obtención de un resultado.

Antes de seguir, es necesario no olvidar que el propio término "operaciones" se refiere a "acciones interiorizadas" que conforman un sistema de relaciones lógico-matemáticas entre ellas; sólo así, es posible realizar una adquisición comprensiva de las propiedades de cada una de ellas (que suelen estudiarse de manera absolutamente desconectada de las operaciones reales mismas) y, sobre todo, emplear ese conocimiento en la resolución de problemas y más adelante, en la realización de aprendizajes matemáticos complejos y de nivel jerárquico superior.

Cabe señalar, que la comprensión de las operaciones matemáticas, no es considerada importante en esta etapa escolar (primer ciclo), sino, que se le da más énfasis al desarrollo del cálculo, a los hábitos de resolución de problemas, entre otros, por lo que no resulta preocupante para los profesores, las dificultades que pueden presentar los alumnos en este aspecto.

3.2. La Mecánica de las Operaciones Matemáticas

El desarrollo o la mecánica de las operaciones matemáticas es uno de los problemas más frecuentes en los niños de primer ciclo, en especial los de NB1. Estos niños, tienden a realizar malos encolumnamientos de los dígitos, lo que trae por consecuencia, obtener cálculos errados. Además, realizan cálculos imprecisos en las operaciones de adición, de sustracción, de multiplicación o de división, debido a que no tienen correctamente interiorizados los mecanismos adecuados para resolverlas. Y por último, es necesario recalcar, que los niños que se encuentran en este nivel no tienen aún la capacidad de realizar cálculos mentales, o si logran realizarlos generalmente obtendrán resultados imprecisos.

Estos errores que cometen los niños, generalmente se deben a malas prácticas pedagógicas, en donde el educador, no supo guiar al alumno hacia el aprendizaje; también surgen por la falta de atención por parte de los alumnos en el momento en que fueron enseñados los mecanismos de resolución de tales operaciones, por lo que no logran tampoco adquirir las estrategias que le servirán para verificar si el desarrollo de las actividades están siendo los correctos y lo llevaran al resultado esperado. Además, generalmente el educador comete el error, de imponer las técnicas de resolución, sin dar a comprender ni explicar, el por qué esa técnica se debe utilizar y no otra, llevando al niño a utilizar solamente la memoria y no el razonamiento.

Particularmente dentro de los objetivos de la educación básica, está lograr el dominio de las cuatro operaciones básicas, la adición, la sustracción, la multiplicación y la división. Los cálculos que necesitan un razonamiento mucho más complejo, están dentro de los objetivos de la educación media.

Los educadores deben tener en cuenta que antes de iniciar a los alumnos en el cálculo escrito de las cuatro operaciones básicas, éstos deben asociar y comprender los símbolos y conceptos de éstas, lo mismo sucede para el aprendizaje de los algoritmos, los cuales consisten en una serie de pasos que conducen a la correcta solución de un problema. Tales aprendizajes, lo lograrán mediante experiencias de conteo informal y formal, consiguiendo así, los conceptos adecuados de las operaciones básicas y los algoritmos precisos para resolverlas.

A continuación, se presentan las cuatro operaciones básicas y las estrategias o conceptos, que se deben adquirir antes de desarrollarlas; además, de los problemas que surgen en ellas.

Cuadro Nº 2: Resolución de las Cuatro Operaciones básicas.

Operación	Estrategias	Problemas
Adición	En la adición, se pueden utilizar estrategias, tales como el apoyo de los dedos o de materiales concretos, además de utilizar la mente realizando aproximaciones, las cuales se apoyan en la composición y descomposición de un número. También, se utilizan las combinaciones aditivas básicas y los algoritmos de cálculo escrito.	Los problemas en este tipo de operación, surgen debido al mal encolumnamiento de los números, cometiendo errores en las *"reservas"*.
Sustracción	En la sustracción, se utilizan estrategias que varían en función de los problemas a resolver y según la complejidad de la tarea. En la actualidad la sustracción, es considerada la operación inversa de la adición, por lo que para comprobar el resultado se utiliza la adición.	Los problemas en este tipo de operación, surgen debido a la complejidad de ésta operación y por las estrategias que requiere.
Multiplicación	Para resolver una multiplicación, se debe haber adquirido con anterioridad el concepto de adición, ya que la multiplicación es la suma sucesiva de un mismo número.	Los problemas en esta operación tienen relación con las combinaciones básicas, con la utilización de la adición, con el mal encolumnamiento de los ceros, entre otros errores.
División	La división, al igual que es la sustracción la operación inversa de la adición, ésta es la operación inversa de la multiplicación. Además incluye al resto de las otras operaciones básicas.	Esta operación es la más compleja de las cuatro operaciones básicas, debido que el cálculo se realiza en sentido contrario que las demás operaciones, en este caso va de izquierda a derecha, de ella se obtienen dos resultados, el cuociente y el resto. Además, como se mencionaba anteriormente, requiere del dominio de la adición y de la sustracción.

En este contexto, según lo que señala algunas de las investigaciones realizadas en esta materia, los errores surgidos en el cálculo de las operaciones matemáticas suelen tener un origen en un mal aprendizaje, de manera que, cuando algunos de los pasos del procedimiento no están claros, el niño inventa una regla, generalmente inadecuada, para resolver la situación.

En el caso de que persistan los errores en los alumnos, y aparezcan además, en otras operaciones más complejas, será necesario retomar las cuatro operaciones básicas, para reforzar los conceptos y técnicas de resolución, ya que son la base de todas los operaciones.

3.3. Errores Conceptuales en el Cálculo

Los niños generalmente presentan errores en el cálculo, debido a una deficiente adquisición de los conceptos y técnicas necesarias para desarrollar correctamente las operaciones matemáticas. Dentro de estos errores de cálculo, se encuentran los referentes a las "restas con reserva", donde su complejidad se presenta en que los niños no son capaces de comprender que cuando el minuendo es menor que el sustraendo, al minuendo se le debe agregar una decena.

Por lo tanto, los pasos a seguir son, agregarle al minuendo una decena.

Por ejemplo

Si a un niño de primer año básico, se le presenta la siguiente operación:

20 - 15 = 5
Minuendo - Sustraendo = Resta o diferencia.

La resolución de tal operación es:

$$\begin{array}{r} 0\ 10 \\ \cancel{2}\cancel{0} \\ -1\ 5 \\ \hline 0\ 5 \end{array}$$

Lo que la mayoría de los niños hacen es:

$$\begin{array}{r} 2\ 0 \\ -1\ 5 \\ \hline 1\ 5 \end{array}$$

Muchos de los niños, no logran comprender lo que se muestra en el ejemplo, y generalmente, cometen el error de realizar la operación de izquierda a derecha, ya que aún no han interiorizado que la operación de sustracción, se resuelve de derecha a izquierda. Además, al ver que el "0 es menor que 5", dan vuelta la situación, piensan que no se le puede quitar a 0, 5 unidades, lo que es correcto, pero en vez de pedirle prestado una decena al número de al lado, le restan al número 5, el número 0, lo cual es considerado un error garrafal.

Lo anterior es claramente un error conceptual o procedimental, donde los niños no comprenden que el concepto de minuendo; número al cual corresponde que se le debe restar otro, llamado sustraendo, lo que da por resultado a la resta o diferencia.

Pero éste no es el único error, que surge respecto al cálculo matemático, a medida que los niños van creciendo se ven enfrentado a situaciones matemáticas mucho más complejas como por ejemplo, las probabilidades, las fracciones, etc., donde generalmente muchos niños fracasan, por no tener una buena base en esta disciplina.

A continuación, se hará referencia a otro tipo de errores, los que surgen en la lectura y escritura de símbolos numéricos.

3.4. Lectura y Escritura de Símbolos Numéricos

Antes de comenzar, es necesario señalar que los símbolos numéricos, comprenden a los números propiamente tal y los símbolos de las operaciones matemáticas (+, -, x, :) y los de relación (=, >, <,…).

Cuando el niño comete errores en la lectura y escritura de símbolos, se puede deber a un trastorno de aprendizaje, específicamente a una discalculia[2] lexical[3] y gráfica o también a que los niños son muy impulsivos e hiperactivos. Pero este tipo de error puede ser muy común en los niños pequeños, por lo cual no debe ser considerado un acto grave, sino como parte del proceso de aprendizaje, donde los niños cometen estos errores pero después los superan. En cambio, si el error persiste en los cursos superiores, se debe a un mal proceso de enseñanza-aprendizaje o como se mencionaba anteriormente, a un trastorno de aprendizaje.

Por ejemplo

Usualmente los niños realizan estos errores en la lectura y escritura de números:

Mil trescientos = 1000300
36 = setenta y seis
14 = diecicuatro
308 = tres cero ocho
5 = 2

[2] *Discalculia:* trastorno en la competencia numérica y en las habilidades matemáticas, la cual se manifiesta en niños normales sin lesiones cerebrales.

[3] *Lexical:* lectura de símbolos matemáticos.

En conclusión, los errores a excepción de los que tienen relación lexical, aparecen en el desarrollo normal de los niños. Donde pueden existir 3 tipos, aquellos que cometen errores en la lectura y escritura de símbolos, los que presentan trastornos de aprendizajes y los que tienen problema en la adquisición de las habilidades y conceptos matemáticos, como lo son los niños impulsivos e hiperactivos.

CLASE 06

4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En los planes y programas de estudio, se explicita que los aprendizajes esperados para los alumnos que cursan el primer ciclo básico en relación a la enseñanza de la adición y sustracción, adquieren total importancia para el alumno, cuando las operaciones matemáticas le permiten resolver un problema.

La resolución de problemas es considera como una instancia para que el niño practique aquello que ha aprendido como concepto de adición. Esta ejercitación de la resolución de problemas aditivos debe permitir que el alumno construya el sentido de la adición. Es decir, mediante la práctica los alumnos serán capaces de comprender qué es o qué significa sumar, y en qué momento se debe utilizar esta operación.

Además, el aprendizaje de esta capacidad incluye la comprensión de los enunciados, que exige la decodificación adecuada del mensaje verbal para formarse una representación mental adecuada al estado de cosas descrito en el problema, y la habilidad para establecer relaciones entre los conceptos y procedimientos implicados para, desde ahí, analizar las vías de solución posibles en cada caso y valorar cuál de ellas es la apropiada.

Durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, ocurren varios sucesos que pueden entorpecer el aprendizaje en los niños, si bien, la resolución de problemas, implica un acto cognitivo articulado a la ayuda que brindan los importantes conocimientos previos, esto no basta para que la acción de resolución de problemas aditivos se realice en forma exitosa, muchas veces, se presentan ciertas dificultades que entorpecen el desempeño de lo que se está realizando.

Cuando se presenta un “problema”, se desconoce en forma absoluta, el tipo de operación que debe aplicarse para la resolución de ésta, es decir, aparece un enunciado que plantea una situación que requiere de una solución, se entregan datos que al ordenarlos, servirán para llegar a resultado de ésta, pero en ningún momento se entrega el nombre de la operación que se debe aplicar.

Por ejemplo

Al niño se le plantea un problema, donde existe una situación inicial, a la que le ocurre una transformación, lo que da un resultado final diferente al de un principio.

Inicial	Transformación	Final
Carla tenía $380	Su mamá le dio $1000	Ahora tiene $ x

En el ejemplo anterior, como se puede ver, existe una situación inicial pues la cantidad de dinero que tenía Carla, a este dinero se le agrega lo que le dio la mamá, lo que afecta a la situación inicial, y luego hay una situación final, que es el total de dinero que obtiene Carla.

Como una tarea complementaria para alcanzar con éxito un resultado para la operación aditiva, es el contar con las herramientas o competencias necesarias que debe tener el alumno, esto quiere decir, que debe leer comprensivamente el problema, pues sólo de esta forma, identificará en el problema qué es lo que afectó a la situación inicial. Además, podrá rescatar los datos más relevantes que le permitirán resolverlo correctamente.

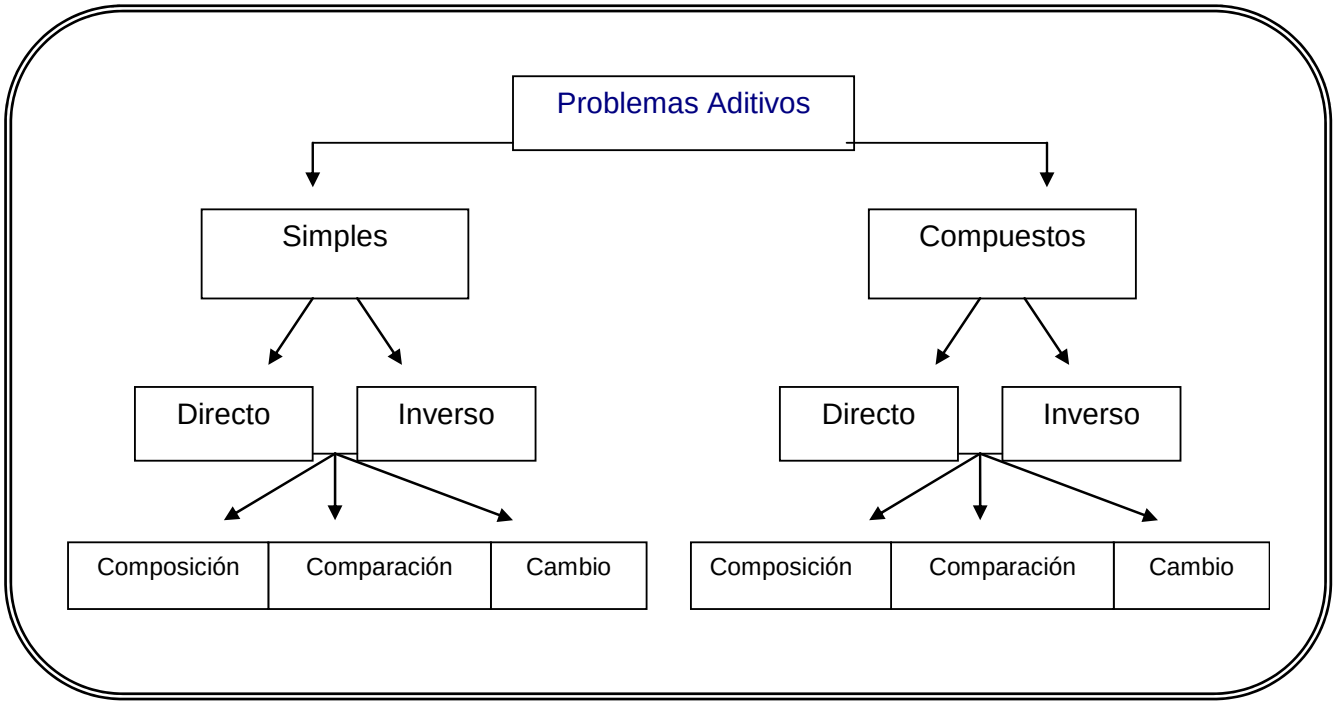
Una vez que el alumno comprende lo que se está pidiendo en el problema, éste debe escoger el tipo de procedimiento matemático que utilizará para la resolución. La elección de este proceso debe determinar los pasos a seguir para dar respuesta al problema y así, discriminar entre las posibles operaciones matemáticas que debe utilizar.

En este sentido, cabe señalar que las técnicas o estrategias para la resolución de problemas que utiliza cada niño han ido evolucionando en el tiempo, dependiendo del aspecto psicológico, matemático, heurístico o la gestión mental de éste. También de las experiencias que han vivido y la apropiación de los conocimientos previos matemáticos requeridos.

Lo diferentes tipos de problemas matemáticos que pueden plantearse, no se dan en comportamientos siempre independientes y perfectamente distinguibles unos de otros; al contrario, los límites entre ellos suelen ser difusos durante el proceso mismo de la resolución del problema; así, la planificación y la ejecución pueden presentarse juntas dado que, en ocasiones, no se puede estar verdaderamente seguros de haber elegido la estrategia correcta hasta no haberla ejecutado y haber observado si se ha logrado hacerla funcionar.

En seguida, se muestra un mapa conceptual, que muestra claramente, los tipos de problemas aditivos.

Figura Nº 6: Tipos de Problemas Aditivos



Como se puede observar en la figura anterior, existen los problemas aditivos simples y compuestos, en el primer ciclo de educación básica, específicamente NB1, los niños sólo tienen acceso a la resolución de problemas aditivos simples, estos tipos de problemas, necesitan sólo una operación para ser resueltos, los cuales pueden ser a la vez directos o inversos, esto quiere decir, que un problema es directo cuando la incógnita está en el resultado ($a \pm b = x$ / $a-b-c = x$), o inverso, cuando ésta no se encuentra en el resultado. Para la guía de didáctica de segundo año básico, los problemas inversos se representan cuando "la acción presente en el enunciado no se asocia con la operación que debe efectuarse para resolverlo"[4].

En efecto, los problemas aditivos pueden ser combinados, de comparación o de cambio; cada uno de los cuales es descrito a continuación:

Los problemas pueden ser combinados, de comparación o de cambio.

a) Problemas Aditivos de Cambio; se refieren a aquellas situaciones que varían dependiendo de los elementos que se agreguen o quiten al estado inicial del problema; lo cual generará un producto final distinto al presentado inicialmente. Es decir, existe una

[4] *Espinoza, L; Barbé, J.; González, E.; Stuardo, P.; & Mitrovich, Dinko.* "Problemas aditivos y estudio de técnicas para restar; Guía de didáctica para segundo año básico". Chile (2007)

cantidad inicial que es modificada mediante una acción —la que puede ser de adición, sustracción, de avance o retroceso—, obteniéndose un resultado final.

Por ejemplo

En el tren viajan 456 pasajeros, en la siguiente estación, bajan 50 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros quedaban en el tren?

Relación matemática**:** 456 – 50 = ?

Por lo tanto, este tipo de problema aditivo se caracteriza por tener tres etapas:

1. Una situación inicial.
2. Una acción de cambio o transformación: agregar o quitar; avanzar o retroceder.
3. Una situación final.

b) Problemas Aditivos de Composición: estos problemas generalmente se refieren a objetos de la misma naturaleza que se distinguen por alguna característica, como las flores: rosas y claveles; lápices: rojos y azules. Además, son aquellos en los que está presente la relación parte- todo. Es decir, existe una situación inicial, la cual se ve afectada, por la acción de juntar o separar, con lo cual se compone un conjunto de elementos.

Por ejemplo

Paula compró un jugo que costó $235 y un pastel que costó $50. ¿Cuánto dinero gastó Paula?

Relación matemática: 235 + 50 = ?

c) Problemas Aditivos de Comparación: son aquellos problemas asociados a la acción de comparar. Lo característico de ellos es que se comparan por diferencia dos cantidades o medidas del mismo tipo. Además se pueden entender como aquellos en los que “se conoce la medida o cantidad de objetos que tienen dos conjuntos y donde interesa responder la interrogante” ¿cuántos objetos menos tiene un conjunto que otro?, o viceversa.

Por ejemplo

Camila pesa 27 kilos y Valentina pesa 20 kilos. ¿Quién pesa más? ¿Cuánto más?

Relación matemática: 27 – 20 = x

A continuación, se presentan dos tipos de problemas, que tienen un diferente enunciado y la solución del problema propiamente dicha, que consistiría en la aplicación del procedimiento apropiado para alcanzar la meta final perseguida a partir de la situación inicial.

Por ejemplo

Problema: Juan tiene $1.000. Pedro tiene $300 más que Juan ¿Cuánto dinero tiene Pedro?	
Paso	Ejemplos del problema de muestra
Representación del problema Traducción Integración	 J = $1.000 P= $300 + J Pedro $1.000 $300 P= 1.000+300
Solución del problema Planificación Ejecución	 Empezar con 1.000, contar 300 más ¿1.000 + 300? ¿Pedro tiene 1300 pesos?

En el problema anterior, existe una situación inicial, que en este caso es el dinero que tiene Juan ($1000) y la situación final o incógnita, es el total del dinero que tiene Pedro. Como se muestra en el cuadro, existe un orden de paso a seguir, donde primero se debe realizar la traducción del problema, luego la integración, después se debe planificar el plan a ejecutar y finalmente ejecutar ese plan, llegando al resultado final.

A continuación se presenta un problema que es de tipo más complejo, ya que existen dos incógnitas. También existe una situación inicial, que en este caso es el total de prendas de vestir que tienen las tres adolescentes y una situación final que es el total de faldas de Estela.

Por ejemplo

Problema: tres adolescentes, Carmen, Estela y Alicia, tienen en conjunto 30 prendas de vestir de las cuales 15 son blusas y el resto son faldas o pantalones. Carmen tiene 3 blusas y 3 faldas. Alicia tiene 8 prendas de vestir, de las que 4 son blusas. El número de pantalones de Carmen es igual al de blusas que tiene Alicia. Estela tiene tantos pantalones como blusas tiene Carmen. La cantidad de pantalones que posee Alicia es la misma que la de blusas de Carmen. ¿Cuántas faldas tiene Estela?	
Paso	Ejemplos del problema de muestra
Representación del problema Traducción Integración	Hay dos variables: X= prendas; Y= adolescentes. X e Y deben considerarse conjuntamente. Se debe encontrar los valores x, que están asociados a su y, Es un problema de tablas de doble entrada.
Solución del problema Planificación Ejecución	Construir una tabla numérica de doble entrada (adolescentes x prendas de vestir). En ella, se colocan primero los datos que se conocen sobre las adolescentes y sus prendas de vestir y, luego, se deducen los datos que no se aportan en el enunciado del problema. Ejecutando el plan anterior, Estela tiene 1 falda.

Fuente: pasos en la resolución de problemas matemáticos (Mayer, 1986: 169)

Para un mejor entendimiento de la resolución de los problemas anteriormente presentados, se explicarán a continuación los pasos o fases que pueden ser utilizadas para llegar a una correcta solución.

CLASE 07

4.1. Fases en la Resolución de Problemas

El resolver un problema va más allá de hacer una operación y encontrar su resultado, es algo más que ejecutar un algoritmo, tiene que ver con el hacer preguntas relacionadas

con la matematización de un problema real, o bien con la construcción de nuevos objetos matemáticos, y responder a esas preguntas.

En consecuencia, resolver un problema significará buscar la respuesta a la cuestión planificada. Porque, se necesitará para saber o para verificar o para prever algo, sin que fuera necesario hacer mediciones o experimentos reales que por lo demás podrían llevar demasiado tiempo y, en algún caso, sería hasta imposible poder desarrollarlos.

A continuación se presentarán las 4 fases que se deben seguir para una correcta resolución de problemas.

1. La Traducción del Problema

Esta es la primera fase o etapa de la resolución de problemas, en la cual es necesario tener las ideas y conceptos necesarios, para lograr comprender qué es lo que se plantea en el enunciado del problema. Los conceptos deben ir desde las unidades de medida, como lo son los kilos, los litros, las magnitudes, índices de precios, etc.

Por ejemplo

Se plantea el siguiente problema, con el concepto de peso (kilos):

Un perro pesa 6 kilos, un conejo pesa 4 kilos, un gato pesa 3 kilos. Una tortuga pesa 2 kilos. Si se juntan dos mascotas, ¿Cuáles le harán el peso al perro?

En este problema, se entregan los siguientes datos: la cantidad de kilos que pesa un perro, un conejo, un gato y una tortuga. Así, el resolutor, a partir de esta información, debe a través de sus habilidades cognitivas, realizar cálculos utilizando la lógica, para determinar una operación que le permita dar respuesta a la problemática planteada.

Al traducir este problema, se debe en primer lugar comprender, qué es lo que se está planteando; después, organizar la información y replantear el problema de otra manera, para hacerlo mucho más comprensible. La traducción implica también, realizar relaciones entre los datos entregados, en el ejemplo anterior, se debe establecer una relación entre los pesos de los animales.

2. La Integración del Problema

En esta segunda fase, el alumno realiza una representación, lo que demuestra que entendió el problema. El niño, utiliza su estructura cognitiva, para asimilar el enunciado del problema, estableciendo relaciones con los conocimientos previos, utilizando su conocimiento esquemático.

Este esquema, contiene una estructura de información modificable que representa conceptos genéricos almacenados en la memoria. Es decir, que el esquema contiene los conocimientos previos, y hace posible el establecimiento de relaciones entre los nuevos conocimientos adquiridos con los antiguos.

Por ejemplo

Cuando las niñas juegan al luche, utilizan sus conocimientos previos, "el conteo", ya que deben tirar el luche, que puede ser un tejo, el cual cae en un casillero previamente hecho con tiza, con 10 casilleros, sobre el cual deben avanzar, saltando en un pie. Por lo tanto deben contar cuantos saltos dar hasta el rectángulo, donde cayó el luche.

Entonces, respecto al ejemplo planteado recientemente, se puede señalar que, las niñas o niños que jueguen al luche, deben conocer las reglas, deben organizar el orden en que cada jugador tire el luche, las situaciones que van ocurriendo durante el juego, como que el luche caiga afuera de los casilleros, sobre la línea de uno de los recuadros o que una niña pise la línea o se caiga. Además, deben saber contar y poseer la habilidad para saltar en un pie.

La activación de los esquemas, generalmente es muy rápida y eficaz frente a nuevas situaciones. Por lo que la mayoría de los alumnos son capaces de categorizar de forma inmediata los problemas, es decir, al leer o escuchar, "Juan y su hermana Antonia van caminando por la arena dejando marcadas sus huellas. Cada paso que da Juan…", el niño rápidamente lo asocia con un problema de medidas.

Según lo señalado, la importancia de poseer y utilizar los conocimientos previos, facilita el aprendizaje de las personas, ya que permite poder tomar la decisión de aplicar una determinada estrategia o procedimiento, en el momento y situación determinada. De este modo, los individuos adquieren una independencia, gracias a las herramientas necesarias para enfrentar con autoridad ciertos escenarios que día a día s presentan.

Cuando un niño no utiliza bien sus estructuras cognitivas para comprender el problema, muy difícilmente encontrará la solución de éste. Según algunas investigaciones relacionadas con la resolución de problemas, plantean que las dificultades asociadas con la resolución de problemas, posiblemente están asociadas con el enunciado, con los conocimientos necesarios de las técnicas de resolución, con la mecánica utilizada, o simplemente con las características cognitivas del sujeto que enfrenta el problema.

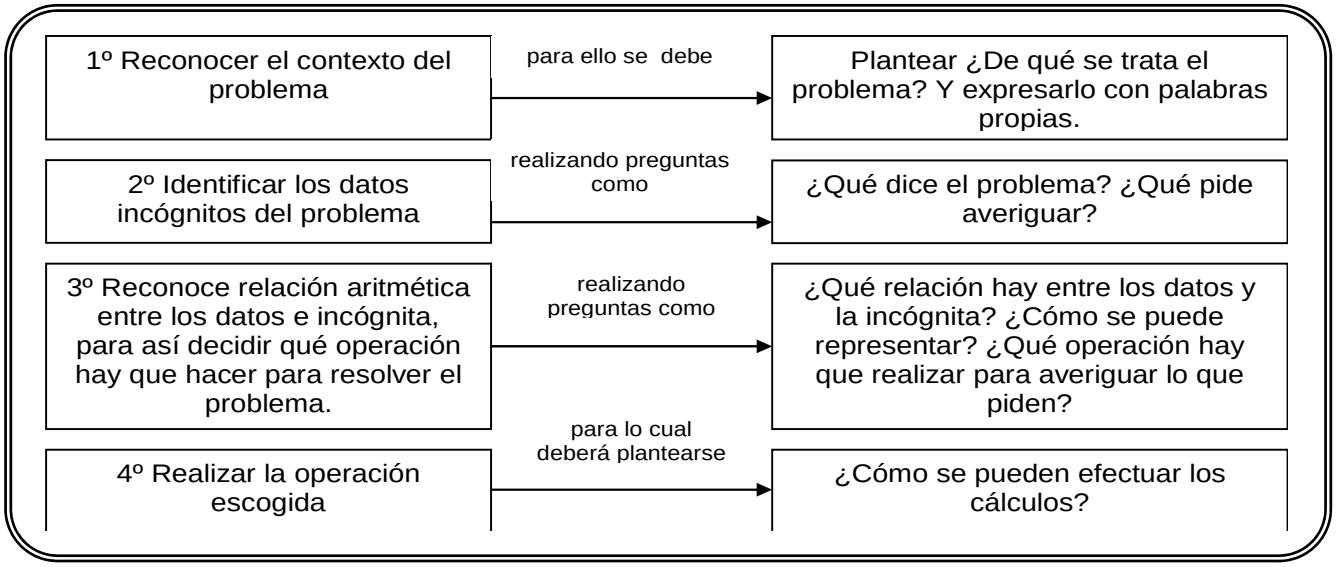
3. La Planificación de la Solución

Esta fase implica, realizar una representación gráfica del problema, donde el alumno debe ir en busca de posibles estrategias para utilizarlas según la dificultad del problema. Además, si para el niño el problema al cual se ve enfrentado, es complejo, debe idear un plan auxiliar sobre la base de un replanteamiento de la situación.

Existen varios modelos de resolución de problemas, dos de ellos serán explicados a continuación.

Polya[5], un gran matemático que instauró un método de resolución de problemas que lleva su nombre, sugiere seguir cuatro pasos para poder llegar a realizar la operación matemática que llevará a la solución del problema el cual se grafica y explica en la figura siguiente:

Figura Nº 7: Método Polya para Resolver un Problema



Como se puede apreciar en la figura anterior, el método Polya hace que el alumno pueda, a través de un proceso secuencial, llegar a efectuar los cálculos apropiados que lo llevarán a dar solución al problema planteado.

- Bransford y Stein[6], proponen el modelo IDEAL; el cual se desglosa mediante la sigla IDEAL, de la siguiente forma:

I: Identificar el Problema. El alumno debe reunir la información que encuentre relevante del problema, mediante la lectura de textos relacionados con lo planteado en el enunciado.

D: Definición y Representación del Problema. En este paso, el alumno debe recurrir a una definición, a un modelo, a alguna idea o a una imagen. Se debe abordar el problema desde diferentes perspectivas, mediante la diferenciación de representaciones que se plantean, a través de la postulación de nuevos conceptos, y finalmente expresar una definición.

[5] *Citado por Cofré & Tapia, 2004.*
[6] *Citado en Cofré & Tapia, 2004.*

E: Exploración de Posibles Estrategias. En esta fase, se investiga qué operaciones son aptas para resolver el problema planteado.

A: Actuación fundada en una estrategia. En este paso, se actúa utilizando la estrategia ideal para solucionar el problema, la cual puede o no llevar a la solución correcta.

L: Logros, observación y evaluación de lo realizado. Esta es la última fase, donde se comprueba si la estrategia utilizada fue la correcta, y se verifican los resultados.

Por ejemplo

Si al alumno se le plantea el siguiente problema:
El gatito de Andrea, pesaba un kilo cuando ella lo compró, ahora su perrito pesa 5 kilos y 2 gramos. ¿Cuántos kilos ha engordado en gatito?

Aplicando el modelo anterior, al ejemplo planteado, el niño debe identificar el problema, que en este caso es ¿Cuánto ha engordado el gatito?; luego debe definirlo y representarlo, para lo que el alumno deberá conocer los conceptos que están involucrados, el cual en este caso sería el concepto de peso. Después debe explorar las estrategias, para encontrar la solución a este problema, restándole al peso actual el peso inicial. Y finalmente debe revisar y comprobar si la operación elegida es la correcta.

4. La Ejecución de la Solución

Siendo ésta la última fase, requiere que se aplique el plan ideado en la fase anterior. Es decir, las estrategias, las cuales consiste en la utilización de ciertas técnicas que implican una serie de operaciones simples o complejas. La ejecución del plan, no quiere decir que, éste lleve a la solución correcta, por lo tanto, sólo al aplicarla se puede comprobar si es la indicada o no.

Algunas investigaciones, han señalado que la mayoría de los alumnos, ejecutan el plan sin haber pensado lo suficiente en la estrategia para resolver el problema, es por esto, que surgen tantos errores en la resolución de problemas en la educación básica. La técnica del tanteo (deducción), puede ayudar bastante para pronosticar una solución aproximada, que puede acercar a la solución correcta.

CLASE 08

4.2. Conocimientos Implicados en la Resolución de Problemas

La resolución de problemas, implica una serie de conocimientos, entre los cuales se encuentran: el conocimiento procedimental, el declarativo y el conceptual. El primer conocimiento, el alumno lo adquiere a través de la acción que realiza sobre el problema, el

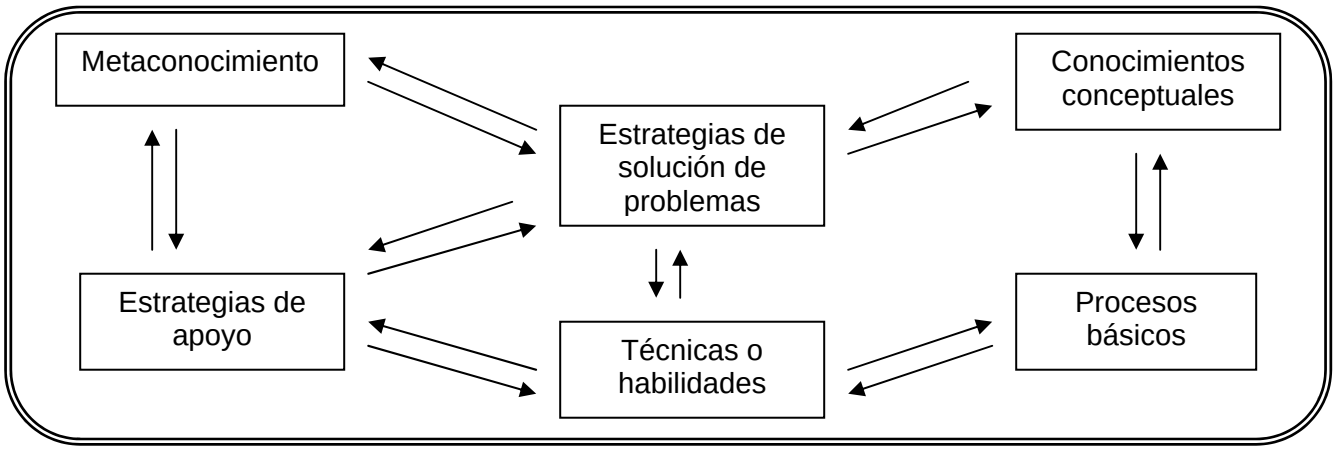
cual se ejecuta de forma automática. El segundo, se refiere a las normas, pasos o reglas que se deben ejecutar para solucionar un problema, y el conceptual involucra el conocimiento de los conceptos básicos y específicos para la resolución de problemas.

Además, de los conocimientos anteriores se requiere de otro tipo de conocimiento, el metaconocimiento, el cual significa que el niño debe tomar conciencia sobre los procesos de solución que está utilizando. Este metaconocimiento, es una reflexión de cómo resolver correctamente los problemas.

Cabe señalar que, los conocimientos nombrados anteriormente, no sirven de nada, si el alumno no logra utilizar bien otros procesos, que sirven como estrategias de apoyo, como el mantener atención, estar concentrado, y estar motivado durante la resolución de los problemas.

En la figura que se muestra a continuación, se puede observar los diversos tipos de conocimientos y estrategias que se ven involucradas en la resolución de problemas:

Figura Nº 8: Conocimientos Implicados en la Resolución de Problemas



Como se puede apreciar en el cuadro, todos los conocimientos o procesos implicados en la resolución de problemas están relacionados. Los cuales no pueden funcionar independientemente, sino que se requiere de todos los demás para llegar a la correcta solución.

Es trascendental que el docente enseñe a sus alumnos que pueden llegar al resultado correcto a través de diferentes técnicas y métodos, entendiendo que todas son válidas, si llevan a un resultado correcto, pero siempre considerando que algunas llevan de una manera más rápida y adecuada a la solución, impregnando a los estudiantes de un espíritu inquisidor que los lleve a buscar información relevante para la resolución de sus problemas.

Además, el profesor debiera orientar a los niños a ser perseverantes en el proceso de resolución de problemas, a no abandonar los desafíos sino a ser tenaces en la búsqueda de soluciones

Es importante destacar la tarea del docente, como mediador, facilitador y problematizador. Es imprescindible que el profesor prepare el escenario y las condiciones para que los alumnos aprendan a resolver problemas, como también a que descubran diferentes formas y procedimientos de cálculo de manera que a través de la socialización elijan los que sean más pertinentes y efectivos. Sólo de esta forma el alumno irá progresivamente desarrollando mayor conocimiento matemático.

4.3. Otros Conocimientos Matemáticos

Si bien es cierto, las investigaciones matemáticas, se han centrado en la numeración, en el cálculo y en la resolución de problemas, no hay que dejar de lado, el resto de las categorías que están involucradas en la disciplina de las matemáticas, dentro de las cuales se encuentran la estimación, el uso de instrumentos tecnológicos, las fracciones y decimales, además de la medida y la geometría.

La primera categoría mencionada es la estimación, la cual corresponde a un conjunto de técnicas, que ayudan a calcular mentalmente el resultado de un problema antes de resolverlo; ayuda a qué el alumno establezca relaciones entre el resultado estimado y el resultado real; y es una vía rápida para encontrar respuestas aproximadas, en situaciones que lo ameritan y que no es posible realizar un calculo exacto. La estimación es una de las habilidades que todos los alumnos deben desarrollar y se desarrolla a través de: la estrategia del redondeo, la cual se explica a continuación.

La estrategia del redondeo: en el caso de querer estimar el valor de dos números, se redondea cada uno y luego se suma, así se obtendrá un resultado cercano al real. Para llevar a cabo una buena estimación, se deben redondear todos los números involucrados en la operación.

Respecto al resto de las categorías, en especial las magnitudes las que involucran el peso, la superficie, el volumen, la medida y el sistema monetario. Son muy importantes para la vida diaria del ser humano, las que además son unidades universales, exceptuando el sistema monetario; y que han tenido poca variación a lo largo del tiempo. También, existe en la enseñanza de las matemáticas, el uso de la calculadora y del computador, instrumentos que han permitido la rapidez y la exactitud del cálculo, además aligeran el trabajo mental y ayudan a comprobar si el resultado obtenido mentalmente es el correcto. En los cursos superiores, la calculadora es una herramienta de apoyo para el trabajo con funciones. El computador por su parte, facilita la tarea de probabilidades, geometría, estadística, etc.

Realice ejercicios nº 19 al 25

CLASE 09

5. EL ROL DEL PROFESOR EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

El profesor tiene el rol de fomentar en sus alumnos el aprendizaje de las matemáticas, y ayudar a desarrollar los procesos cognitivos necesarios para lograr realizar operaciones, cálculos, resolución de problemas, etc., de una manera eficaz y rápida. Es el que debe mediar entre los conocimientos y los alumnos, quienes son los actores principales del proceso de enseñanza- aprendizaje.

En su correcto desempeño, intervienen varias variables, como la experiencia laboral, el carisma, el magnetismo, el dominio del contenido a tratar, el tono de voz, la didáctica utilizada, etc. Además, de cómo influyen las características de la personalidad en sus alumnos.

5.1. Características de un Educador Eficiente

Respecto a las características de la personalidad del educador, deben resaltar el entusiasmo, el optimismo, la paciencia, la sensibilidad, la capacidad de organización, y su inteligencia. El docente debe "saber y debe saber hacer", y debe ser capaz de crear instancias para que los alumnos puedan construir conocimiento, mediante la interacción que se debe crear frente a situaciones matemáticas.

Las herramientas que están a simple vistas ante los ojos y oído de los niños, son la capacidad de comunicar con el cuerpo y el tono de la voz, ya que mediante el cuerpo se promueve o coarta la confianza, la seguridad, la motivación, la inquietud, etc. Este punto debe ser considerado por todos los educadores, ya que los alumnos necesitan el fortalecimiento de esas cualidades para adquirir correctamente las matemáticas, o cualquier otra disciplina.

De este modo, la interacción entre el educador y los alumnos, debe ser sincera y espontánea, porque los alumnos son perceptivos y notan cuando alguien es falso y quiere engañarlos.

Como se mencionaba anteriormente, el educador debe crear en la sala de clases las instancias precisas y necesarias para aprender. A continuación, se presentan algunas sugerencias, de cómo debe ser el ambiente en una sala de clases:

- Gracias a la comunicación verbal y no verbal, el docente debe promover confianza y seguridad en sus alumnos, con el fin de que éstos tengan las ganas de ser activos en su

aprendizaje, y de interactuar con todos los agentes partícipes del proceso enseñanza-aprendizaje.

- Debe crear un clima donde se respeten las ideas de todos los alumnos, y además debe considerarlas.

- El alumno debe tener el derecho de responder o no frente a situaciones matemáticas planteadas, si es que lo desea.

- Si algún niño no quiere compartir sus respuestas con todo el alumnado y quiere sólo contestarle al profesor, debe ser respetado, ya que, la relación entre ambas partes es fundamental, para el desarrollo del autoestima del alumno, lo que fortalecerá el aprendizaje.

En función del último término mencionado, la autoestima, se han realizado variadas investigaciones que han certificado que esta se fortalece, con los logros académicos. Este tipo de niño, se siente seguro en el contexto que se encuentran insertos. Además, tienen la capacidad y habilidad de enfrentar cualquier problema, gracias a su sentido de responsabilidad, a sus metas propuestas y de la utilización de estrategias adecuadas, para solucionarlos.

5.2. La Práctica de la Enseñanza de las Matemáticas

El profesor debe estar al tanto y actualizado sobre las nuevas investigaciones pedagógicas, para así poder aplicarlas en el aula. Éste, debe promover y regirse por prácticas mucho más avanzadas, aplicando una enseñanza reflexiva, responsable y actualizada.

El docente, debe estar a la vanguardia del siglo XXI e ir trabajando en las tareas de las cuales dependen, tanto el progreso, la igualdad social y la incorporación cultural, amoldando estructuras, procesos y resultados en las políticas educacionales, a las transformaciones que, por efecto de esta globalización experimentan y se desenvuelven los procesos de enseñanza - aprendizaje.

En este contexto no se debe perder de vista que uno de los principales objetivos de las matemáticas, es desarrollar y fomentar la capacidad matemática, para que así, los alumnos tengan la necesidad y las ansias de investigar acerca de los conceptos matemáticos.

A continuación, por medio de la siguiente figura, se presentan algunas sugerencias para realizar una buena práctica pedagógica.

Figura Nº 9: Secuencias Metodológicas para realizar una Buena Práctica Pedagógica

Sugerencias metodológicas

- El profesor debe buscar y utilizar metodologías que ayuden a los alumnos a adquirir correctamente el conocimiento.

- Debe ayudar a fomentar y a desarrollar la capacidad matemática de sus estudiantes, para que eéstos adquieran la confianza necesaria para investigar sobre ideas matemáticas, acerca de la resolución de problemas, etc.

- Al docente debe importarle el qué tan bien aprendió el alumno, más que el número de habilidades adquiridas.

- El educador debe invitar a sus alumnos para que relacionen ideas matemáticas con sus propias experiencias vividas, para que se den cuenta del valor de éstas y de lo útiles que le son, ya que la matemática es un todo integrado, de patrones y relaciones.

- Debe crear instancias para que los alumnos interactúen y utilice el lenguaje matemático para comunicar sus ideas.

- Motivar la utilización del razonamiento, el cual es fundamenta para saber y hacer matemática, mediante reflexiones y discusiones matemáticas.

- Interiorizar en los alumnos los conceptos de números, operaciones y de cálculo.

- Promover la experimentación y el descubrimiento a través de materiales concretos, para lograr adquirir correctamente los conceptos de geometría y de medición.

- Ayudar a desarrollar competencias que le permitan comprender las estadísticas la probabilidad, los datos obtenidos, etc.

- El educador debe utilizar una variedad de instrumentos de evaluación, con el fin de comprender y saber que es lo qué los alumnos saben, para mejorar y planear sus prácticas pedagógicas.

Por lo visto en la figura anterior, el docente no sólo debe dominar los contenidos de su disciplina, sino que además, debe ser capaz de realizar prácticas pedagógicas que permitan y faciliten el aprendizaje de sus alumnos, a través de la experimentación y reflexión sobre las matemáticas.

CLASE 10

6. EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

La Matemática es una forma de comunicación, es un lenguaje muy utilizado en la sociedad actual. Su lenguaje, su estructura lógica y funcional, no sólo facilita la comunicación, sino que también permite desarrollar individuos creativos, participativos, reflexivos, dotados de competencias para aportar en la construcción de un mundo cada vez más pleno y más humano.

El hombre en su esencia, parece estar dotado de la comprensión del concepto numérico, pues, puede reconocer las expresiones que señalan, sí una cantidad es mayor o menor, o estableciendo simplemente las diferencias entre un conjunto y un grupo de elementos, además comprende el momento en el cual debe agregar o quitar elementos de un grupo.

Estas problemáticas cotidianas a la cuales la sociedad se ha visto enfrentada a lo largo de la historia, como lo son "el uso de las matemáticas", llevan a la construcción de un conocimiento matemático, que está estrechamente relacionado con los problemas reales de las distintas culturas y como éstas se organizaron para solucionarlos.

En consecuencia, la Matemática es vida, es resolver problemas, tiene un propósito claro e inevitable, debe necesariamente resolver situaciones problemáticas y por ende tiende cada vez a introducirse en situaciones de real crecimiento y profundidad. La sociedad actual presenta múltiples desafíos y problemas y a la matemática debe enfrentarlos, es decir, es una disciplina abierta y en constante evolución.

En los primeros años de escolaridad, la problemática se centra en el contar y enumerar, es decir, en responder a la simple pregunta ¿Cuántos son? ¿Cuántos hay?, y luego desde allí se intenta la construcción del conocimiento matemático. Por lo que uno de los grandes desafíos al inicio del proceso (NB1), lo construyen los problemas aditivos, en los cuales el alumno debe contar, pero con más de una colección, y evolucionar en este conteo a través de técnicas que le otorguen efectividad y rapidez.

Precisamente, para desarrollar estas destrezas, la educación en la sociedad, tiene una misión fundamental, que es formar y capacitar a personas para que puedan enfrentar situaciones de la vida cotidiana, superándolas con éxito, ya que no sólo se entregan saberes y contenidos, sino también competencias básicas. Los elementos de la matemática, no son propios de ella, sino que se le puede clasificar como una ciencia transversal, en la amplia

gama de conocimientos que rodean a las personas, es por ello que es aplicable en diversos contextos.

En este sentido, no se debe olvidar que la educación está sometida a cambios, algunos con efectos visibles inmediatos, y otros con efectos de largo plazo difíciles; de predecir. Éstas, son señales de cómo han abordado estos cambios a las personas. Así, el alumno, no sólo encuentra en el colegio la única fuente de conocimiento, sino que entra en contacto con diversas herramientas que proporcionan información, además estos conocimientos se encuentran en un permanente proceso de expansión y renovación. Es este cambio tecnológico, el que lleva a replantear las competencias y destrezas que las sociedades, y las que en especial los centros educativos, deben desarrollar o potenciar.

En síntesis, la matemática se constituye en un pilar básico de la cultura humana. Gracias al desarrollo de las ciencias tecnológicas, las matemáticas han invadido toda la vida cotidiana, encontrándose presente en todas las disciplinas. Es más, parece claro que, como afirma el filosófo y matemático inglés Witehead, "Si la civilización continúa avanzando, en los próximos dos mil años, la novedad predominante en el funcionamiento humano será el señorío de la intelección matemática".

6.1. ¿Pueden los Alumnos Descubrir las Matemáticas por Sí Mismos?

Ocasionalmente, los alumnos son capaces de descubrir y construir la matemática por ellos mismos, aunque muchas veces, esos descubrimientos no sean novedosos, deben ser considerados por el educador. Cuando los alumnos reflexionan sobre las tareas matemáticas, comienzan a descubrir ésta, por sí mismos.

Los educadores, deben estar concientes de que los alumnos son capaces de aprender por sí mismos las matemáticas, sin embargo, ellos deben ser los orientadores y mediadores del aprendizaje, para que los alumnos puedan adquirir un lenguaje apropiado, para comunicar matemáticas, para aclarar el pensamiento y para introducir el simbolismo y los métodos para realizar informes.

Así, cuando el alumno descubre las matemáticas, logrará un aprendizaje mucho más profundo y completo, gracias a la comprensión, a través de una investigación activa y comprometida.

Por ello, las prácticas tradicionales, deben quedar atrás y dar paso a las nuevas propuestas pedagógicas, donde se construye el aprendizaje, de forma activa y participativa.

Dependiendo del grado de descubrimiento por parte de los alumnos, el profesor deberá intervenir de un modo directo o indirecto, proporcionando las herramientas y conceptos necesarios para aprender matemáticas.

De este modo, los docentes deben realizar actividades que permitan a los alumnos descubrir, investigar y resolver problemas matemáticos, las cuales son actividades propias

del lenguaje y de la enseñanza matemática. Centrándose en enfoque mucho más activos de los que se venían planteando.

Bruner[7], es el principal defensor del "aprendizaje por descubrimiento[8]", ya que fomenta el aprendizaje significativo y favorece el desarrollo mental. La teoría de aprendizaje constructivista de Bruner, va más allá del simple descubrimiento, planteando que el niño construye el conocimiento, ayudado de la motivación extrínseca que le debe proporcionar el educador para que el niño sea capaz de descubrir y construir nuevos aprendizajes.

Otro psicólogo que fomentó el aprendizaje por descubrimiento, fue Piaget, el cual señala que en la disciplina de las matemáticas, debe existir un intercambio activo con el entorno que rodea al niño, facilitando y permitiendo la construcción y la comprensión del conocimiento.

Por lo tanto, las matemáticas son un descubrimiento de relaciones, expresiones, y de representaciones simbólicas o abstractas, la cual necesita que el educando actúe sobre su aprendizaje, independiente de su edad y características. Por ello, el profesor debe colocar las matemáticas al alcance de los niños, para que éstos se familiaricen con ella, fomentando una participación lo más activa posible, interactuando con materiales didácticos que sean un aporte para el aprendizaje.

La autora Edith Biggs (1972), plantea algunos conceptos como sinónimos de "descubrimiento", éstos son la "investigación y el aprendizaje activo". Los cuales proporcionan a los alumnos la oportunidad de pensar por sí mismos, donde interactúan los factores cognitivos y afectivos del niño, en el aprendizaje.

CLASE 11

Biggs (1972), clasifica los métodos de descubrimiento en fortuito, libre y exploratorio; guiado, dirigido y programado. Plantea que el descubrimiento fortuito, no puede ser planificado, ni por el docente ni por el niño, por lo tanto no asegura un resultado correcto. El descubrimiento programado, por su parte, es planeado con el fin de que se logre el aprendizaje. Éste último tipo de descubrimiento, puede resultar muchas veces aburrido para algunos alumnos, en cambio, para otros será interesante y revelador

Para el docente, resulta mucho más complicado, lograr que a través del descubrimiento exploratorio, se logren conclusiones correctas. Es por esto, que los educadores, fomentan este tipo de descubrimiento en actividades, donde el conocimiento adquirido, no sea esencial. Porque en el caso de que los resultados matemáticos sean

[7] *Bruner.* Profesor de psicología, precursor de la teoría de aprendizaje constructivista. "El desarrollo y estructura de las habilidades", 1979

[8] *Aprendizaje por descubrimiento.* A través de éste se descubren los conceptos y sus relaciones, la cuales se adaptan al sistema cognitivo del niño.

relevantes, los educadores fomentarán los métodos que den la confianza, de lograr el conocimiento deseado en sus alumnos.

Los psicólogos Gagné y Brown (1961), plantearon que el descubrimiento guiado era el mejor método para promover el aprendizaje de ciertas reglas. Por su parte, Ausbel (1963), señala que éste tipo de descubrimiento, tiene relación con el aprendizaje memorístico, y que además, no existía ninguna prueba que señalase, que era más eficaz que una exposición significativa. Indicando también, que el descubrimiento guiado, tiene mucha más incidencia en los niños pequeños, que en los adultos.

Para Bruner, el descubrimiento, estimula el modo de aprender matemáticas y es para los alumnos un estímulo gratificante, ya que es un logro de ellos. Sin embargo, no se debe considerar el currículo como un sistema abierto, ya que en algunos casos, es posible que se deba esperar bastante para alcanzar el conocimiento a través del descubrimiento. Por lo tanto, este debe ser guiado o dirigido, por el profesor a cargo, para ayudar a sus alumnos a superar las dificultades que se le presentan.

Ausubel (1963), señaló que, el descubrimiento, no es el único método mediante el cual se logran aprendizajes significativos, sino que a través de la enseñanza expositiva, también se puede lograr que los alumnos se motiven e interesen por aprender, ya que para él, no todo el aprendizaje por descubrimiento es bueno y no todo aprendizaje obtenido por recepción es malo.

Dentro del aprendizaje de descubrimiento, se encuentra la técnica del "torpedeo", la cual consiste, en que los alumnos descubren una idea, esquema, relación o regla, viéndose obligados a reflexionar sobre las mismas, para así, poder asimilar y acomodar el nuevo conocimiento, a las viejas estructuras cognitivas, para lograr un aprendizaje eficaz, que permanezca en la memoria de largo plazo.

Muchas veces, el aprendizaje por descubrimiento, puede desmotivar a los alumnos, cuando éstos no logran los aprendizajes esperados. Además, puede ser tedioso, en los casos que demoren mucho más tiempo.

El método por descubrimiento, ha sido objeto de debate, entre los psicólogos educacionales. Pero para Biggs (1972), "El método (por descubrimiento) es el mejor modo de proporcionar a los alumnos, un interés real por las matemáticas. Éstos, sólo realizan su pleno potencial, cuando se les proporciona una oportunidad de pensar por sí mismos". En éste sentido, la autora plantea que los educadores deben dar a conocer el propósito a lograr, actuando como un mediador o guía, para que los alumnos recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos, mediante sus propias estrategias.

CLASE 12

6.2. La Educación Matemática en la Escuela

Los planes curriculares de educación básica, deben responder a las interrogantes, "qué, cómo, y para qué enseñar matemáticas". Para así, planificar las clases, de tal forma, que ayuden a fomentar el aprendizaje de todos los alumnos.

Frente a la primera interrogante, "qué enseñar de las matemáticas", se encuentran cuatro ejes temáticos, los números, las operaciones, el espacio y formas y la resolución de problemas, en los cuales se basa la educación matemática.

1. Eje de los Números: respecto a este eje, los niños deben conocer los usos de los números, la comprensión del sistema de numeración decimal, el desarrollo del sentido de la cantidad, y como eje transversal la resolución de problemas, la cual permitirá adquirir los demás conocimientos.

   Los números, le servirán al alumno para identificar, cuantificar y para ordenar, situaciones, elementos o conceptos matemáticos. La formación del concepto de número, dará pie, para la correcta comprensión del sistema decimal.

2. Eje de las Operaciones Aritméticas: los alumnos deben adquirir el significado de las operaciones básicas, de adición, sustracción, multiplicación y división, el cual se adquiere a través de los conocimientos previos, de los modelos matemáticos (adición, sustracción, multiplicación y división), y las representaciones de las acciones concretas, que dan origena la nueva información. Además, los alumnos deben dominar el cálculo de las operaciones y el uso de sus propiedades.

   De este modo, las operaciones de adición y sustracción, incluyen las acciones de juntar o separar; agregar o quitar; avanzar o retroceder; y comparar por diferencia.

   Las operaciones de multiplicación y división, incluyen las operaciones de reparto equitativo, variación proporcional, agrupamiento en base a una medida, arreglo bidimensional, comparar por cuociente, etc.

   Las operaciones aritméticas, se fomentan y se desarrollan, mediante la resolución de problemas.
   Finalmente, el cálculo, ayuda a obtener resultados de las operaciones, a través del conteo, del cálculo mental, del escrito y utilizando la calculadora.

3. Eje de Formas y Espacios: los alumnos deben desarrollar un lenguaje geométrico básico, es decir, las líneas rectas, curvas y las relaciones entre éstas, y además de los triángulos y cuadriláteros, prismas, pirámides, cilindros y conos. También, deben desarrollar la imaginación y la orientación espacial. En este eje, al igual que los restantes, se trabaja con la resolución de problemas.

4. Eje de Resolución de Problemas: a través de la resolución de problemas, los alumnos adquirirán nuevos conocimientos. Esta resolución requiere, de la aplicación de conocimientos matemáticos, lo que lleva a una solución correcta, la que debe ser interpretada, para ser llevada a la solución de un problema real, en una situación cotidiana.

La segunda interrogante planteada, es el "cómo enseñar" y "cómo aprender matemáticas", lo cual se logra "haciendo matemática". Ampliando las nociones y las prácticas matemáticas de los niños y desarrollando las formas del pensamiento, para que le posibiliten el conocer y el enfrentar problemas matemáticos. Los alumnos por su parte, deben procesar la información acerca de la realidad en que están insertos y profundizar así, sus conocimientos.

Se enseña matemática, de forma creativa, utilizando metodologías didácticas, con materiales de apoyo. Además de promover y plantear problemas significativos, complejos y variados. Problemas significativos, se refiere a que estén relacionadas con sus experiencias vividas, dentro y fuera de la escuela; complejos, donde intervengan múltiples variables, que permiten buscar y obtener respuestas a los problemas; y variados, quiere decir, ver desde diferentes perspectivas los objetos, las ideas y las nociones matemáticas.

La última interrogante, es "para qué enseñar matemáticas", lo que tiene como respuesta, el desarrollar las formas de pensamiento matemático, a través, de planteamientos y resolución de problemas matemáticos. Lo cual permitirá adquirir las herramientas necesarias para analizar los aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad social y natural.

A modo de conclusión, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática debe concebirse, no solo sobre la base de lo que aparece en los libros de texto, sino tomando en consideración los elementos culturales propios de la sociedad en la que el estudiante se encuentra inserto. No se puede concebir de la misma manera las enseñanzas de las matemáticas en Japón, en Cuba y en España; el rendimiento académico de los alumnos es diferente de comunidad en comunidad.

Realice ejercicios nº 26 al 30

RAMO: PROCESOS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICA

UNIDAD III

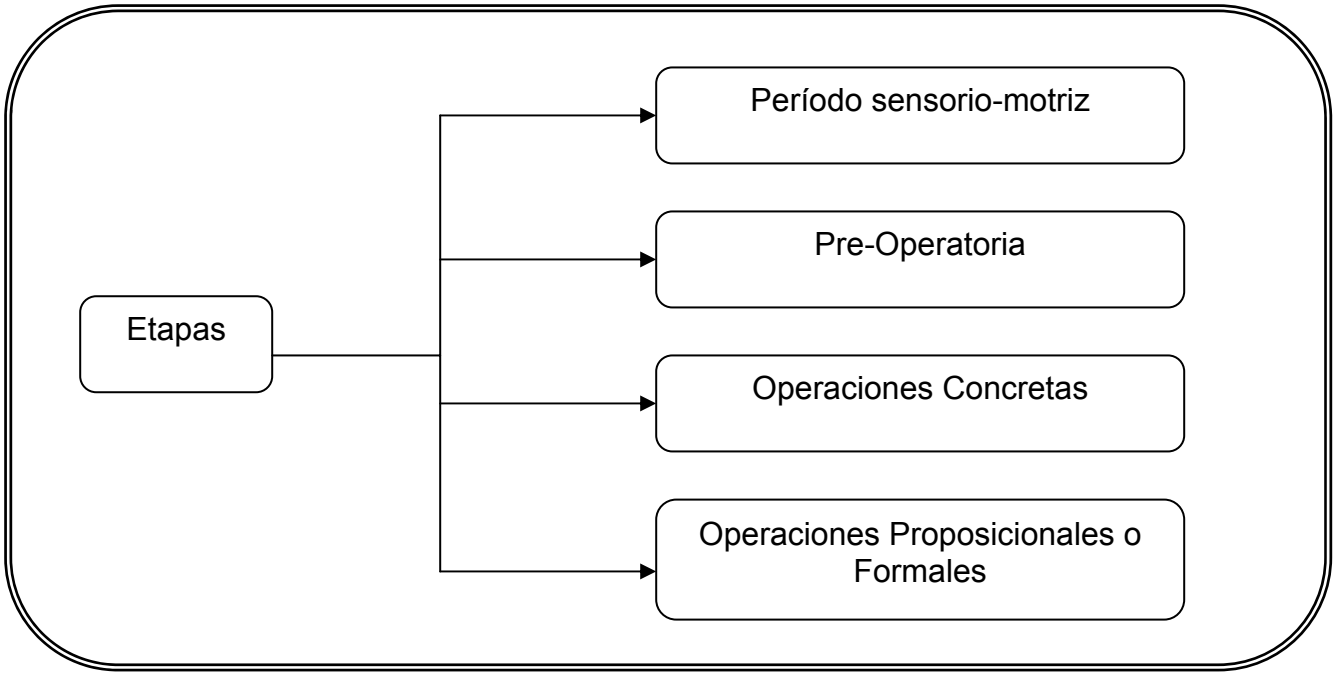
ASPECTOS GENERALES Y ACTIVIDADES METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

CLASE 01

1. ASPECTOS GENERALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Para Jean Piaget, los niños atraviesan por una serie de etapas en su desarrollo intelectual, a que llamó "Estadios de Desarrollo Intelectual", estas etapas son sucesivas y más conocidas como estadios graduados:

Figura Nº 1: Etapas del Desarrollo Intelectual



La primera etapa que precede al lenguaje es el "Período Sensorio-Motriz", que se extiende de los 0 a los 24 meses aproximadamente. La inteligencia en un comienzo se expresa a través de simbolismos, el lenguaje y las imágenes mentales se deben ir presentando al niño constantemente, con el fin de activar su capacidad de reconocimiento retención y ubicación del objeto.

La segunda, coincide con el inicio del primer desarrollo del lenguaje (alrededor de los 2 años) y llega hasta los 7 u 8 años aproximadamente; este período se conoce como representación "Pre-Operatoria". El niño comienza a representar algo a través de símbolos ya sea la imitación, gestos o alguna cosa por la cual pueda expresar la idea, esto es el lenguaje.

Entre los siete y doce años más o menos, se encuentra un tercer período que se denomina "Operaciones Concretas". En esta etapa el niño adquiere cierta lógica, puede reunir una serie de objetos ya sea por su relación (color, forma o tamaño), como también por

una lógica de números, es capaz de agruparlos numéricamente. Aquí aparecen los procesos de seriación y el de clasificación.

Por último, se encuentra la etapa de las "Operaciones Proposicionales o Formales", la cual se manifiesta después de los 12 años. En este período el niño deduce y razona sobre objetos manipulables, y además es capaz de aplicar una lógica y un razonamiento deductivo sobre proposiciones e hipótesis.

Sin embargo, a estas etapas no se les puede asignar una fecha cronológica exacta, pues existen variaciones de una generación a otra, lo que no implica que el orden de sucesión se modifique ya que se mantiene constante. Ahora, para llegar a cierto estadio es preciso haber pasado por procesos previos, para ello se tiene que ir pasando por las sub-estructuras y pre-esctructuras previas para poder avanzar en el desarrollo.

2. ACTIVIDADES DE APRESTO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Definición de Apresto

"Apresto, consiste en el período previo al conocimiento de un nuevo programa de aprendizaje, que trata de poner al alumno en condiciones óptimas, para iniciar y asimilar dicho programa".

Las actividades de apresto contribuyen a favorecer la eficacia y eficiencia de los programas aplicados, lo que posibilitará e incrementará el rendimiento del alumno y la posibilidad de éxito al mismo tiempo. Esto intenta evitar frustraciones y pérdida de esfuerzo, ya que es inútil comenzar la enseñanza de los números sin que el niño posea los prerrequisitos previos a ello.

Para llevar a cabo las actividades de aprestamiento, es necesario que el niño haya obtenido una correctamente evolución de sus estadios de desarrollo intelectual. Con el propósito de hacer efectivas las actividades y se logren los aprendizajes deseados.

2.1. Expresiones Cuantitativas

Se llama "expresiones cuantitativas" a las cantidades no definidas, siendo su característica la realidad relativa, dependiendo ésta de los conjuntos en que se esté utilizando los términos mucho, poco, ninguno, uno, algunos, todos, etc.

Objetivo:

Conocer, reconocer y manejar adecuadamente las expresiones cuantitativas a nivel concreto, gráfico y abstracto.

La evaluación de los objetivos se guía por los siguientes criterios, los cuales permitirán saber si los niños han logrado o no los objetivos propuestos:

- Observación directa

- Usar en forma correcta expresiones cuantitativas

Para lograr que los alumnos aprendan y utilicen las expresiones cuantitativas, es recomendable que manipulen materiales concretos y contables, tales como: fichas, bolitas, lápices, monedas, etc.

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades, que permitirán la adquisición y asimilación de las expresiones cuantitativas:

- Formar con cuerdas dos círculos sobre la mesa, y ubicar en el interior de los círculos, la misma cantidad de fichas u otro objeto concreto a las indicadas en un dibujo o lámina cualquiera.

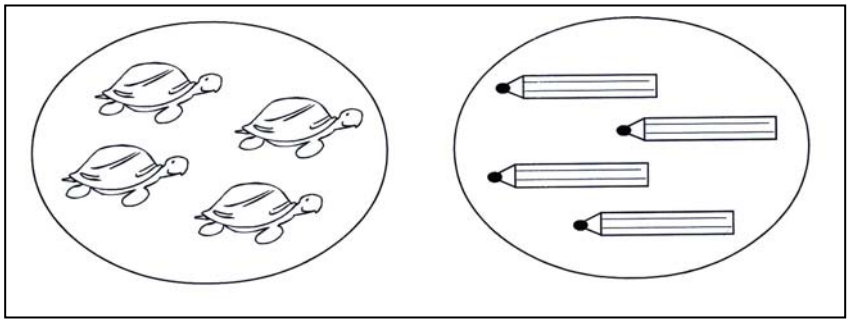
- Realizar correspondencia uno a uno, entre los elementos de dos conjuntos.

- Realizar actividades entre el profesor y los niños, con apoyo de materiales didácticos.

Por ejemplo

- Poner frente a los niños distintos grupos de elementos y compararlos.

Señalar que observen muy bien ambos conjuntos y luego indiquen si ambos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos.

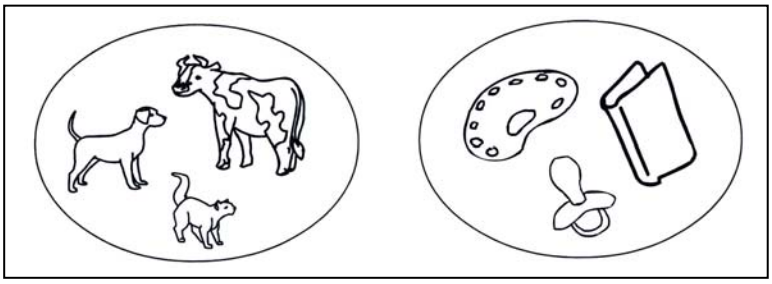


La verbalización (respuesta oral) que dé él niño es muy importante, ya que ayuda a desarrollar su lenguaje cuantitativo.

Por lo tanto, es recomendable plantearles preguntas sobre los elementos de determinados conjuntos.

Por ejemplo

El primer conjunto tiene más elementos que el segundo: Sí o no. ¿Por qué?



- Dar instrucciones al niño, centrando su atención en los recuadros centrales.

Por ejemplo

Pedirle al niño que:

- Dibuje menos volantines, en el recuadro de la izquierda.
- Dibuje más jirafas en el recuadro del centro que la cantidad de caracoles que hay a la derecha.
- Dibuje muchos caracoles en el recuadro de la derecha.

IZQUIERDA	Recuadro Central	DERECHA

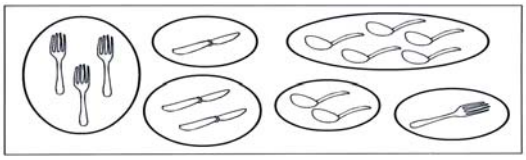
- Escuchar un cuento y realizar ejercicios.

Por ejemplo

Escucha atentamente la siguiente historia.

"Anita puso la mesa el día domingo en su casa, para ayudarle a su mamá; ella puso un cuchillo, muchos tenedores y pocas cucharas".

Ahora marca con una X lo que Anita puso en la mesa.

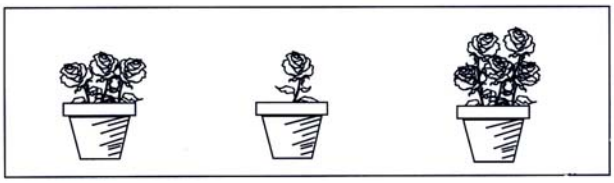


- Observar láminas y responder preguntas sobre ellas.

Por ejemplo

1) ¿Cuál tiene más y cuál tiene menos rosas? Marca el florero que tiene más flores. ¿Es verdad que hay tantas, cómo, por qué?

2) Marca el florero donde hay una rosa.



- Pedir a un grupo mixto de alumnos que salga adelante de la clase. Luego que realicen una serie de preguntas al resto del curso.

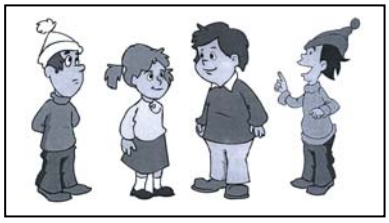
Por ejemplo

1) Qué hay más:

- ¿Niñas o niños?
- ¿Niños de cabello largo o pelo corto?
- ¿Niños con gorro o sin gorro?

2) Qué hay menos:

- ¿Narices o dientes?
- ¿Dientes o manos?
- ¿Ojos o piernas?



En resumen, es importante que el educador estimule al niño con actividades que le permitan la asimilación de expresiones cuantitativas, ya que le facilitan la expresión de cantidades que no son exactamente conocidas por él, realizando así una estimación.

CLASE 02

2.2. Relaciones Espaciales

Estas relaciones indican la ubicación en el espacio, su característica es la relatividad, debido a que dependen de su punto de referencia, tales como: dentro-fuera, arriba-abajo, derecha-izquierda, sobre-bajo, delante-detrás, etc.

Objetivo:

Manejar y ubicar con propiedad conceptos como: derecha-izquierda, fuera-dentro, adelante-atrás, etc., frente a situaciones de nivel concreto y gráfico.

La evaluación de los objetivos se guía por los siguientes criterios, los cuales permitirán saber si los niños han logrado o no los objetivos propuestos:

- Observación directa.

- Utilizar adecuadamente las relaciones espaciales entre los objetos.

Para lograr que los alumnos aprendan y utilicen las relaciones espaciales, es recomendable que manipulen materiales, tales como: bloques lógicos de madera, fichas, etc.

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades, que permitirán la adquisición y asimilación de las relaciones espaciales:

a) Dentro-Fuera

- Ejercitar con material concreto.

Por ejemplo

1) Formar con cuerdas 2 círculos sobre la mesa.

2) Ubicar en el interior del círculo, cinco figuras geométricas y en el exterior, otras fichas de distintas formas.

3) Nombrar las figuras que están dentro del círculo.

4) Mencionar las figuras que están fuera del círculo.

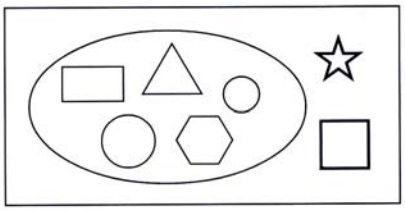
5) Formar parejas de compañeros para formar círculos y colocar los elementos dentro y fuera de ellos.

- Observar atentamente conjuntos.

Por ejemplo

1) Marcar lo que está fuera.

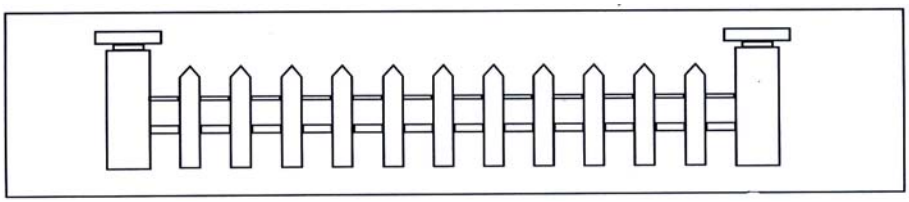
2) Pintar lo que está dentro.



- Seguir instrucciones como:

Por ejemplo

En base a la siguiente lámina:

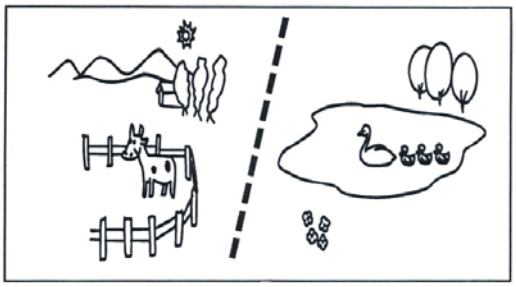


1) Dibujar ovejas dentro de la reja
2) Dibujar un burro fuera de la reja
3) Dibujar una flor dentro de la reja
4) Dibujar muchas flores fuera de la reja

- Observar atentamente una lámina (puede ser elaborada por el educador).

Por ejemplo

1) Encierra en un círculo lo que está dentro de: el establo; la laguna
2) Encierra en un cuadrado lo que está fuera de: el establo; la laguna



b) Arriba-Abajo

- Jugar a Simón manda: arriba las manos, abajo las manos, apuntar hacia arriba, apuntar hacia abajo, etc.

- Observar la ubicación del cielo (arriba).

- Mostrar la ubicación del piso (abajo).

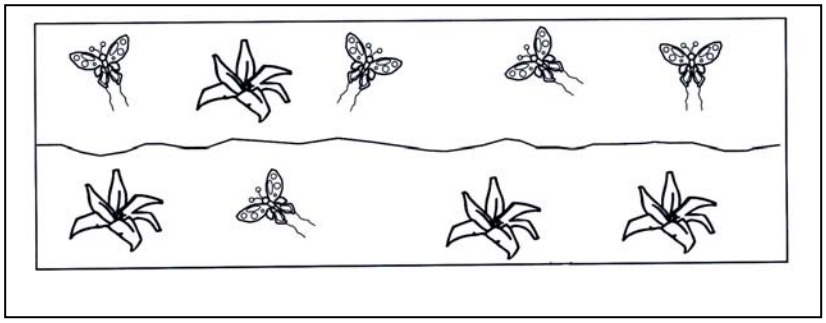
- Observar y manipular elementos mencionados por el profesor y nombrar su posición (arriba-abajo).

- Observar una lámina.

Por ejemplo

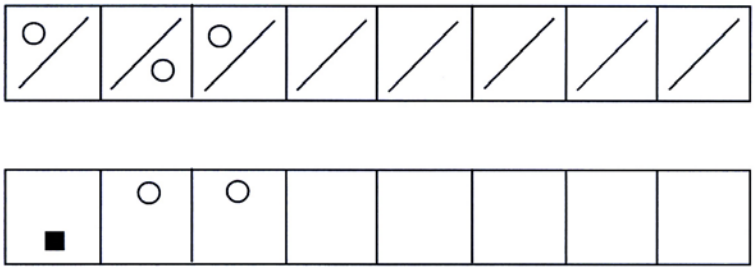
1) Pintar o pegar papelitos a las mariposas que están arriba del horizonte.

2) Marcar con una cruz las flores que están abajo del horizonte.



- Seguir una serie.

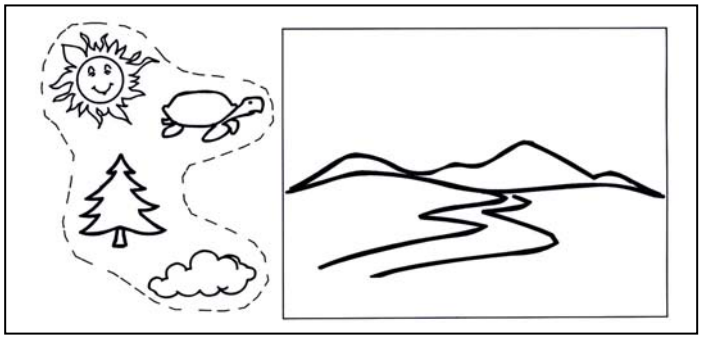
Por ejemplo



- Comentar las posiciones del sol.

- Recortar figuras variadas. Pegar la nube y el sol arriba en el cielo, el árbol y la tortuga abajo. Comentar individual o grupalmente en forma oral, las posiciones en el espacio (arriba-abajo).

Por ejemplo



c) Derecha-Izquierda

- Identificar y levantar la mano derecha.

Por ejemplo

Coger con la mano derecha, los objetos que indica el profesor (un lápiz, una goma, estuche,etc.).

- Identificar y levantar la mano izquierda.

- Tomar con la mano izquierda los objetos que indica el profesor (una regla, un cuaderno, etc.).

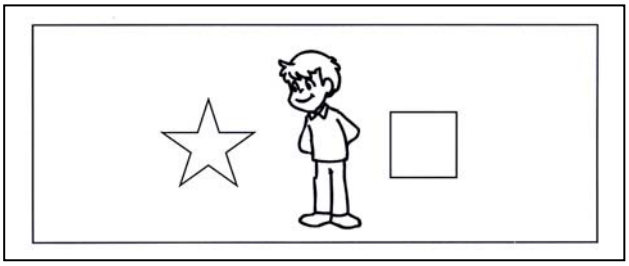
- Manipular elementos nombrados por el profesor, por ejemplo: poner una ficha circular sobre la mesa.

- Utilizando un muñeco pequeño, ubicar una ficha triangular a la derecha y una ficha cuadrada a la izquierda de él. Luego preguntar:

Por ejemplo

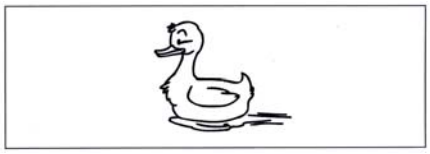
1) ¿Qué objetos están a la derecha del muñeco?

2) ¿Qué objetos están a la izquierda del muñeco?



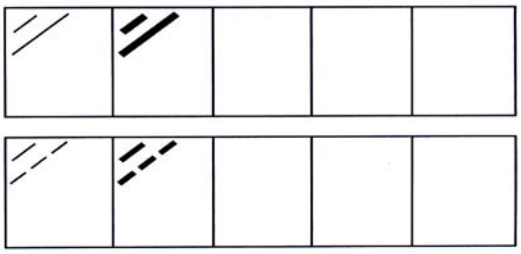
- Dibujar un árbol a la derecha del pato y una reja a la izquierda de él.

Por ejemplo



- Seguir la serie de líneas de izquierda a derecha.

Por ejemplo



- Colorear los niños que llevan la flor en la maño derecha.

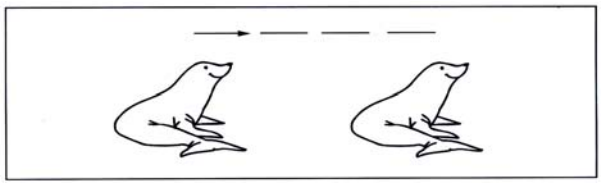
Por ejemplo

- Completar las flechas hacia la derecha o izquierda.

Por ejemplo

1) Terminar la dirección de las flechas de los dibujos.

2) Pintar la foca que está hacia la izquierda.

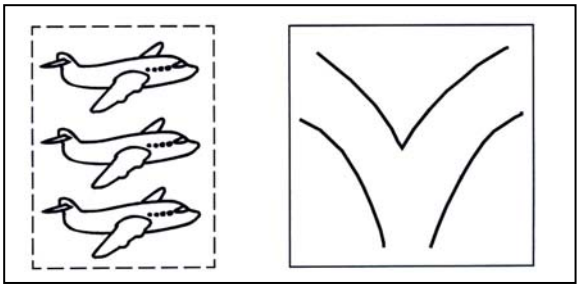


- Pintar, recortar y pegar.

Por ejemplo

1) Dos aviones en la pista derecha.

2) Un avión en la pista izquierda.



- Responder preguntas:

Por ejemplo

1) ¿Con qué mano escribes?

2) ¿Con qué mano cortas un pedazo de papel?

3) ¿Con qué mano comes?

4) ¿Con qué mano te peinas?

5) ¿En qué mano llevas el reloj?

6) ¿Con qué pie pateas la pelota?

7) ¿A qué lado está el manubrio de los autos?

8) ¿Qué compañeros están a tu derecha?

9) ¿Qué compañeros están a tu izquierda?

d) Sobre-Bajo

- Manipular elementos nombrados por el profesor:

Por ejemplo

1) Ubicar una ficha triangular, sobre la mesa.
2) Poner bajo la ficha triangular, una ficha cuadrada.
3) Preguntar:
   - ¿Qué figura está sobre?
   - ¿Qué figura está bajo?

- Seguir instrucciones.

Por ejemplo

1) Pon un lápiz amarillo sobre el cuaderno.
2) Bajo el mismo cuaderno, pon otro cuaderno.

e) Delante-Detrás

- Sacar 5 niños adelante del curso, y preguntarle al resto del grupo.

Por ejemplo

1) ¿Quién está delante de Juan?, ¿Quién detrás de Pedro?
2) ¿Quién está delante de Pedro?, ¿Quién detrás de Juan?

- Preguntar a los alumnos, permaneciendo éstos en el puesto.

Por ejemplo

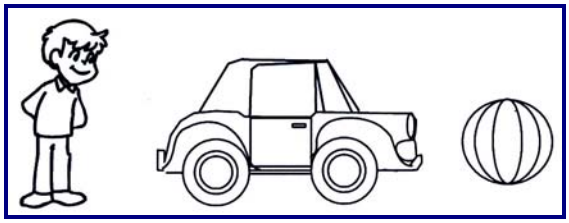
1) ¿Quién está delante de Inés?

2) ¿Detrás de Luis?, etc.

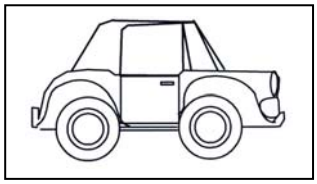
- Seguir instrucciones dadas por el profesor:

Por ejemplo

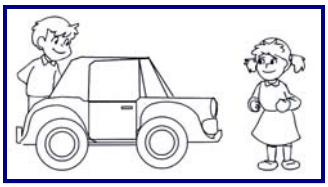
1) Dibujar un auto; delante de él una pelota, detrás de él, un niño.



2) Buscar, recortar y pegar dibujos, tanto delante como detrás de él.



3) Marcar con una cruz al niño que está detrás del auto



En resumen, es importante que los niños desarrollen las habilidades espaciales ya que le proporcionan nociones geométricas y topográficas, también las nociones de direccionalidad, orden, finitud, etc., lo que le permitirá al menor ubicarse o ubicar un elemento u objeto en el espacio.

CLASE 03

2.3. Nociones Matemáticas

Las nociones matemáticas, son consideradas actividades pre-numéricas, las que permiten resolver situaciones matemáticas. Dentro de las nociones matemáticas, se encuentran la de correspondencia, de seriación, de clasificación, y de conservación.

a. Noción de Correspondencia

Esta es una de las nociones básicas en el estudio de las matemáticas. Consiste en el pareamiento de elementos de dos conjuntos disjuntos que se relacionan y forman un sólo par.

A continuación, se da una serie de ejercicios que implican tareas de correspondencia.

- Pedir a cada niño, sentarse en su puesto respectivo y luego preguntar: ¿hay tantos bancos como niños?, sí o no, ¿por qué?

- Repartir tarjetas a cada uno de los alumnos para que escriban su nombre y el profesor preguntará en voz alta: ¿hay tantos nombres como niños?

- Presentar láminas para establecer correspondencia uno a uno.

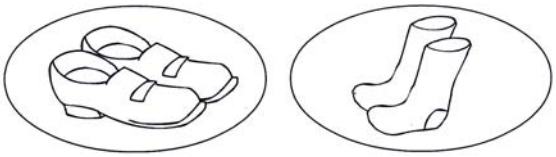
Por ejemplo

Un conjunto de platillo con su taza, lápiz con su goma, etc.

- Comparar conjuntos que son correspondientes y equivalentes.

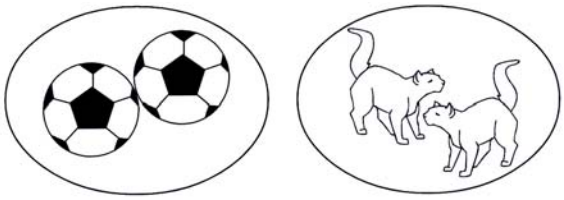
Por ejemplo

Comparar zapatos con calcetines.



- Comparar conjuntos que no son equivalentes.

Por ejemplo

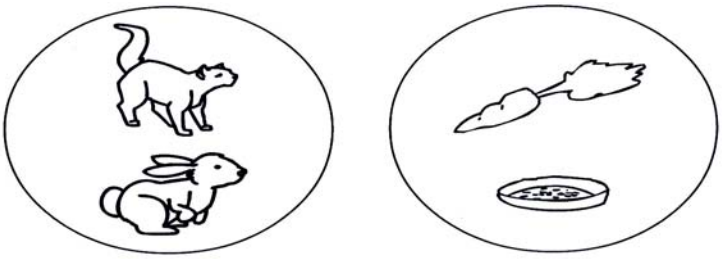


- Unir según corresponda, las estaciones del año con el elemento que las representa.

Por ejemplo

- Unir según corresponda, los animales con su alimento.

Por ejemplo



b. Noción de Seriación

La noción seriación y en conjunto con la noción de clasificación constituyen, en el desarrollo del niño, actividades básicas en la construcción del conocimiento, pues a través de ellas el niño va organizando la realidad, según sus semejanzas y sus diferencias.

La seriación consiste en ordenar metódicamente las diferencias de un conjunto de elementos, de acuerdo a una o más propiedades, tales como tamaño, peso, grosor o superficie.

La adquisición de esta noción implica que el niño comprenda las operaciones de "transitividad y reversibilidad".

Con la "transitividad" el niño es capaz de comparar tres elementos, por lo tanto, constituye un método lógico que permite construir una seriación completa.

Por ejemplo

Si se comparan las edades de tres niñas: Alicia es mayor que Bárbara y Bárbara mayor que Carolina, por lo tanto, se puede deducir que Alicia es mayor que Carolina.

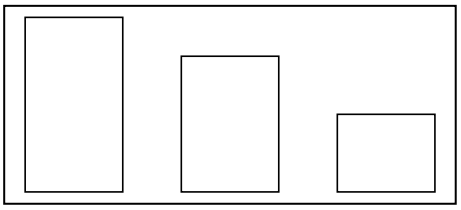
Con la "reversibilidad" el niño busca metódicamente, en su acción de ordenar, el elemento más pequeño (o el más grande) del conjunto que se va a seriar y el más grande de los ya ordenados (o el más pequeño).

Antes de seguir, es necesario mencionar que para lograr interiorizar a los alumnos la noción de seriación, es necesaria la utilización de materiales manipulables.

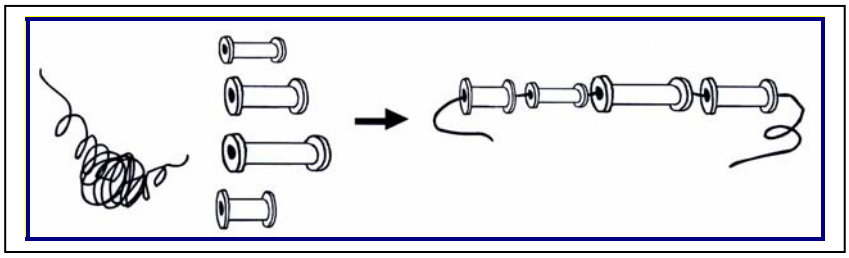
A continuación, se entregan una serie de ejercicios que implican tareas de seriación.

- Preparar junto con los niños, trozos de madera o plástico de diferentes tamaños. Luego observar, medir y ordenar de más pequeño a más grande y viceversa.

Por ejemplo



Por ejemplo



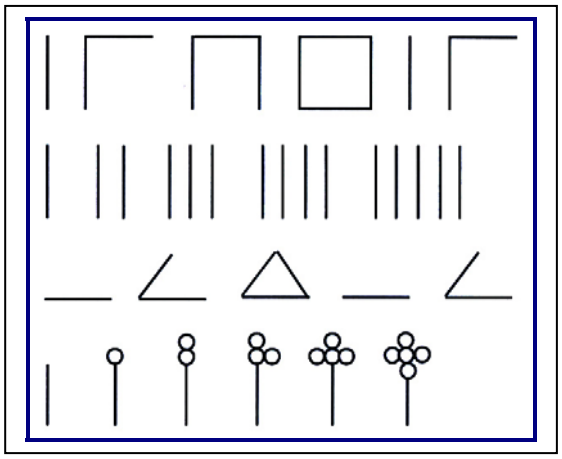
El niño observará con atención la secuencia de los canutos y verbalizará los tamaños utilizados.

- Marcar sus manos en cartulina, luego las compararán y ordenarán por tamaños, de mayor a menor y viceversa (también puede realizarse la variante de utilizar los pies).

- Presentar al niño, una serie de dibujos desordenados y pedirle que los ordene, continuando la secuencia temporal.

- Presentar una serie de líneas o dibujos al niño, él debe seguir el orden establecido.

Por ejemplo



- Repetir en voz alta, siguiendo la serie dada por el profesor:

Por ejemplo

1) Paloma, Colibrí, Torcaza, Cóndor, Perdiz; Paloma, Colibrí…

2) Rojo, Amarillo, Café, Verde, Azul…

3) Pantalón, Zapato, Camisa, Chala, Falda, Bota, Vestido…

c. Noción de Clasificación

La actividad de clasificar, consiste en agrupar objetos según una determinada característica, esta noción se presenta precozmente a través de un proceso genético e interno, ya que desde pequeño, el niño manipula elementos de su entorno, con los cuales establece semejanzas y diferencias.

Según Piaget, la clasificación se alcanza cuando el niño es capaz de establecer una relación entre el todo y las partes, es decir, establecer relaciones de inclusión (enlace fundamental que une las subclases).

Por ejemplo

Lápices azules y lápices rojos. La cualidad común, es ser lápices (clase), y la diferencia es el color (subclase).

A continuación, se entregan una serie de ejercicios que implican tareas de clasificación.

- Recolectar diferentes objetos con distintos colores y tamaños.

Por ejemplo

Una vez reunidos:

1) Formar grupos de objetos parecidos.

2) Colocar nombre a cada conjunto.

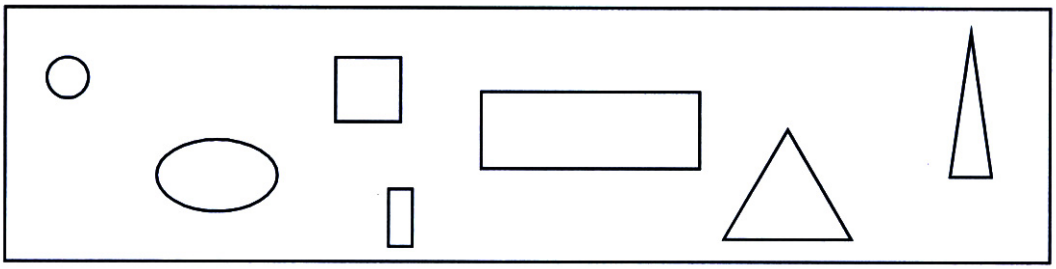
3) Preguntar sobre la pertenencia y no pertenencia de algunos elementos a sus respectivos conjuntos.

4) Organizar con otro criterio, los conjuntos de elementos.

- Juntar hojas de distintas formas, tamaños, colores, y pedirles a los niños que agrupen por la forma u otro criterio; luego se rodeará con cuerda, el conjunto para identificarlo. Después reorganizar los conjuntos nuevamente.

- Confeccionar con los niños, un conjunto de figuras geométricas; cuadrados, rectángulos, círculos y triángulos, cada uno con tamaños y colores distintos. Luego, agrupar las figuras geométricas en diferentes conjuntos, rodeando con cuerdas cada uno.

Por ejemplo



- Agruparse según diversos criterios.

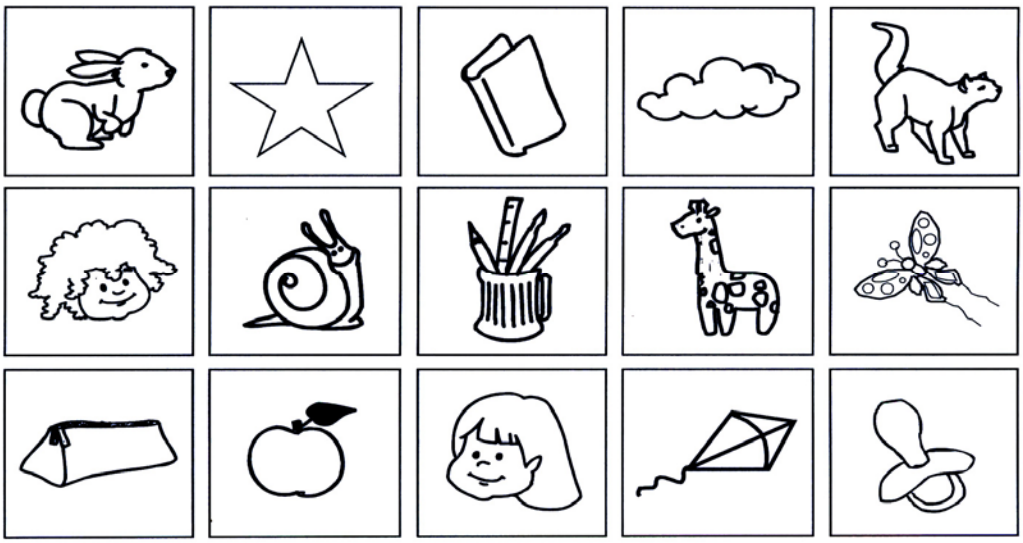
Por ejemplo

1) Color de pelo
2) Color de ojos
3) Altura
4) Edad

- Observar los dibujos dados por el profesor.

Por ejemplo

1) Pintar y recortar los dibujos.
2) Agrupar en: niños, niñas, flores, elementos de la atmósfera, etc.
3) Buscar otros criterios a utilizar y formar los conjuntos.



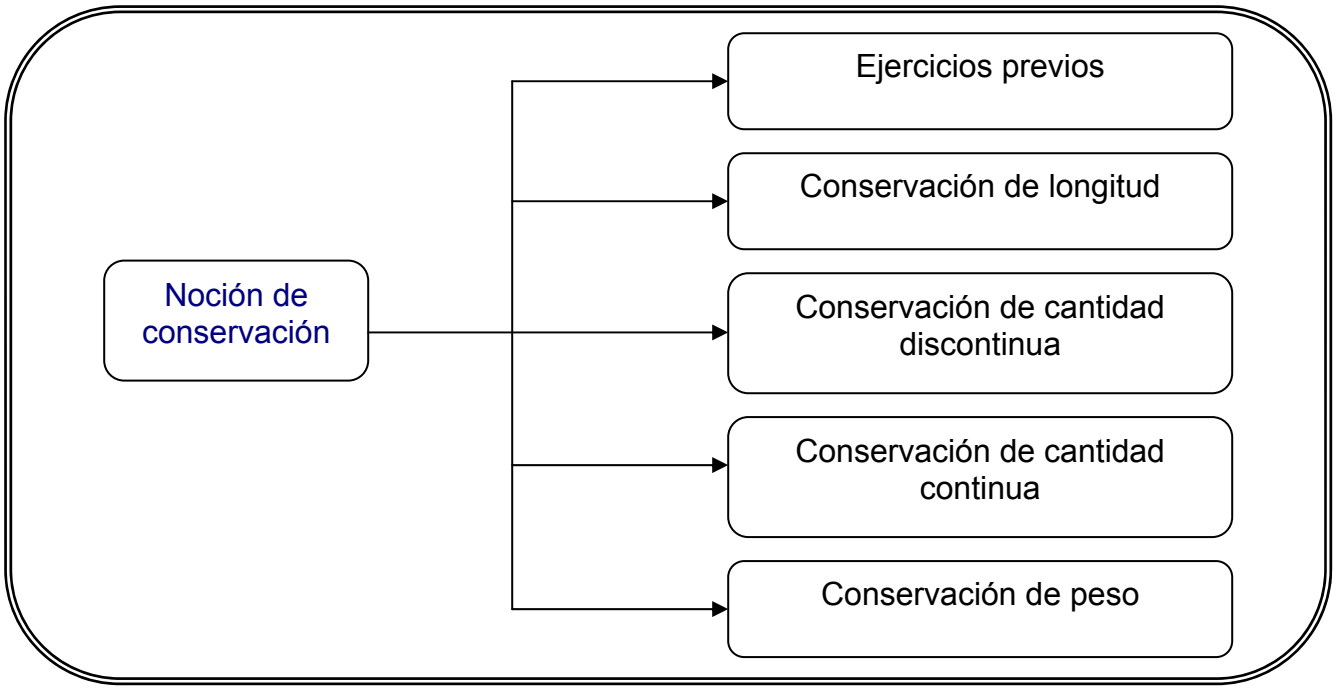
d. Noción de Conservación

La noción de conservación es una condición de cualquier actividad racional. Una cantidad sólo es utilizable en la medida que constituye un todo permanente independiente de los posibles cambios de forma o disposición de sus partes.

La adquisición de la noción de conservación implica el manejo de una estructura de razonamiento cuya característica fundamental es su reversibilidad. Es decir, la posibilidad de imaginarse en forma coordinada el conjunto de las acciones realizadas y su regreso al punto de partida.

A continuación, se enuncian y desarrollan las siguientes actividades, que permitirán desarrollar la noción de conservación en los alumnos:

Figura Nº 2: Actividades para Desarrollar la Noción de Conservación



a) Ejercicios Previos:

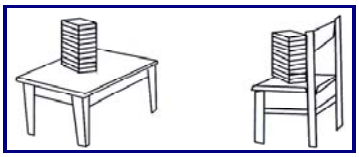
Por ejemplo

Utilizar dos porciones iguales de plasticina, greda o masa. Compararla. Luego cambiar una de ellas, amasándola, volver a comparar. El profesor preguntará ¿cuál de las dos porciones tiene más masa?

b) Conservación de Longitud:

Por ejemplo

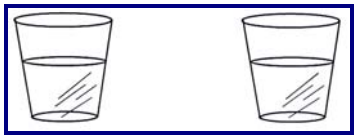
Construir junto con dos alumnos, dos torres de 10 cajas de fósforo (10 unidades) de igual altura. Observar, luego colocar una en la mesa y otra sobre la silla, posteriormente se preguntará: ¿Cuál de las dos es más alta?



c) Conservación de Cantidad Discontinua:

Por ejemplo

El profesor facilitará dos vasos iguales y una bolsa con objetos pequeños (del mismo tamaño, por ejemplo porotos). Se colocan los vasos en la mesa y se le pide al niño que vierta simultáneamente en su interior, la misma cantidad de objetos hasta la mitad del vaso.

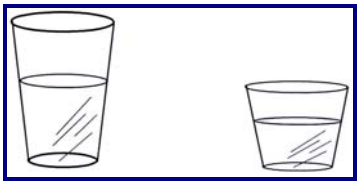


Se observa y se comparan ambos vasos, luego se trasvasija un vaso a otro más alto, se les pregunta: ¿dónde hay más porotos?, el profesor puede realizar esta actividad con: semillas, monedas, perlas, botones, etc.

d) Conservación de Cantidad Continua

Por ejemplo

El profesor utilizará dos vasos iguales y dos vasos vacíos de diferente tamaño y forma. Luego, vacía agua con color en los vasos iguales. Se observa y se comparan los vasos. Luego se vierte este contenido, a los vasos diferentes y se les pregunta: ¿dónde hay más agua de color?, el profesor puede realizar esta actividad con: arena, sal, sémola, harina, etc.



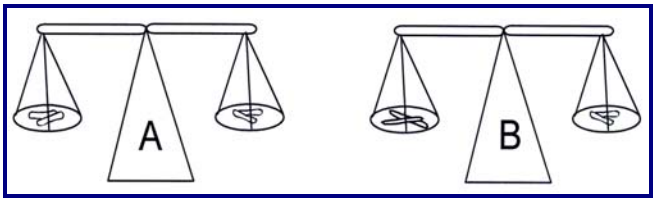
e) Conservación de Peso:

Por ejemplo

El profesor proporciona una balanza y dos porciones iguales de plasticina. Se realizan los siguientes pasos:

1) Pesar ambas porciones en la balanza (A), estableciendo igualdad de peso; el niño tendrá conciencia de que ambas porciones, tienen el mismo peso.

2) Realizar trasformaciones físicas (B) (alargar, etc.) en una de las porciones. Luego preguntar al niño ¿habrá la misma cantidad de plasticina en ambas porciones? Después de la respuesta del niño, se contrasta la igualdad de peso en la balanza.



En resumen, en la rica manipulación que el niño realiza con los objetos de su mundo circundante, perfecciona sus acciones lógicas de seriar, clasificar, conservación y correspondencia, descubriendo gracias a estas nociones el mundo de los números, ya que

para comprender el número se debe trabajar a un nivel lógico más que a un nivel perceptivo. Y así, mediante las acciones de clasificación el niño organiza el mundo que lo rodea, ordenando los objetos según sus diferencias y sus semejanzas.

Realice ejercicios nº 1 al 11

CLASE 04

2.4. Lenguaje Conjuntista

Muchas de palabras del lenguaje cotidiano no se definen como: "punto", "yo", "mamá", etc. Estas palabras básicas del lenguaje se conocen como "primitivas".

De la familia de estas palabras primitivas es el término "conjunto". Sin pretender dar alguna definición se puede considerar un conjunto como una colección de objetos (elementos) que se entienden como unidad (sistema), o también, como una reunión de elementos donde está perfectamente definido cuáles son los que con exactitud pertenecen a él.

El lenguaje conjuntista permite que los conjuntos se integren en el mundo. Este lenguaje es considerado una excelente herramienta para explicar con sencillez ideas matemáticas en los diversos contextos, donde el alumno es capaz de construir, adaptar y modificar las ideas propias, y nuevas en relación a los elementos de un conjunto.

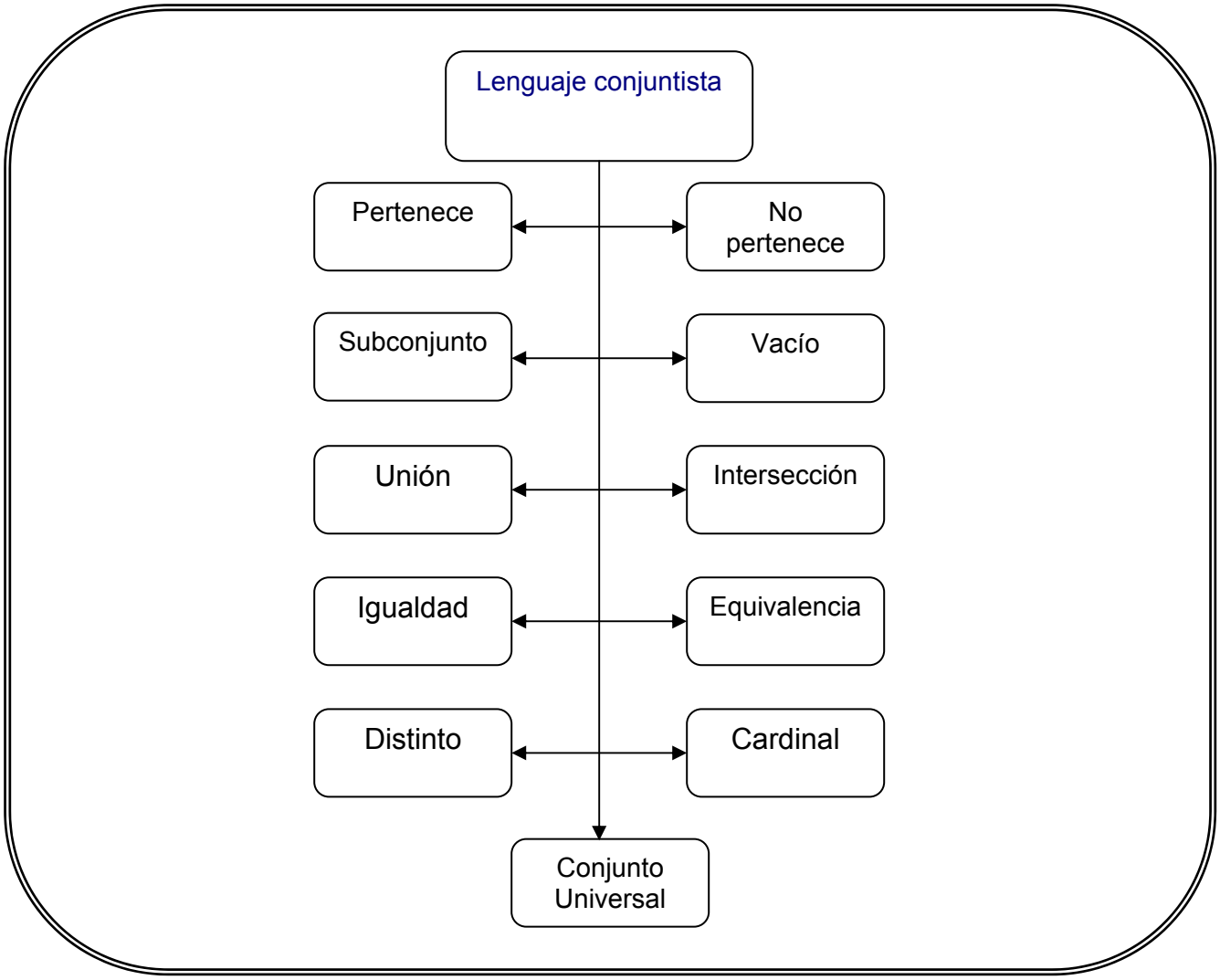
Para nominar un conjunto debe existir un criterio, el cual no siempre tiene igual validez o significado para dos personas.

Por ejemplo

"Conjunto de tres buenos equipos de fútbol", "conjunto de meses del año más agradables", "conjunto de cinco buenos cantantes", "conjunto de tres días lindos de semana".

Es necesario señalar que, los números no se deben confundir con los conjuntos, a pesar de eso, los cardinales de los conjuntos, su numerosidad, son la razón de ser de los números.

Figura Nº 3: Ideas del Lenguaje Conjuntista



Este conjunto de ideas conjuntistas, son graficados con los siguientes símbolos.

Cuadro Nº 1: Símbolos y sus Significados

Pertenece	E
No pertenece	$\not\in$
Unión	U
Conjunto vacío	Ø
Equivalencia	↔
Intersección	∩
Igualdad	=
Desigualdad	≠

A continuación, se presentan una serie de actividades que ayudarán a comprender el lenguaje conjuntista.

a) Conjunto Universal: es un conjunto formado por todos los elementos a los que hace referencia, se le denomina "Conjunto Universal". Este conjunto se denota con la letra "U".

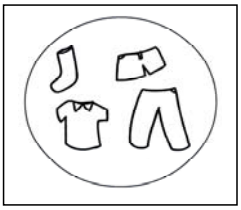
Por ejemplo

Para que los alumnos entiendan la idea de conjunto universal, pueden realizar una serie de actividades que le permitirán comprender tal noción.

- Recolectar en una caja de zapatos, elementos pequeños (pequeñas figuras de sorpresas, animalitos, frutas, etc.). Luego tendrá que agrupar los objetos según las características en un sólo conjunto, éste será el universo.

Por ejemplo

Agrupar en una caja prendas de vestir.



b) Pertenencia y No Pertenencia: en un conjunto determinado donde un elemento puede cumplir una de las dos condiciones siguientes:

- Está en el conjunto (pertenece/E)

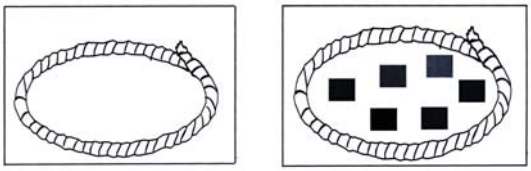
- No está en el conjunto (no pertenece/$\not E$)

Para señalar que un elemento pertenece a un conjunto se emplea la letra E (letra inicial de la palabra Einai que significa ser, pertenecer, estar).

A continuación, se presentan algunas actividades que servirán de ayuda para comprender la noción de pertenencia y no pertenencia.

- Poner en el interior de una cuerda, fichas cuadradas de distintos colores. El profesor debe constatar que se ha formado un conjunto de fichas cuadradas.

Por ejemplo



- Establecer relaciones de pertenencia.

Por ejemplo

1) ¿Esta ficha cuadrada roja *"pertenece"* al conjunto de fichas cuadradas?

2) ¿Esta ficha cuadrada naranja *"pertenece"* al conjunto de fichas?

- Mostrar una ficha que "no pertenece" al conjunto de fichas cuadradas y hacer las mismas preguntas, del ejemplo anterior.

Por ejemplo

Presentar fichas redondas, triangulares, rectangulares, etc.

- Mostrar elementos o cosas de un determinado conjunto.

Por ejemplo

Un conjunto de prendas de vestir:

1) *"Pertenezcan"* al conjunto de ropa.

2) *"No pertenezcan"* al conjunto de ropa.

- Recortar elementos o cosas de un determinado conjunto.

Por ejemplo

1) *"Pertenezcan"* al conjunto de las aves.

2) *"No pertenezcan"* al conjunto de las aves, etc.

c) Conjunto Vacío: es el conjunto que no contiene elementos. Aunque no tenga ningún elemento se le considera como un conjunto (Ø).

Por ejemplo

Las siguientes situaciones:

- Conjunto de alumnos de primer año que hayan repetido en tercer año.

- Conjunto de veces que Chile ha sido campeón en un mundial de fútbol.

- Conjunto de triángulos con cuatro lados.

- Conjunto de números mayores que 6, pero menores que 4.

Aunque las situaciones presentadas parezcan sin sentido, tienen valor cuando representan ausencia total de algún elemento que cumpla la condición pedida.

- Dibujar una cuerda que no tenga elementos en su interior. Preguntar a los niños: ¿Cuántos elementos tiene en su interior este conjunto?
- Realizar ejercicios similares con otros conjuntos que tengan elementos y realizar comparaciones.

d) Subconjunto: los subconjuntos son conjuntos dentro de otro, el cual está formado por elementos con una característica particular que no todos los elementos del conjunto poseen.

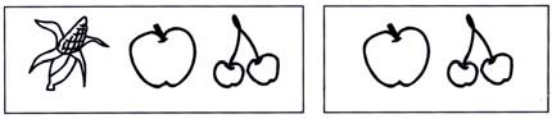
Por ejemplo

Si en un conjunto de los números naturales denominado A, se seleccionan todos los números pares y se agrupan en un conjunto B, y si además se agrupan todos los números impares en un conjunto C, se puede decir que tanto el conjunto B como el C, son Subconjuntos del conjunto A.

A continuación se sugieren algunas actividades para desarrollar en los niños la noción de subconjunto.

- Mostrar a los niños, un conjunto dado con elementos concretos.

Por ejemplo



- Responder afirmaciones.

Por ejemplo

1) ¿Cómo llamaría a este conjunto?

2) ¿Qué características tienen en común las manzanas y las guindas? (son rojas, tienen palito y hojas)

3) ¿De acuerdo a las características que encontraste, son iguales que los plátanos?

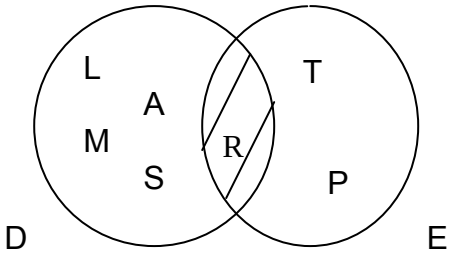
4) ¿Podrías decir que las manzanas y guindas son un subconjunto, dentro del conjunto de frutas?

e) Intersección de conjuntos: se llama intersección (∩) de dos conjuntos A y B, cuando los elementos contenidos en ambos conjuntos son comunes a A y B.

Por ejemplo

D= (a, l, m, r, s)

E= (t, r, p)



- Utilizar los bloques lógicos.

Por ejemplo

Bloques en forma de triángulo, círculo y cuadrado de diferentes colores. También bloques que contengan letras o figuras similares entre sí para que puedan pertenecer a más de un grupo.

Materiales:

5 rojas

2 rojas

3 amarillas

7 amarillas

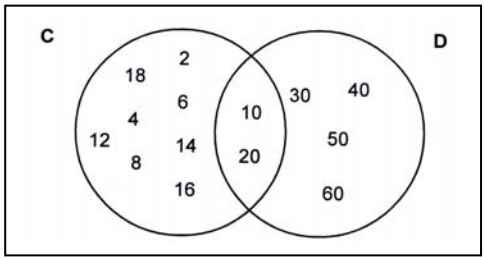
Se pide al niño reunir en un conjunto A, los triángulos y en un conjunto B, los cuadrados realizando la intersección con las figuras amarillas y luego con las rojas.

- Formar dos cuerdas sobre la mesa, cada cuerda con dos colores diferentes, los conjuntos serán C y D.

Por ejemplo

1) Observar los conjuntos respectivos.

2) Enmarcar la zona que contiene elementos que pertenecen a C y que pertenecen a D respectivamente. Marcar con color rojo.



3) ¿Cuáles son los elementos que pertenecen a C y a D?

4) Completar lo siguiente:

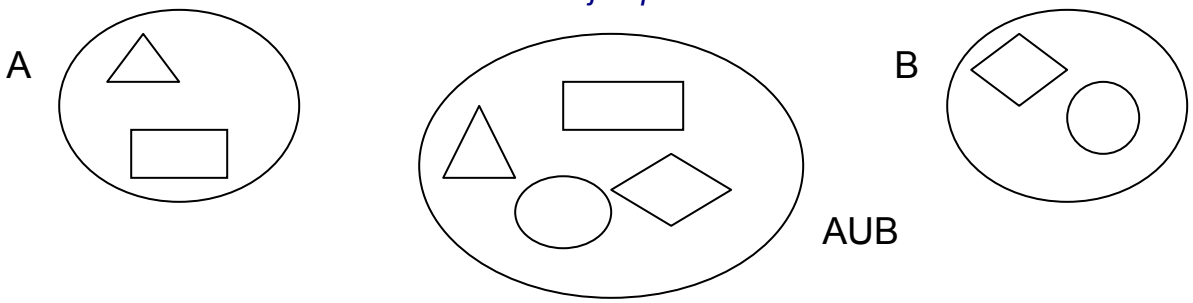
C = {2, 4, 6,……..}

D = {10,……..}

C…D = { , }

f) Unión de conjuntos: se denomina unión (U) de conjuntos, cuando se reúnen o juntan elementos de dos o más conjuntos para formar un nuevo conjunto. Es decir, la unión de 2 conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o a B.

Por ejemplo



Por ejemplo

1) Colocar elementos en cada conjunto, designándoles las letras F y Q para identificarlos individualmente.

2) Nombrar los elementos de cada conjunto.

3) Juntar los elementos del conjunto F con los elementos del conjunto Q. Se obtendrá un nuevo conjunto que se designará E; a esta unión de elementos, se le designará *"U".*

4) Dibujar el nuevo conjunto.

5) El conjunto E, se representará como E = F U Q.

6) Cambiar el orden de los conjuntos y formar Q y F.

7) Nombrar cuáles son los elementos de Q U F.

g) Relación de Equivalencia: entre dos o más conjuntos se pueden establecer diversos tipos de relaciones; una de éstas es la "equivalencia" (↔).

Por ejemplo

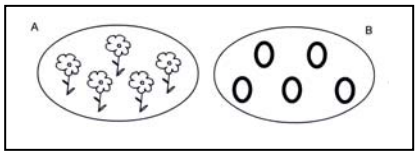
Se ha trazado una línea para relacionar un elemento del conjunto M con un elemento del conjunto H y se puede observar que para cada hombre "corresponde" una mujer, puesto que el conjunto M tiene 3 elementos y el conjunto H también, tiene 3 elementos.

A continuación, se sugieren una serie de actividades para comprender la relación de equivalencia.

- Formar dos conjuntos sobre la mesa (A y B), utilizando cuerdas.

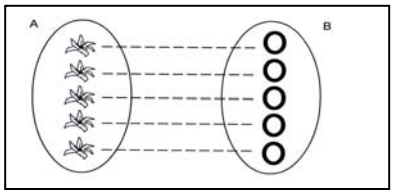
- Seleccionar 5 elementos para cada conjunto.

Por ejemplo



- Asociar el primer elemento del conjunto A, con el primer elemento del conjunto B. Proseguir de igual forma. ¿Qué conjunto tiene más elementos? ¿el conjunto A tiene más elementos que B? ¿el conjunto B tiene más elementos que A? ¿Estos conjuntos son equivalentes?; ¿Por qué?

Por ejemplo



h) Igualdad de Conjuntos: cuando dos o más conjuntos poseen exactamente los mismos elementos, se dice que son iguales, es decir, si los elementos del conjunto A pertenecen al conjunto B, y también los del B pertenecen al A, entonces los conjuntos A y B son iguales (=).

A continuación, se presentan una serie de actividades que ayudaran al niño comprender la relación de igualdad.

- Seleccionar elementos para formar un conjunto.

Por ejemplo

1) Pedir a un alumno que le designe un nombre, “P”, por ejemplo.

2) Pedir a otro niño que designe otro nombre al mismo conjunto, “G”, por ejemplo.

3) Comparar los conjuntos, observar los elementos establecer que P = G.

i) Desigualdad entre Conjuntos: la desigualdad (≠) de conjuntos sucede cuando dos o más conjuntos, no tienen en común ningún elemento.

A continuación, se presentan algunas actividades que ayudaran al niño a comprender la relación de desigualdad.

Por ejemplo

- Un alumno seleccionará elementos para formar un conjunto R.

- Otro alumno seleccionará elementos para formar otro conjunto designado L.

1) Comparar los conjuntos.
2) Observar sus elementos y establecer que R ≠ L

- Cada alumno deberá crear 3 actividades para ejercitar la relación de desigualdad, luego deberán intercambiar entre los compañeros. Se premiará la actividad más creativa.

j) Cardinalidad: se denomina cardinalidad a “la cantidad de elementos que posee un conjunto”.

A continuación, se presenta una serie de actividades que permitirán comprender la cardinalidad a los alumnos.

- Crear un conjunto denominado “M” con 4 elementos concretos (sorpresas en miniatura).

- Crear un nuevo conjunto denominado “D” con más elementos que “M”.

Por ejemplo

1) Colocar los conjuntos de izquierda a derecha con sus respectivos elementos.

2) Nombrar en voz alta, cuántos elementos tiene los conjuntos.

3) Contestar las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos elementos tiene M?
- ¿Cuántos elementos tiene D?

Es importante que el niño maneje el lenguaje conjuntista, ya que este le permite tener las nociones de integración de él y de los objetos en el mundo.

CLASE 05

3. CONOCIMIENTO Y DISCRIMINACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

La geometría es una rama de las matemáticas, la cual se encarga del estudio de las figuras geométricas, las cuales son las formas que el niño encuentra en su medio ambiente y con las que interactúa diariamente. Estas formas pueden ser: circulares, triangulares, cuadradas, rectangulares, etc. El niño necesita interactuar constantemente, en forma física con las formas, asimilándolas, reconociéndolas y diferenciándolas adecuadamente.

En los primeros años de Educación Básica, existe un déficit en la adquisición de formas geométricas, lo que ha hecho necesario otorgar una mayor dedicación a esta importante área de la Educación Matemática.

La matemática explora en el niño, la lógica y la creatividad que están presentes en la vida diaria de éste. Los niños investigan constantemente su ambiente, descubren y experimentan las variadas formas que lo envuelven.

El aprendizaje de la geometría, requiere de dos principios fundamentales; por una parte, el desarrollo de las relaciones espaciales y por otra parte, los conocimientos específicos que implica. Estos dos aspectos requieren ser atendidos con una metodología adecuada, además de una asesoría constante, para lograr que los alumnos logren aprender y a comprender la geometría.

En el trabajo con las figuras geométricas, es importante recalcar la diferencia entre cuerpos y figuras. Los cuerpos ocupan un lugar en el espacio ellos se constata, ya que donde hay un cuerpo es imposible colocar otra cosa, ese lugar ya está ocupado. En cambio

en el caso de las figuras estas son representaciones que se plasman en un plano, generalmente en un trozo de papel.

A continuación, se presentan una serie de actividades que acercaran a los niños al conocimiento de las figuras geométricas.

- Recolectar y coleccionar objetos de forma circular, cuadrada, triangular, rectangular, etc.

- Identificar formas geométricas en objetos del medio ambiente, como rueda (circular), ventana (cuadrado), etc.

- Identificar por medio del tacto, objetos de diferentes formas geométricas colocadas en una bolsa.

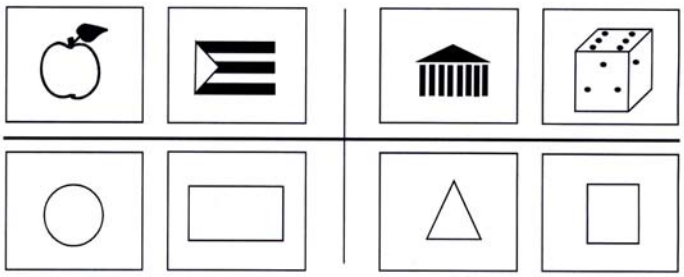
- Confeccionar figuras usando formas geométricas.

- Recortar de libros y revistas, dibujos de objetos de formas geométricas como: libros, pelotas, naranja, etc.

- Copiar las formas geométricas.

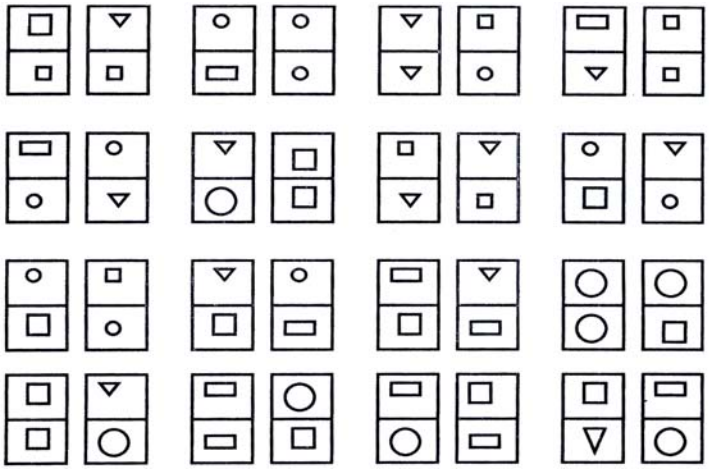
- Confeccionar pares de tarjetas, dibujando en una de ellas, objetos con formas geométricas y en la otra, dibujos de la forma que le corresponde.

Por ejemplo



- Realizar junto a los niños, un dominó de figuras geométricas.

Por ejemplo



- Realizar comparaciones en forma oral, entre figuras geométricas y objetos.

Por ejemplo

- ¿Qué figura geométrica hay en la puerta?
- ¿Qué figura geométrica hay en la ventana?
- ¿Qué figura geométrica hay en la rueda?
- ¿Qué figura geométrica hay en el televisor?

Los niños están rodeados por formas geométricas, por lo tanto el estudio de la geometría le ayudará a comprender el entorno en el que vive.

CLASE 06

4. LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO

El proceso de enseñanza del número, requiere de una secuencia ordenada de ejercicios que el docente debe programar de manera que el alumno no sólo memorice los numerales, sino también sea capaz de aplicarlos a todos los contextos de la vida diaria.

Para introducir al educando en el universo numérico se sugiere la realización de estrategias como:

- Determinar elementos de establecidos conjuntos.

- Comparar parecidos y diferencias, entre conjuntos, destacar las propiedades comunes de éstos.

4.1. Aprendiendo a Contar

En relación con el conteo es conveniente señalar que esta habilidad juega un papel relevante en el conocimiento de la realidad y en el proceso de construcción del concepto de número. En efecto, el conteo constituye una herramienta que el niño puede manejar para investigar aspectos cuantitativos de elementos de su entorno.

A través del desarrollo de las actividades de conteo es posible, además, determinar la cantidad de elementos de un conjunto y establecer comparaciones entre ellos. De la misma forma, se puede concluir que la cantidad de elementos de un conjunto se conserva si no se agregan o quitan elementos, es decir, reconocer la conservación del número.

El contar una determina cantidad de elementos que posee un conjunto específico, es un proceso cotidiano y permanente en la vida diaria.

Por ejemplo

Toda persona necesita contar:

- Las cuadras para llegar al colegio.

- Los vueltos de las compras.

- Los minutos que tardamos en micro para llegar al centro, etc.

Para enseñar a contar se sugiere que los niños sigan una secuencia en el aprendizaje de los números, primero es necesario que conozcan los cardinales del 1 al 5, el conjunto vacío (cardinal 0) y luego el cardinal 6 en adelante.

El objetivo de las actividades para aprender a contar, es que los niños conozcan y asocien el número-objeto y la grafía en los dígitos.

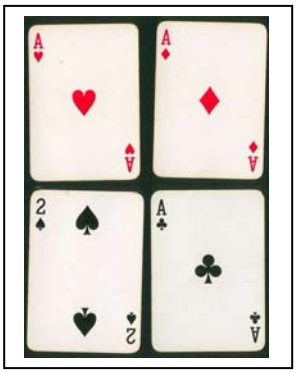
Algunos materiales sugeridos para que los alumnos cuenten son las tapillas, botones, monedas, semillas, etc.

Para comprender mejor las relaciones biunívocas que implican esta habilidad, se sugiere una secuencia que parta de una acción en la cual los objetos que serán contados, se desplazan, en la medida en que se va efectuando su asociación con cada uno de los números en el orden correspondiente. Luego, los objetos se van tocando, posteriormente se van indicando hasta llegar a un conteo realizado sin necesidad de ninguna acción concreta específica.

A continuación, se presentan una serie de actividades que ayudaran al niño a aprender a cotar.

- Observar ilustraciones con conjuntos finitos.

Por ejemplo



- Confeccionar tarjetas de pares, con conjuntos de elementos y sus respectivas cardinalidades.

- Formar conjuntos equivalentes, a partir de un conjunto dado.

- Dibujar conjuntos equivalentes.
- Dibujar elementos de un conjunto según el número indicado.

- Formar conjuntos libremente, con hasta 9 elementos.

- Formar y dibujar conjuntos con tantos elementos, como se indique al arrojar un dado.

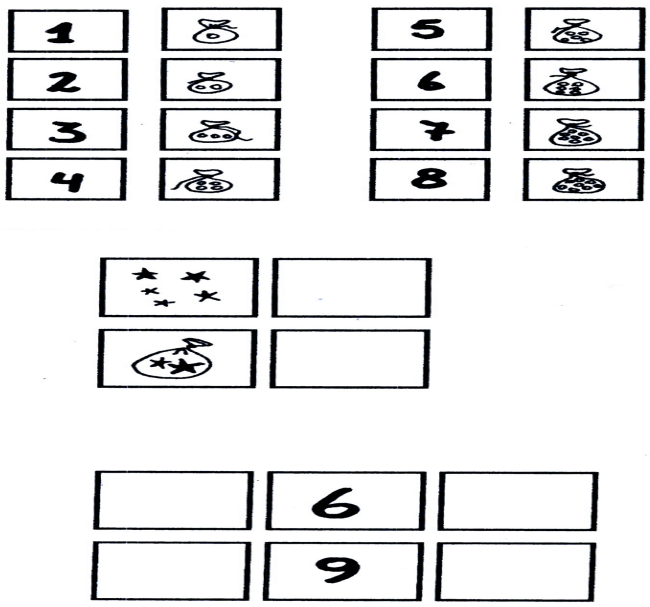
- Realizar ejercicios con las palmas (contar).

- Contar puertas, cuadras, lápices, platos, etc.

- Contar y comparar conjuntos.

- Formar conjuntos como lo indique el número.

Por ejemplo



- Escribir números en el aire.

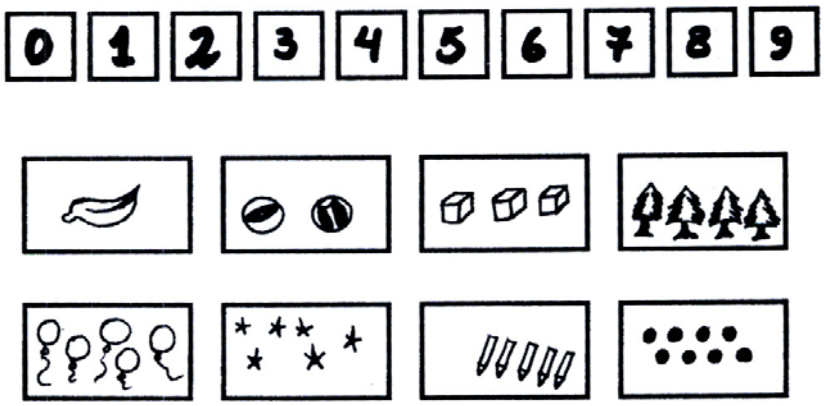
- Marcar o calcar números.

- Rellenar números con diferentes texturas, luego cerrar los ojos y descubrir cuál es el número.
- Moldear números con plasticina, masa, greda, arcilla, etc.

- Seleccionar números y agrupar elementos, luego, componer y descomponer números hasta el 9 para luego aumentar la dificultad.

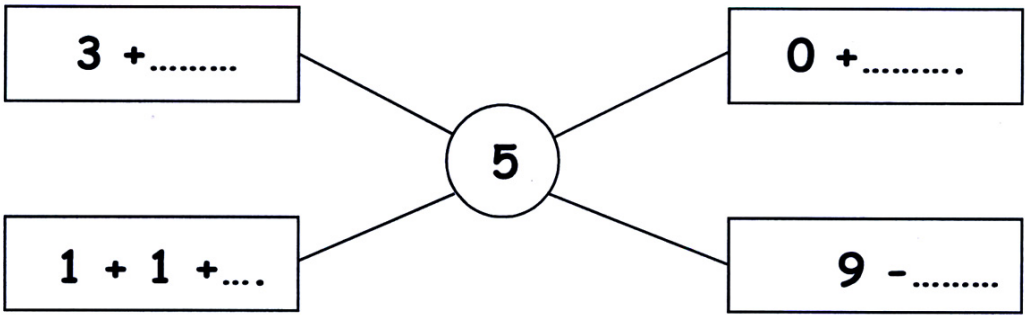
- Unir pares de láminas con dibujos y números (del 0 al 9 y después aumentando de acuerdo a las necesidades del niño).

Por ejemplo



- Escribir los números y descomponerlos hasta el 9.

Por ejemplo



- Contestar preguntas orales.

Por ejemplo

- ¿Cuántos años tienes?
- ¿Cuántos ojos tienes?
- ¿Cuántas orejas tienes?
- ¿Cuántos dedos tienes en cada mano?
- ¿Cuántos pies tienes?
- ¿Cuántos botones tienes en tu ropa?
- ¿Cuántos zapatos tienes?

En resumen, es importante que los niños aprendan a contar ya que así podrán resolver situaciones problemáticas a las que se vean enfrentados, por lo que deben entender cómo obtener una cifra a través del conteo y comprender la utilización de los números.

4.2. Aprendiendo a Seriar

Consiste en establecer una sistematización de un grupo de objetos, siguiendo un orden o secuencia previamente establecida por el profesor.

Para ordenar un conjunto de números dados se pueden emplear diversos criterios, siendo el más utilizado el que se refiere a escribir series de menor a mayor en estricto orden.

Por ejemplo

Dados los números 3, 6, 4, 1, 7, 2 y ordenarlos de menor a mayor.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Luego 1< 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7

Los materiales recomendables para aprender a seriar son los porotos, las tapitas, los fósforos, etc.

A continuación, se presentan una serie de actividades que permitirán desarrollar la capacidad de seriar del niño.

- Contar los pasos a seguir para realizar una acción.

Por ejemplo

(Sentarse)	(Dar una vuelta)	(Correr)	(Detenerse)
1	2	3	4

Ahora se aumenta una actividad:

(Sentarse)	(Dar una vuelta)	(Correr)	(Detenerse)	(Pararse)
1	2	3	4	5

(Es necesario que queden centrados los números, bajo la palabra)

- Dibujar en la pizarra las acciones que el niño ha realizado.

Por ejemplo

A : 1 2 3 4
B : 1 2 3 4 5

- Colocar 5 cajas, en hilera sobra la mesa, ir introduciendo en cada caja, distintas cantidades de objetos.

Por ejemplo

El profesor realizará preguntas sobre las cantidades en las cajas.

¿Cuántos objetos hay en cada caja?

- Ordenar los números.

Por ejemplo

1) Dibuja la recta numérica, anota y repasa sus números en voz alta.

2) Dibuja la recta numérica en el suelo, da pasos sobre ella y cuenta.

- Completar sucesiones, de 1 en 1, con números del 0 al 20.

Por ejemplo

5 – 6 – 7……10 – 11 – 12……
15 –…….18 – 20…..23 – 24……
8 – 9……14 – 15……..

- Ordenar números móviles.

- Escribir números al dictado.

- Comparar los signos, reconocerlos y dibujarlos: >, < o =.

- Escribir el signo adecuado.

Por ejemplo

3	_____	10	20	_____	19
0	_____	0	16	_____	13
9	_____	0	1	_____	0
3	_____	4	3	_____	(4 - 1)
7	_____	7	(6 + 3)	_____	3
1	_____	9	(3 + 6)	_____	9
10	_____	3	(3 + 1)	_____	5
8	_____	8	4	_____	(7 - 3)

- Realizar ejercicios orales de mayor, menor e igual que.

- Colocar sucesor y antecesor, según corresponda.

- Agrupar conjuntos de 10 elementos y combinarlos por decenas.

- Escribir las unidades y decenas de los números.

Por ejemplo

	Decenas	Unidades
13 =	1	3
27 =	2	7
38 =	___	___
91 =	___	___

- Completar secuencias numéricas en forma oral.

Por ejemplo

¿Cuál sigue?

1, 2 ,3….
9, 8, 7….
1, 3, 7….
2, 4, 6….
10, 8, 6…
3, 6, 9….
2, 1, 2, 1…
3, 4, 5, 3, 4, 5….
4, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1….etc.

Es importante que los niños aprendan a seriar y así comprender que deben pronunciar palabras numéricas en el mismo orden, porque si lo alteran se obtendría un número totalmente distinto cada vez que se contará el mismo conjunto de objetos.

CLASE 07

4.3. Los Números Ordinales

Es importante hacerle saber al niño, que cuando se habla de números ordinales se hace referencia a la posición o lugar que ocupa un elemento en un conjunto.

Para trabajar los números ordinales es recomendable que los alumnos manipulen objetos.

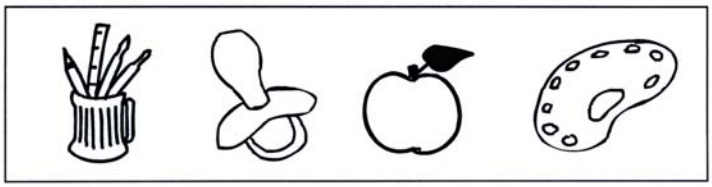
A continuación, se sugieren una serie de actividades que permitirán al los niños conocer los números ordinales.

- Colocar sobre la mesa una fila de elementos. El profesor preguntará: ¿Cuál de estos objetos ocupa el quinto lugar?, y así sucesivamente.

- Dar una cantidad de instrucciones a seguir por el niño. Luego preguntarle ¿Cuál de ellas hizo primero?, etc.

- Seguir las instrucciones: observa y pinta de color rojo la tercera figura, y de color amarillo, la última.

Por ejemplo



- Copiar el abecedario y asignarle un lugar a cada letra.

Por ejemplo

A	B	C	D	E	F	G	H	I	... etc.
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	... etc.

- Realizar carreras de niños. El profesor preguntará ¿Quién llegó primero?, ¿Quién segundo, tercero?

- Realizar mensajes en clave, con la ayuda del abecedario ya visto, y reemplazar el número ordinal por la letra que corresponda.

Por ejemplo

2º	5º	3º	1°
B	____	____	____

- Pedir al niño que enumere las cosas.

Por ejemplo

1) Las que hace antes de ir a acostarse.

2) Las que hace antes de ir al colegio.

3) Las que hace antes de ir a una fiesta, etc.

Es importante que los alumnos comprendan en primer lugar que ordinal deriva de la palabra orden, por lo tanto que los números ordinales indican la posición u orden de un elemento.

4.4. Los Números Cardinales

Éstos consisten en el aspecto cuantitativo de un conjunto de objetos, el cual indica cuántos elementos tiene dicho conjunto.

Es recomendable trabajar con los niños con objetos manipulables. A continuación, se presentan una serie de actividades que permitirán a los niños conocer y comprender los números cardinales.

- Formar conjuntos sobre la mesa. Determinar cuántos elementos tienen los conjuntos.

- Dictar una cardinalidad al niño, para que éste dibuje la cantidad solicitada de elementos.

- Dibujar conjuntos para que el niño coloque el cardinal respectivo.

- Asociar el numeral con el conjunto correspondiente.

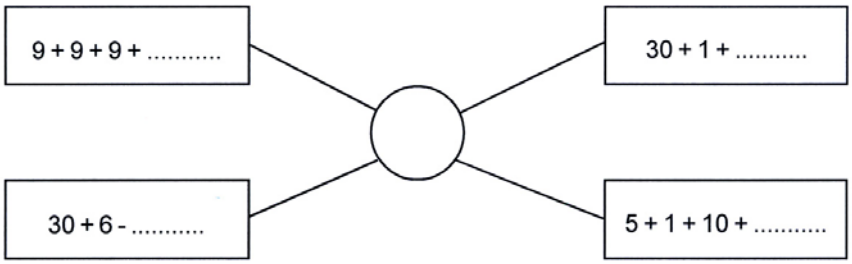
- Utilizar tarjetas par e impar, para estudiar los elementos del conjunto (éstas se pueden realizar en cartón, de manera que cada niño tenga un set.

Este juego le permite al niño, "caracterizar" la idea de número; además, es muy útil para estudiar y reforzar la adición y sustracción.

- Confeccionar monedas y billetes de papel, como ayuda para componer y descomponer numerales.

- Elegir un número y encontrar todas las agrupaciones aditivas que se puedan realizar con elementos del conjunto.

Por ejemplo



En resumen, es importante que los alumnos manejen los números cardinales ya que son los que más deben utilizar, ya que indican cuántas cosas hay en una unidad o grupo.

Realice ejercicios nº 12 al 22

CLASE 08

5. ACTIVIDADES DE OPERATORIA BÁSICA

Dentro de estas actividades, se incluyen las cuatro operaciones de las matemáticas, como son: adición, sustracción, multiplicación y división, las cuales se describen a continuación.

En cuanto, a las operaciones de adición y sustracción es necesario poner el énfasis en el significado de las mismas, más que en la operatoria. Es decir, en destacar el tipo de información que es posible obtener a partir de su aplicación, más que en determinar las formas de obtener el resultado de ellas. Enfatizando en el qué y el para qué, más que el cómo. Para lograr este objetivo, se trata de analizar situaciones cotidianas que sea significativas para los educandos.

Con el propósito de destacar que lo importante es la asimilación de cada uno de las operaciones, se sugiere que para cada uno de ellas se realicen actividades específicas, en forma separada y que sean aplicadas a situaciones cotidianas que, en lo posible, tengan que ver con los intereses de los niños, a través, de las cuales ellos pueden asimilar nuevos conocimientos respecto de la realidad.

5.1. La Adición

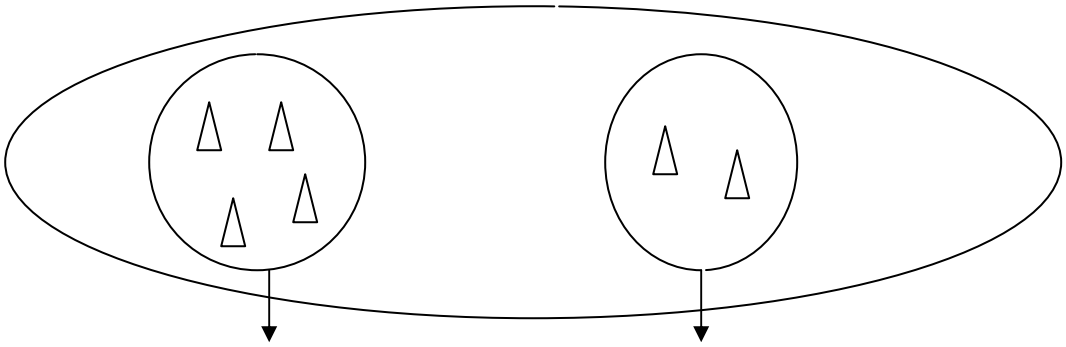
La adición, es la operación que se realiza para obtener la suma de dos o más números, los que pueden ser par o impar. En esta operación las acciones implicadas son juntar o agregar.

Para la operación adición, en los niveles iniciales es conveniente:

- Formar el conjunto unión de dos conjuntos infinitos.
- Escribir el cardinal asociado a cada uno de ellos.
- Unir los dos conjuntos y escribir el cardinal del conjunto unión.

Como se trabaja con elementos concretos es que se enfatiza en que el alumno junte los elementos con sus manos y a continuación puede encerrarlos con una línea o con una lana de color.

Por ejemplo



4 + 2 = 6

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que permitirán a los niños comprender la operatoria de la adición.

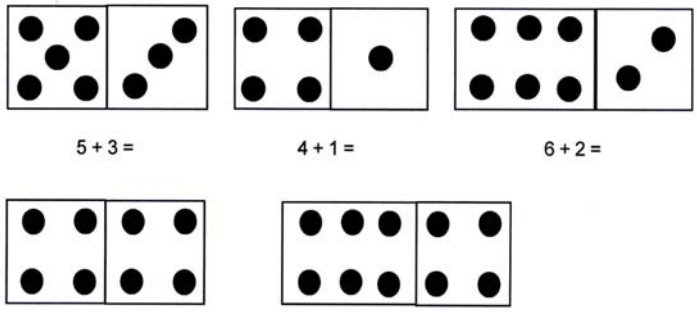
- Unir conjuntos finitos disjuntos, formados por elementos concretos.
- Nombrar y contar el número de elementos del conjunto unión.
- Escribir el número de elementos en el conjunto unión.
- Resolver adiciones según diagrama de unión de conjuntos, tanto horizontal como verticalmente.
- Graficar la recta numérica, repasarla y resolver ejercicios de adición.
- Realizar sumas simples, utilizando el número antecesor de un cardinal determinado (n + 1).

Por ejemplo

0+1=	3+1=
1+1=	4+1=
2+1=	5+1=

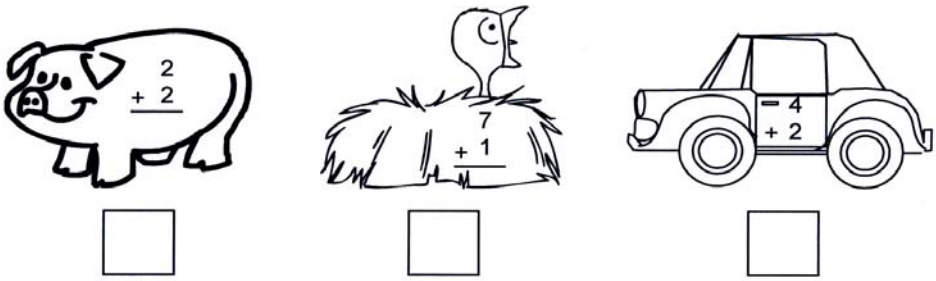
- Confeccionar un dominó identificando los números de éste y efectuando las adiciones correspondientes.

Por ejemplo



- Realizar las adiciones y pintar.

Por ejemplo



- Ejercitar el conteo por unidades, decenas.

- Realizar ejercicios de adición de unidades con decenas.

- Resolver ejercicios de adición, a través de la propiedad conmutativa y asociativa.

Por ejemplo

2 + 3 = 3 + 2

2 + (5 + 1) =

(2 + 5) + 1 =……..

8 + 1 =…….

5 + 2 =…….

- Ejercitar la descomposición y composición de números.

Por ejemplo

16 = 6 + 10 16 = 7 + 9 2 + 14 = 16

- Realizar adiciones.

Por ejemplo

- Con 1 dígito: 4 + 3=
- Con 1 dígito y 2 dígitos: 5+ 21=
- Con 2 dígitos y 1 dígito: 21+ 5=
- Con 2 dígitos + 2 dígitos: 23 + 36=
- Con 1 dígito + 1 dígito + 1 dígito: 3 + 5 + 3=
- Con 1 dígito + 2 dígitos + 1 dígito: 6 + 23 + 3=

- Realizar juego de adiciones mentales.

Por ejemplo

"Juanito, ¿cuánto es 2 + 3? Responde rápidamente".

5.2. La Sustracción

Desde el primer instante es conveniente establecer en forma intuitiva que la sustracción es el problema inverso de la adición, por lo tanto, la acción implicada en esta operación es "quitar o restar".

Para introducir en el tema, se sugiere el mismo mecanismo de la adición, esto es: graficar conjuntos, escribir el cardinal asociado, separar los conjuntos y escribir el cardinal del conjunto unión.

A continuación, se sugieren algunas actividades que ayudarán a los menores a comprender la operatoria de la sustracción.

- Representar concretamente una sustracción.

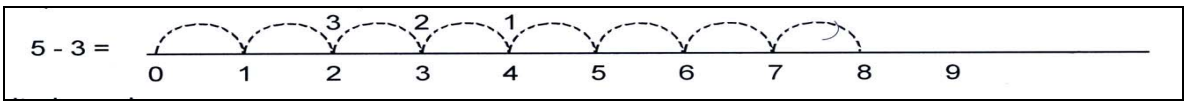
Por ejemplo

5 - 3 = 2

- Realizar la recta numérica.

Por ejemplo

Señalarle al niño que repase los números, luego realizar restas simples. (Con números del 0 al 10 y después aumentando la dificultad de acuerdo a las necesidades del niño).



- Ejercitar la habilidad de descontar 1 en 1, 2 en 2, 5 en 5, etc.

Por ejemplo

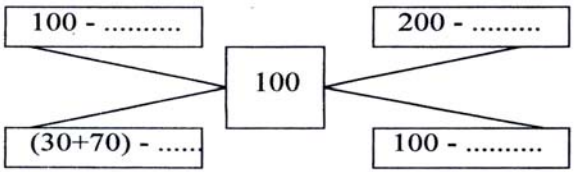
a) Desde 9 al 0 (1 en 1)

b) Desde 100 al 70 (5 en 5)

c) Desde 32 al 22 (2 en 2)

- Realizar grupos, ejercitando la habilidad de expresar un número en distintas formas, usando la sustracción.

Por ejemplo



- Desarrollar ejercicios de sustracción vertical y horizontal. Comenzar con ejercicios sin reserva.

Por ejemplo

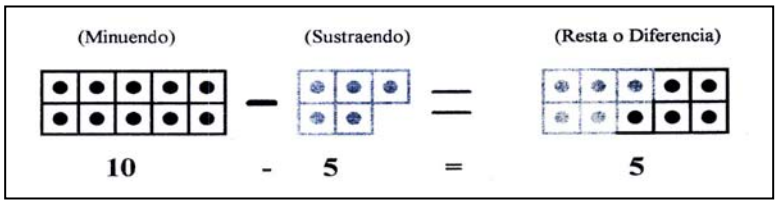
38 – 5 =
100 – 8 =
10 – 8 =
99 – 9 =

38	44	30	89
- 5	-11	-10	-17

- Resolver sustracciones, usando tarjetas par-impar.

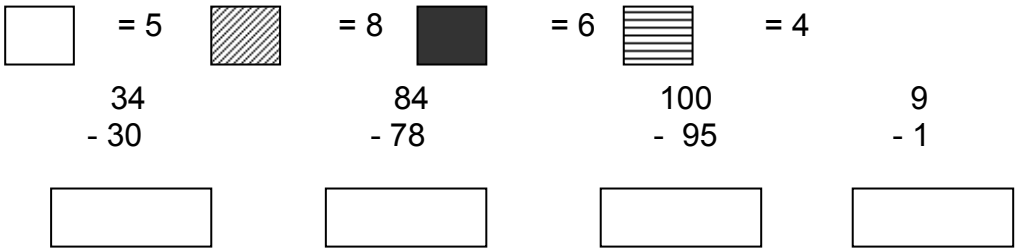
Por ejemplo

Identificar la tarjeta que representa al minuendo. Otra forma de utilizar las tarjetas, es que la 2º tarjeta (sustraendo) se sobrepase, inversa, sobre la primera (minuendo). Esta se sobrepone sobre la primera tarjeta. El resultado son las pelotitas azules.



- Realizar sustracción y pintar, según el resultado.

Por ejemplo



- Realizar secuencias, utilizando la sustracción.

Por ejemplo

10 – 8 – 6…….

25 – 20……

12 – 8……

CLASE 09

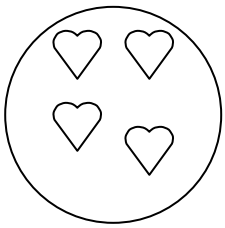
5.3. La Multiplicación

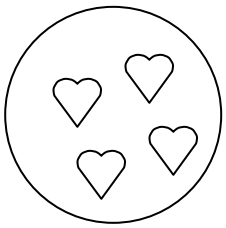
La multiplicación, es una de las operaciones que requiere que el niño haya interiorizado antes el concepto de adición, ya que si se quiere multiplicar dos números, es necesario realizar la adición del primer número, tantas veces como lo indica el segundo. Es decir, si se multiplica el número 4 por 2, se tiene que sumar el número 4 dos veces, lo que da como resultado 8.

En segundo año de educación general básica, a partir de la agrupación de elementos en subconjuntos equivalentes o coordinables entre sí, comienza la preparación para la operación multiplicación de cardinales.

Por ejemplo

A





B

Hay 2 grupos de 4 elementos cada uno, en total, los elementos que hay son 8

Algunos materiales que pueden ayudar a comprender la multiplicación, son las tarjetas par-impar, y además, de material contable. A continuación, se presentan una serie de actividades que permitirán comprender la operación de la multiplicación.

- Presentar el signo "X" en tarjetas o material diverso para establecer una presentación previa a la enseñanza o rehabilitación del concepto.

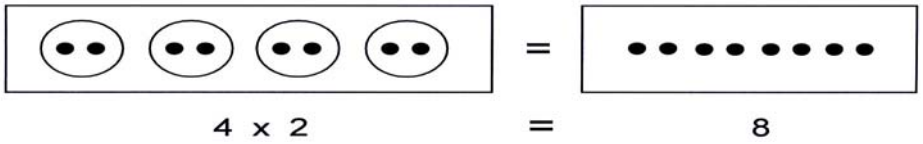
- Confeccionar junto con el profesor, tarjetas par impar, para realizar y apoyar ejercicios anteriores.

- Practicar la habilidad de contar agrupando 2, 3, 4 y 5 elementos.

- Manipular elementos concretos, formando conjuntos, como se indica.

Por ejemplo

4 x 2 = es decir, 4 veces, grupos de 2



- Dibujar el doble, triple y cuádruple de los dibujos dados.

Por ejemplo

Dibujo	Doble	Triple	Cuádruple

- Colocar el número, según corresponda.

Por ejemplo

Número	Doble	Triple	Cuádruple
3			
		15	
	4		

- Realizar multiplicación simple oral.

Por ejemplo

Utilizando para ello, las ideas de:

1) Doblar
2) Triplicar
3) Quintuplicar

- Ejercitar las propiedades conmutativas y asociativas de la multiplicación, en ejercicios diversos.

Por ejemplo

Conmutativa	Asociativa
4 x 2 = 2 x 4;	(2 x 3) x 4 = 2 x (3 x 4)
3 x 4 =……..	(8 x 1) x 2 =……
6 x 5 =……..	(7 x 5) x 5 =……

- Realizar la multiplicación desarrollando la operación.

Por ejemplo

4 x 2 = 2 + 2 + 2 + 2 (4 veces 2) = 8
5 x 6 =…….. ( ) =…..
9 x 9 =…….. ( ) =…..

- Realizar ejercicios de multiplicación.

Por ejemplo

De:

1) 2 cifras por 1 cifra	45 x 3
2) 3 cifras por 1 cifra	164 x 2
3) 2 cifras por 2 cifras	64 x 55

- Utilizar la siguiente notación, para realizar el ejercicio de multiplicación.

Por ejemplo

35 x 28

240	(8 x 5)
240	(8 x 30)
100	(20 x 5)
+ 600	(20 x 30)
980	

- Realizar ejercicios.

Por ejemplo

9 x 5 8 x 30 18 x 30 15 x 4

20 x 5 16 x 6

También se puede abreviar:

35 x 28

(8 x 35)	280
(20x 35)	+700
	980

- Aprender las tablas memorísticamente.

Por ejemplo

Tabla del 2	Tabla del 3	Tabla del 4
2	3	4
4	6	8
6	9	12
8	12	16
10	15	20
12	18	24
14	21	28
16	24	32
18	27	36
20	30	40

CLASE 10

5.4. La División

La división, es la operación inversa a la multiplicación, puesto que el alumno se debe plantear el ejercicio en sentido opuesto, también puede considerarse una resta repetida, la que permite averiguar cuantas veces un número está contenido en otro.

Al finalizar el segundo año de Educación General Básica corresponde agrupar elementos de un conjunto en subconjuntos equivalentes anotando el número de conjuntos formados.

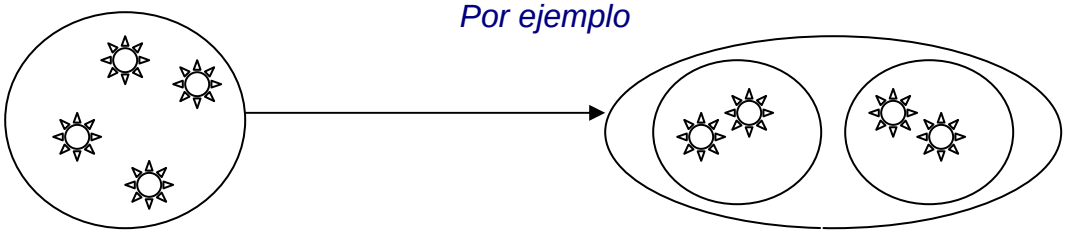
A continuación, se debe procurar resolver ejercicios de división que cumplan con las siguientes condiciones:

- Unidad : Unidad

- Decena, Unidad : Unidad

A partir de estos logros, se debe ir graduando el proceso, pero siempre teniendo en cuenta la relación entre división y multiplicación.

Por ejemplo



En el ejemplo anterior, se puede observar que, en el primer conjunto hay 4 soles, los cuales se reparten luego en dos subconjuntos, quedando finalmente 2 grupos de 2 soles cada uno.

Para que los niños aprendan y practiquen actividades de división pueden utilizar objetos contables o también tarjetas par-impar.

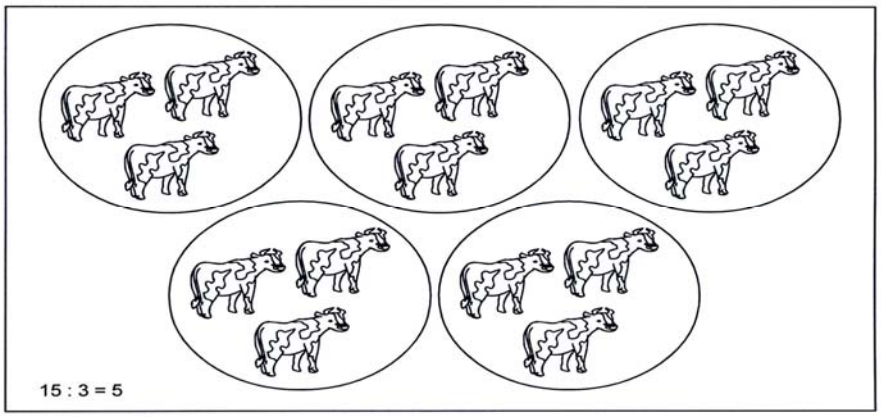
A continuación, se presentan algunas actividades que ayudaran a los menores a comprender la operación de la división.

- Presentar el signo (:) en una tarjeta.

- Presentar partes de la división.
- Preguntar a los alumnos, si se envasan 6 huevos en 2 cajitas, ¿Cuántos huevos contendrá cada cajita?

- Contar los subconjuntos formados y recordarlos como el cuociente.

Por ejemplo



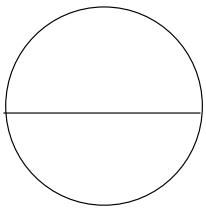
- Observar e identificar lo que representa el dividendo. La idea es que el niño verbalice y entregue sus observaciones.

- Ejercitar la habilidad de contar y descontar de: 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4, etc.

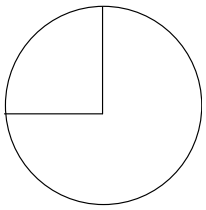
- Realizar diagramas o gráficos de torta.

Por ejemplo

a) La mitad



b) La cuarta parte



- Dibujar la mitad y la cuarta parte de cada lámina.

Por ejemplo

Mitad	Dibujo	La Cuarte Parte

- Colocar el número según corresponda.

Por ejemplo

Mitad	Número	Las tres cuartas partes
	4	
	12	
	8	
	6	

- Realizar restas sucesivas de un número determinado, para ver los subconjuntos de este conjunto.

Por ejemplo

16: 4 =

16		8	
- 4	1 vez	- 4	3 veces
12		4	
12		4	
- 4	2 veces	- 4	0 veces
8		0	

Es importante que los alumnos dominen las cuatro operaciones básicas, ya que en el contexto en el que están insertos los niños, donde la sociedad actual está basada en la acción de consumir, enfrentándose constantemente a situaciones de compra y venta.

Es muy importante que los niños practiquen en forma oral las cuatro operaciones, estimando resultados, para así desarrollar su pensamiento lógico-matemático.

CLASE 11

6. ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

Uno de los aspectos que se considera más relevantes dentro de los contenidos que se tratan en los primeros niveles de escolaridad y frente a los cuáles se continuará trabajando en los siguientes niveles, se refiere a la habilidad para resolver problemas, a través, de la cual se está directamente favoreciendo el desarrollo del pensamiento lógico de los niños.

Debido a que al niño le cuesta enfrentar los problemas, es necesario que se le guíe en sus primeras incursiones con ayuda y apoyo constante, ya que la resolución de los problemas es una actividad intelectual en que se organizan los datos y se realiza una ordenación de los números y las operaciones, que se relacionan entre sí para obtener un resultado.

A continuación, se exponen ejercicios simples para enfrentar los problemas adecuadamente.

Para resolver un problema cualquiera, es necesario determinar:

- Identificar los datos.

- Considerar un esquema general o estrategia a aplicar.

- Determinar la operación a utilizar.

- Verificación o comprobación de los resultados.

Cada uno de estos pasos, se relaciona secuencialmente para poder llegar a la solución del problema.

6.1. Resolución de Problemas Aditivos, que Implican la Acción de Sumar.

Los problemas aditivos, involucran tanto la adición como la sustracción, en este caso, se hará referencia sólo a los problemas que requieren de la adición, para llegar al resultado final. En estos tipos de problemas, las acciones involucradas son: juntar y agregar.

A continuación, se presentan algunas actividades que implican la resolución de problemas que requieren de la operación de la adición, para llegar al resultado final.

- Realizar ejercicios con elementos concretos usando expresiones cuantitativas como agrupar, juntar, agregar, etc.

- Completar proposiciones que expresen una situación planteada.

- Crear problemas que se resuelvan por medio de una operación (adición).

- Según el siguiente enunciado: resolver ejercicios con elementos concretos, usando expresiones cuantitativas como; sacar, quitar, disminuir, etc.

- Identificar situaciones fundamentales.

Por ejemplo

"Juan tiene 6 lápices y Luisa 3, ¿Cuántos tienen entre los dos?"

1) Graficar

Juan y Luisa	Juan
	Luisa

2) Responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos lápices tiene Juan?
- ¿Cuántos lápices tiene Luisa?
- ¿Cuántos lápices tienen entre los dos?
- ¿Tienen más o menos, que cada uno solo?
- ¿Tienes que sumar o restar?
- ¿Da lo mismo empezar por sumar los lápices de Juan que de los Luisa?
- Sumemos: ¿Cuánto es el resultado?

3) Realizar problemas del mismo tipo, en los que participe el niño.

6.2. Resolución de Problemas Aditivos, que Implican la Acción de Restar.

Los problemas que requieren de una resta para llegar al resultado, implican las acciones de quitar o separar.

A continuación, se presentan algunas actividades que ayudarán a los alumnos a resolver problemas aditivos correctamente.

- Buscar lo que le falta a una cantidad a igualar (complemento).
- Plantar problemas que impliquen una resta para llegar al resultado.

Por ejemplo

"Carlos tiene 10 queques, pero María se come 5 ¿cuántos queques le quedan a Carlos?"

1) Graficar

Tenía	Comió
	Quedan

2) Responder las siguientes preguntas.

- ¿Cuántos queques tenía Carlos?
- ¿Cuántos queques se comió María?
- ¿Quedaron más o menos queques?

- Inventar junto con el niño problemas en que se utilice la resta.
- Discutir y establecer el orden para realizar la resta.

6.3. Problemas que se Resuelven Mediante la Multiplicación

A continuación, se presentan algunas actividades que implican la operación de la multiplicación.

- Se busca el número total de objetos de conjuntos.
- Luego se busca el número de combinaciones que se pueden realizar con los elementos de dos conjuntos.
- Realizar ejercicios con elementos concretos, usando expresiones cuantitativas, tales como: agrupar, aumentar, doblar, triplicar, etc.

Por ejemplo

"Valentina tiene cuatro cajas de lápices de colores y cada una tiene seis lápices respectivamente".

1) Graficar

Caja	Lápices en cada caja
Total lápices	

2) Responder las siguientes preguntas.

- ¿Cuántas cajas tiene Valentina?
- ¿Cuántos lápices tiene cada caja?
- ¿Cuántos lápices tiene en total Valentina?
- ¿Qué operación se requiere?

6.4. Problemas que se Resuelven Mediante la División

Al momento de resolver problemas, que implican la división, se distinguen dos perspectivas psicológicas diferentes tales como:

- La División de Repartición: esta perspectiva se refiere a la repartición de elementos, en partes iguales.

- La División por Medición: esta perspectiva, se refiere a la repartición de elementos que son medibles, como el agua (litros), harina (kilos), etc.

A continuación, se presentan algunas actividades que implican la operación de la división.

- Crear junto con los niños ejercicios de ambas formas.

- Identificar a qué forma, se refieren los problemas planteados por el profesor.

- Realizar ejercicios con elementos concretos, usando las expresiones cuantitativas.

- Plantear problemas que implique la operación de adición.

Por ejemplo

"Enrique tiene 25 tarros de miel. Les reparte a sus 5 hermanos en cantidades iguales, ¿Cuántos tarros le toca a cada hermano?"

1) Graficar

Repartir	Total de tarros

2) Responder las siguientes preguntas:

¿Cuántos tarros de miel tiene Enrique?, ¿Cuántos hermanos tiene Enrique?

¿Tienes que multiplicar o Dividir?, ¿Cuál es el resultado?

Se recomienda, centrar el contenido de las actividades, muy especialmente, en el planteamiento y análisis de problemas o temas relacionados con el entorno de los sujetos que aprenden y que estén en relación con sus necesidades, intereses, competencias, estructuras cognitivas y afectivas y formas de aprendizaje de do que logren ser significativas para ellos.

CLASE 12

7. LA MEDICIÓN

Se debe considerar que el educando domina situaciones de medición por unidades no estandarizadas en cuanto a longitud, fundamentalmente por efectos innatos, que corresponden a una de las habilidades del hombre.

Así, él mide al jugar (pasos, cuarta, brazos, un cordel, pies, etc.) por medio de observaciones prácticas en material gráfico y/o directamente, comparando longitudes y estableciendo relaciones de: "más largo", "más corto", "más alto", "más bajo", etc.

La medición da la posibilidad de determinar el tamaño de un conjunto y se expresa mediante un método arbitrario, asignando un número a un objeto o conjunto de objetos. El contar, permite establecer los elementos del conjunto.

A continuación, se aclaran algunos conceptos necesarios:

- Medición: estimación de la cantidad de longitudes, áreas o volúmenes de líquidos, sólidos o gases. Algunas unidades de medida son: metro, litro, gramo, hora, etc.

- Magnitud: es todo lo que puede medir. Algunas magnitudes son la longitud, superficie, peso, etc.

- Medida de Magnitud: se refiere al número de veces, que está contenida en la magnitud, elegida como una unidad.

Propiedades de la Medida

- La medida del conjunto, debe ser igual a la medida que poseen las partes.

- La medida de "nada", es cero.

- La medida de una parte, no es mayor que el todo.

Cabe señalar que para realizar la medición, es necesario contar con una medida estándar para obtener los mismos resultados, con una misma unidad de medida. Actualmente, este sistema métrico es obligatorio en la mayoría de los países, excepto Estados Unidos y algunos países de habla inglesa.

El niño en educación básica, pasa por distintas etapas durante su proceso escolar. Al principio de éste, se establecen comparaciones y se identifican las unidades de medición más utilizadas dentro de la vida diaria. Luego, se establece una unión más profunda para determinar equivalencias entre las unidades de magnitud estudiadas.

A continuación, se entregará una serie de actividades para adquirir el sistema de medición.

- Observar y manipular objetos personales, utilizando elementos sencillos para medirlos, tales como: fósforos, palitos de helados, lápices, etc.

- Medir con objetos (fósforos. lápices, gomas) el entorno natural.

- Mostrar ilustraciones iguales y/o distintas de objetos. El alumno medirá con fósforos u otro elemento, los diversos dibujos presentados por el profesor.

- Ordenar láminas de acuerdo a la longitud.

- Registrar en tablas, los resultados de las medidas hechas, utilizando diversas unidades no estandarizadas.

Por ejemplo

TABLA DE MEDICIONES				
Elemento	Unidad de medida			
	Fósforo	P. Helado	Pies	Porotos

- Utilizar tablas de mediciones.

Por ejemplo

- Para medir el ancho o largo de lugares del colegio, utilizando pasos u otra medida arbitraria de tipo natural. También, de otros lugares, como la casa, plaza, cine, hospital, etc.

- Construir en decímetros una huincha con el papel de envolver. Dividir el decímetro en 10 partes iguales (10 centímetros).

Por ejemplo

Medir los objetos de su ambiente con un decímetro.

- Comparar el decímetro con la regla, cuidadosamente observe los milímetros (mm.), (1cm, 10 mm.).

- Construir un metro con (m, cm., dm…) y medir objetos.

- Establecer equivalencias con las medidas de longitud (metro, decímetro, centímetro y milímetro).

- Realizar registros de resultados de las mediciones hechas.

Por ejemplo

1) Medir con un cordel; la cintura, el cuello, la cabeza, etc.

2) Transformar las medidas anteriores en centímetros.

TABLA DE MEDICIONES				
Elemento	Unidad de medida			
	Gramos	Kilogramos	Centímetros	Metros

- Medir longitudes mayores de un metro.

- Establecer equivalencias entre medidas de longitud.

- Para apoyar la medición de edificios, casas y árboles de gran altura, se recomienda seguir los siguientes pasos.

Por ejemplo

"Un árbol"

- Ubicar al niño junto al árbol. Se le pasará un espejo no muy grande.

- El niño deberá caminar en sentido contrario al árbol, arrastrando el espejo por el suelo hasta que logre ver en él la punta del árbol.

- Luego, con una huincha se debe medir la distancia entre el tronco y el espejo.

- El resultado será la altura exacta del árbol.

El ejercicio anterior, se puede realizar con los edificios que tienen una gran altura y no es posible medirlos de otra forma, salvo que se consigan los planos del arquitecto.

- Identificar en el papel el cm^2 y el dm^2, como unidades para medir superficies.

- Establecer equivalencias entre cm^2 – dm^2 – m^2.

Por ejemplo

a) Calcular superficies de regiones cuadradas y rectangulares.

b) Expresar el resultado de la medición, utilizando los decimales y centésimos.

- Medir la capacidad de los recipientes, con envases como: 1 bol lleno es igual a 53 vasos de yogurt, etc.

- Medir la capacidad de los recipientes, usando el litro, medio litro, cuarto litro, etc.

- Conocer la balanza y sus partes.

- Usar adecuadamente la balanza.

- Reconocer la balanza como instrumento para medir peso.

- Reconocer o identificar el kilogramo y el gramo, como unidades de peso.

- Establecer equivalencias entre kilogramos y gramos.

- Pesar kilos de diversas cantidades, ya sean continuas o discontinuas, como: harina, azúcar, porotos, etc.

- Medir pesos expresados en kilogramos, medio kilogramo, cuarto kilogramo o su equivalente en gramos.

- Ejercitar la operatoria referente a adición o sustracción de decimales.

- Solucionar situaciones problemáticas relacionadas con la medición.

Las actividades que se empleen dentro de una sala de clases, deben ser relajadas y relajadoras, ya que se debe lograr un ambiente que facilite a los alumnos a desenvolverse con total soltura, permitiendo utilizar su razonamiento lógico, y para que logren comprender que aunque la matemática sea una disciplina seria, no quiere decir que su contenido sea aprendido en una forma estresante y poco divertida.

Todas las actividades propuestas en esta unidad están sujetas a modificaciones, son sólo una guía para que el educador tome ideas y las lleve al contexto de su realidad escolar, con el fin de lograr que los alumnos aprendan significativamente.

Al final de cada actividad, se espera que el educador haga, en conjunto con los niños, una recopilación de lo realizado y que saquen conclusiones respecto de lo que han aprendido.

Es necesario señalar que, en conjunto con todas las actividades anteriormente propuestas, es necesario que los educadores estimulen y motiven constantemente a sus alumnos para que se logren las metas y aprendizajes esperados. El educador debe tener una actitud positiva y facilitadora hacia sus alumnos, que le otorgue a estos la total confianza, para se sientan con seguridad al momento de realizar las actividades que se les proponen, sin miedo a cometer errores y comprendiendo que es una de las mejores formas de aprender.

Realice ejercicios nº 23 al 30