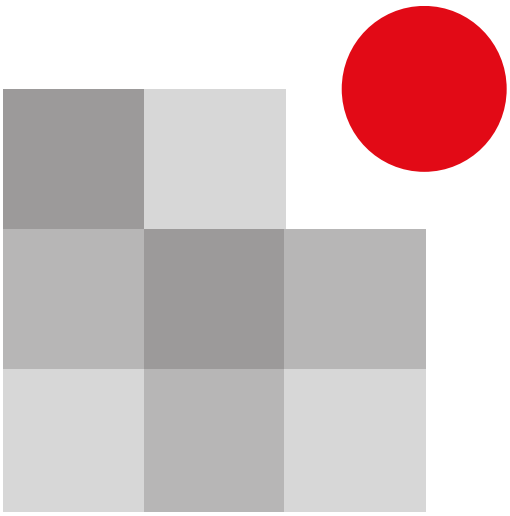
RAMO: MICROECONOMÍA



IPLACEX
instituto profesional

UNIDAD I

TEORÍA DEL CONSUMIDOR

CLASE 01

1. ALGUNOS ASPECTOS CONCEPTUALES

¿Qué es la economía?, esta pregunta tiene una respuesta, generalmente nos indica que "es el estudio de la asignación de recursos escasos, entre diversos bienes o fines". Al descomponer esta respuesta nos encontramos con dos supuestos "recursos escasos" y "diversos bienes o fines", y una interrogante ¿Como asigna o elige el individuo?

Al indicar que los recursos son escasos, se dice que éstos son limitados y por ende existe una restricción, por ejemplo, un individuo (o la sociedad en conjunto) no puede gastar una cantidad superior a su renta; o se tiene como limitante las 24 horas del día para ejecutar tareas o actividades. Esta restricción o limitante se conoce como escasez. Económicamente hablando, escasez significará "que no tenemos y no podemos obtener suficiente ingreso o riqueza para satisfacer cada deseo. Nos referimos a la manera como la gente siente: lo que quiere, necesita o desea, en relación con los recursos con que se cuenta en cualquier momento en el tiempo"[1].

Además se dice que estamos expuestos a diversos bienes o fines, es decir, en un momento determinado existen diversas opciones, por ejemplo: dormir, ver televisión, disfrutar un helado o pasear en un automóvil descapotable. ¿No sería genial hacer todo eso a la vez?, lamentablemente la escasez de tiempo, y a veces de dinero, nos limita, por lo que se debe escoger entre las diversas opciones, y es ahí donde se presenta el punto de interés de la economía; ¿Cómo se realiza la asignación o elección?

Para responder a esta pregunta, los economistas se sirven de modelos teóricos, al igual como lo hacen otras ciencias, por ejemplo en Química utilizan la idea de átomo o molécula, para simplificar la estructura de la materia. Los economistas han desarrollado modelos que permiten describir la manera en que toman decisiones los individuos, la manera en que se comportan las empresas y la forma en que interactúan estos dos grupos para establecer mercados.

1.1. Supuestos Importantes de un Modelo Económico

En la actualidad existe una amplía variedad de modelos económicos, sin embargo, a pesar de la variedad, casi todos los modelos contienen tres elementos comunes[2]:

a) El supuesto ceteris paribus (todo lo demás se mantiene constante)

[1] Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw - Hill, 2001, pág. 2.
[2] Nicholson, Walter, Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones, Sexta edición. México, McGraw - Hill, 1997, pág. 5.

b) El supuesto de que los agentes que toman decisiones económicas tratan de optimizar algo.
c) Una meticulosa distinción entre las cuestiones “positivas y normativas”.

Estos tres elementos se utilizarán a lo largo de este curso, por lo que a continuación los analizaremos un poco más.

a) El supuesto ceteris paribus**.** Este supuesto, como se enuncio antes, nos dice que; “se mantiene todo constante”, y su utilidad radica en el hecho de que permita simplificar la complejidad de la realidad. Supongamos, a modo de ejemplo, la siguiente situación: se quiere estudiar el mercado del trigo y como es afectado el precio de éste, cuando se produce un alza en el valor de las semillas.

A partir de esta situación se analiza el mercado del trigo, sin embargo, un observador sagaz dirá que el precio del trigo también se ve afectado por variaciones en el precio de fertilizantes, cambios en la actitud de los consumidores o por los efectos del clima. En este escenario, al utilizar el supuesto “ceteris paribus”, estamos simplificando la realidad, ya que se está suponiendo que todas las “fuerzas” que afectan al precio del trigo se mantienen constantes, con la excepción de la “fuerza” en estudio, la que en este caso es el precio de la semilla, permitiendo de esta manera ver su efecto en el precio del trigo.

Es importante recalcar que los economistas, con este supuesto, no presumen que otros factores no afectan al precio del trigo, en el caso de nuestro ejemplo, sino que esos otros factores no varían durante el período de estudio.

b) El supuesto de optimización**.** Cuando los economistas hablan del supuesto de optimización, están concluyendo que los agentes económicos estudiados, entiéndase consumidores, productores y reguladores públicos, persiguen racionalmente algún objetivo. Por ejemplo, suponga que usted dispone de una cantidad de dinero y debe decidir entre ir a un concierto de su artista favorito o invitar a su pareja al cine, la decisión qué usted tome será aquella que le reporta mayores beneficios, es decir, la que optimice su “utilidad o beneficio”.

Lo mismo sucede con los reguladores públicos, por ejemplo, los gobiernos cuando adoptan una medida pública que afecta al país, buscan que el efecto positivo alcance a la mayoría, o que el efecto negativo de la medida, influya sobre la menor cantidad de personas, es decir, busca optimizar los efectos de la medida, ya sea “maximizando” el beneficio o “minimizando” el perjuicio que se derive de ella.

La aceptación del supuesto de optimización, se basa en que éstos son muy productivos, en el sentido de que generan modelos económicos precisos y solubles, debido principalmente a la capacidad de éstos para recurrir a toda una variedad de técnicas matemáticas, adecuadas para los problemas de optimización, de las que de lo contrario, no podría disponerse. Otra razón de la popularidad de los modelos de optimización, es su

aparente validez empírica. En conjunto, estas razones han llevado a estos modelos a ocupar un lugar destacado en la teoría económica moderna.

c) Distinción entre cuestiones "positivas" y "normativas". Este elemento apunta a que la teoría económica, al igual que las otras ciencias, debe preocuparse de la descripción, y en lo posible de la predicción de los hechos del mundo real, dejando los juicios de valor moral a los usuarios de la información.

La economía "positiva" trata de averiguar cómo se asignan en realidad los recursos, mientras que el tema de cómo se debieran destinar, que en rigor es un juicio moral; es campo de la economía "normativa". Para efectos de esta unidad, y de los estudios de la rama económica en general, se hablará siempre desde un punto de vista "positivo", que es mucho más objetivo, dejando el "normativo" a cada alumno.

La utilización de estos supuestos nos servirá para establecer modelos económicos, que permitan explicar la realidad con una "razonable" objetividad, y en la medida de lo posible, validarlos con ejemplos del mundo real, acordes con las predicciones del modelo.

1.2 Concepto de Precios

En la teoría microeconómica moderna, el estudio de la teoría del valor está relacionado con la interrogante de la asignación de los recursos escasos a distintos fines. La teoría del valor busca establecer la valuación de los bienes. Actualmente se considera el valor como sinónimo del precio de un bien, sin embargo, para los primeros economistas no era así, por ejemplo, Adam Smith (1723-1790) distinguía entre valor y precio, indicando que el valor de un bien se relaciona con su "valor de uso", mientras que el precio de un bien, se relaciona con su "valor de cambio".

Este autor ilustró esta diferencia en su famosa paradoja del agua y los diamantes, en la que señala que el agua teniendo un gran valor de uso (es necesaria para la vida) tiene poco valor de cambio (bajo precio), por otro lado los diamantes poseen poco valor de uso (poco práctico), pero tiene un alto valor de cambio (precio alto). Esta paradoja no fue resuelta por Smith ni por sus sucesores, por lo que el dilema respecto al valor de uso, se dejó a los filósofos, enconmendando a los economistas la explicación de los determinantes del valor de cambio.

David Ricardo (1772-1823), al estudiar los determinantes del valor de cambio, estableció una teoría pura del valor-trabajo, indicando que el precio relativo de dos bienes depende de las cantidades directas e indirectas de trabajo utilizadas en cada uno, es decir, bajo esta óptica; sí capturar un ciervo requiere el doble de tiempo que capturar un castor, entonces el ciervo debe costar el doble del precio de un castor, o en otras palabras, un ciervo

vale dos castores[3]. Con esta teoría, Ricardo explicaba que los diamantes tienen un valor de cambio relativamente mayor que el agua, debido a que en comparación es más costoso, en términos de trabajo, producirlos. Note que el análisis de Ricardo, establece que la determinación de los precios se debe a los costos de producción.

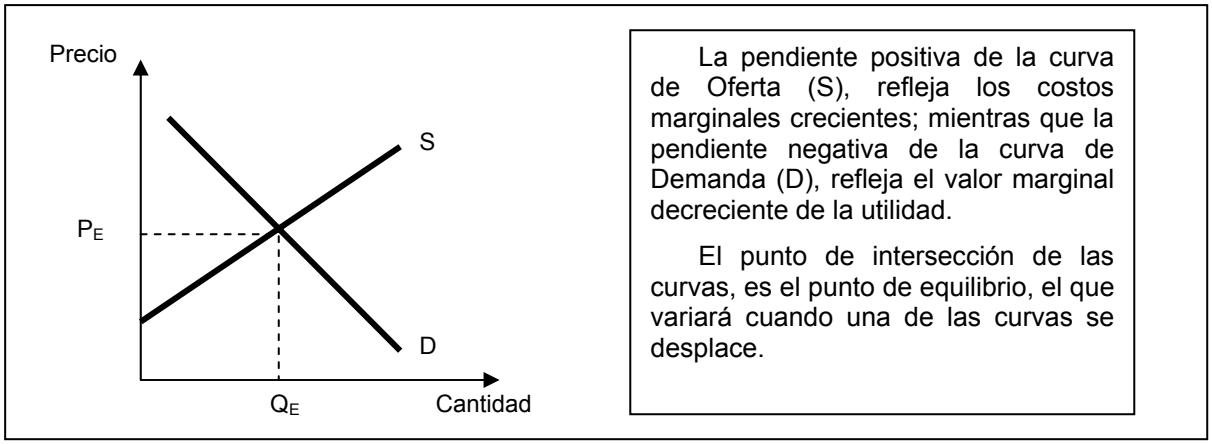
Sin embargo, tratar de establecer los determinantes del valor de cambio (precio), sin considerar el valor de uso, implicaba negar (o al menos soslayar) la influencia de la demanda en la fijación de precios, por ello, entre 1850 y 1880 algunos economistas comprendieron que la clave estaba en la resolución de la paradoja de Smith, para lo que se propuso que no es la utilidad total de un bien la que ayuda a establecer el valor de uso, sino la ultima unidad consumida de dicho bien, con lo cuál se avanzó a la definición de utilidad marginal.

El planteamiento de utilidad marginal, se grafica con el del hombre sediento en el desierto, en donde éste está dispuesto a pagar lo que sea por un vaso de agua, sin embargo, por el segundo vaso su disposición a pagar disminuye, ya que satisfizo la necesidad apremiante que tenía con el primer vaso de agua, es decir, la utilidad o beneficio del segundo vaso, es menor a la del primer vaso.

Al redefinirse el concepto de valor de uso, sustituyendo la idea de la utilidad total por la de utilidad marginal (utilidad de la unidad adicional de un bien), y contrastarla con el análisis ricardiano, se pudo realizar una descripción general de la determinación de precios.

El economista inglés Alfred Marshall (1842-1924), demostró que la demanda y la oferta determinaban simultáneamente el precio de un bien, lo que se puede observar en la Figura Nº 1.

Figura Nº 1: Determinación del Precio de un Bien



[3] Ejemplo entregado por Adam Smith, y citado por Nicholson, Walter en su libro "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 7.

El análisis Marshalliano, que se grafica en la figura 1, muestra la curva de Demanda (D) con pendiente negativa, reflejando el principio marginalista de que los individuos están dispuestos a pagar menos por cada unidad adicional del bien, siendo la valoración de esta ultima unidad, la que fija el precio para todas las unidades compradas, por ejemplo, si por el primer vaso se está dispuesto a pagar $100, por el segundo vaso el precio será $80, lo que implica que de consumir dos vasos, el precio de cada uno será de $80.

Por otro lado se presenta la curva de Oferta (O) con pendiente positiva, lo que refleja el aumento de los costos (marginales) de producción, a medida que ésta aumenta. El punto de intersección de ambas curvas determina el precio del bien, dándose una situación de equilibrio, en donde tanto compradores y vendedores están conformes con la cantidad transada (Q_E) y el precio fijado (P_E) por dicha transacción.

Al establecer que el precio de un bien está determinado por la intersección de las curvas de demanda y oferta, y considerando el significado detrás de cada una de estas curvas, se puede considerar el valor como sinónimo del precio de un bien.

Realice ejercicios N° 1 al 3

1.3 Demanda: Un Repaso

Hemos visto que la curva de demanda, de acuerdo al análisis de Marshall, representa el valor de uso del bien (expresado en precios), el que se relaciona con la utilidad que el individuo otorga a la unidad adicional del bien. Considerando esta concepción, podemos enunciar lo que los economistas definen como Ley de la demanda; la que nos dice que la cantidad demandada de cualquier tipo de bien, está inversamente relacionada con él precio del mismo y con todos los demás factores constantes (ceteris paribus), a cualquier nivel posible de precios.

Nótese, que al utilizar la frase “demás factores”, se está reconociendo que el precio no es la única variable que afecta la decisión de qué cantidad del bien desean consumir los individuos, es decir, existen otros factores que inciden en tal decisión, sin embargo abordaremos esto más adelante.

Examinemos, por un momento, una situación hipotética que permita apreciar la relación inversa, existente entre el precio y la cantidad demandada, utilicemos para ello la siguiente tabla de demanda[4], en la que se relaciona el precio de los vehículos y la cantidad demandada, de acuerdo a cada una de los siguientes precios.

[4] La Tabla de Demanda proporciona un tabulado de las cantidades que se demandan a diferentes niveles de precios.

Tabla Nº 1: Tabla de Demanda de Automóviles

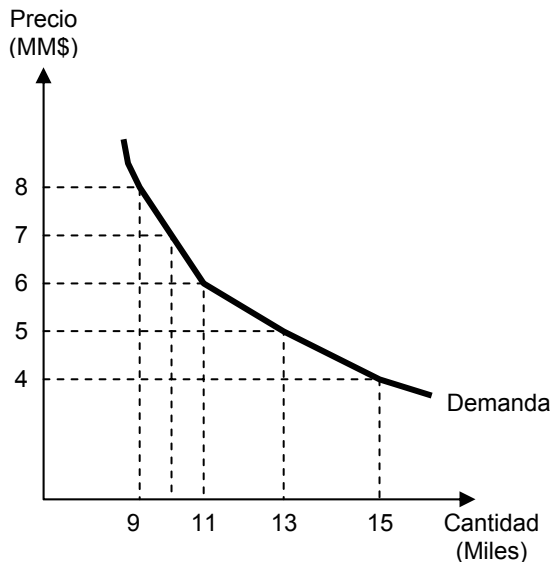
	Precio (Millones de pesos)	Cantidad (Miles de automóviles)
A	8	9
B	7	10
C	6	11
D	5	13
E	4	15

Como se indica en la Tabla Nº 1, dependiendo del precio de los automóviles, los consumidores optarán por consumir cantidades distintas. Al bajar el precio aumenta la cantidad demandada, y viceversa. Es importante fijar un período de tiempo en el que se considere la cantidad demandada, debido a que sin ello, no sabríamos si se está hablando de la cantidad demandada por día, por mes o por década. Otra forma de expresar el mismo concepto, es decir que la demanda y la oferta son conceptos de flujo, hecho que implica que se esté hablando de una tasa deseada de compras o de ventas, en lugar de volúmenes o existencias, expresadas en términos absolutos.

En la Tabla Nº 1, podemos observar que a un precio de 8 millones, 9 mil vehículos de calidad constante son demandados anualmente (este ejemplo es obviamente hipotético). ¿Qué sucede si el precio baja a 4 millones por vehículo?, la cantidad demandada aumentará a 15 mil unidades. Al graficar esta situación se puede observar la pendiente negativa de la curva de demanda[5] (ver Figura Nº 2).

[5] La definición general de una curva de demanda de mercado se puede enunciar entonces como el trazado de los puntos que relacionan los diversos precios de un bien y las respectivas cantidades compradas a cada nivel de precios para todos y cada uno de los compradores potenciales del producto.

Figura Nº 2: Curva de Demanda de Automóviles



El gráfico muestra como las 9 mil primeras unidades se valoran en 8 millones de pesos, sin embargo, las siguientes 2 mil unidades son menos valoradas; lo que se explica por el menor valor marginal de uso, siendo demandadas a sólo 6 millones de pesos.

El precio de demanda es fijado por el valor que se le asigna a la utilidad de la última unidad consumida a cada nivel, por lo que se puede decir, que la última unidad (unidad 15 mil) se valora a 4 millones, siendo ese el precio para cada una de las 15 mil unidades.

La pendiente negativa de la curva nos indica que:

- Cuanto más alto sea el precio, menor será la cantidad demandada.
- Cuanto más bajo sea el precio, mayor será la cantidad demandada.

Lo anterior plantea el supuesto de que las cantidades demandadas están en función de los precios, por lo tanto, se debe tener en cuenta que los movimientos a lo largo de cada curva de demanda son en respuesta a variaciones en el precio, y no a cambios en ningún otro factor adicional.

Ahora bien, antes hemos mencionado que existen otros factores, además del precio, que determinan la demanda, lo que nos lleva a la pregunta ¿qué sucede si se presentan cambios en uno o en más de estos determinantes? Cualquier cambio en uno de estos factores, distintos al precio del bien, causará un "desplazamiento" de la curva de demanda, esto es, un cambio en la función de demanda misma del bien.

Para apreciar qué significa un cambio en la demanda, en lugar de un cambio en la cantidad demandada, consideremos el siguiente ejemplo algebraico[6]: Se quiere estudiar el mercado de los automóviles, para el cual se define que la cantidad demandada está en

[6] Aunque las presentaciones gráficas son visualmente más explicativas, los economistas suelen utilizar representaciones algebraicas de sus modelos, tanto para aclarar sus argumentos como para precisarlos más, cosa que también se realizará a lo largo de este curso.

función (o depende) de la variable precio y de otros factores (o variables) que determinan la demanda, quedando la ecuación con la siguiente forma:

$$Q_D = Z + aP; \quad donde\ Q_D : Cantidad\ Demandada$$
$$Z : Otros\ factores\ determinantes\ de\ la\ demanda$$
$$a : Pendiente\ de\ la\ curva\ de\ demanda\ (a \leq 0) \qquad (1)$$
$$P : Precio$$

Si suponemos los siguientes valores: Z=21, a= -1,5, la función quedaría:

$$Q_D = 21 - 1{,}5P \qquad (1.a)$$

Nótese que al asignar el valor 21 a la variable Z, estamos transformándola en una constante, lo que implica aplicar el supuesto ceteris paribus a los "otros factores determinantes de la demanda". Al dejar la cantidad demandada en función de P, podemos encontrar los puntos que nos permitan dibujar la curva de demanda, por ejemplo para un precio de P=6, Q_D=12 (Q_D = 21-1,5(6) = 12). Si asignamos un valor distinto a P, obtendremos otro punto perteneciente a la misma curva de demanda, por ejemplo si P=4, Q_D=15.

Sin embargo, nos interesa ver como se comporta la demanda cuando varían los "otros factores determinantes de la demanda", para ello modifiquemos la función 1.a, asignándole a Z los valores de Z_1=26 y Z_2=16, de esta forma obtenemos dos nuevas funciones:

$$Q_D = Z_1 - 1{,}5P = 26 - 1{,}5P$$
$$Q_D = Z_2 - 1{,}5P = 16 - 1{,}5P \qquad (1.b)$$

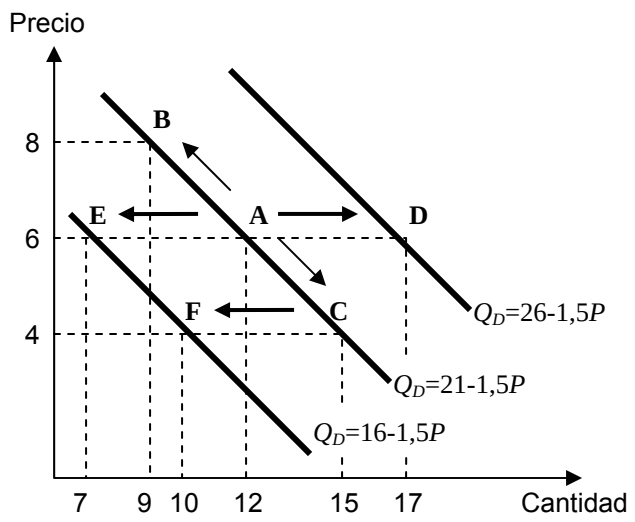
Considerando las funciones 1.a y 1.b se puede construir la Tabla Nº2, la que muestra la relación entre las cantidades demandas a distintos precios, considerando separadamente distintos valores para los "otros factores determinantes de la demanda", representados por Z.

Tabla Nº 2: Determinación de Demanda para Distintos Valores de Z.

PRECIO (MM$)	CANTIDADES DEMANDADAS (Miles)		
	Z_0=21	Z_1=26	Z_2=16
4	15,0	20,0	10,0
5	13,5	18,5	8,5
6	12,0	17,0	7,0
7	10,5	15,5	5,5
8	9,0	14,0	4,0

Si se lee la tabla en forma horizontal, cada línea indica la cantidad demandada para un precio constante y un valor variable para los “otros factores determinantes de la demanda”; por otro lado, si la lectura se realiza verticalmente, cada columna indicará las cantidades demandadas a distintos precios, considerando un valor constante para los “otros factores determinantes de la demanda”. La figura 3 grafica la tabla 2, donde se puede ver el comportamiento de la demanda cuando varía el precio y cuando varían los “otros factores determinantes de la demanda”.

Figura Nº 3: Comportamiento de la Demanda ante Variaciones de sus Determinantes



Si se considera el punto A como situación inicial, se puede observar que al variar el precio P, los desplazamientos se realizan dentro de la curva, ya sea al punto B o C, manteniendo los otros factores constantes (Z=21).

Para analizar el comportamiento cuando varían los otros factores determinantes de la demanda, se mantiene el precio P constante (P=6), lo que implica que los movimientos serán a la izquierda (punto E) o a la derecha (punto D), los que pertenecen a otra curva de demanda.

Al observar lo que sucede cuando varían los otros factores determinantes de la demanda, distintos al precio, se concluye que:

- Una variación en el precio causará un movimiento a lo largo de una determinada curva de demanda, lo que se denominará como cambio de la cantidad demandada.
- Un cambio en variables distintas al precio, ocasionará un desplazamiento de la curva de demanda, lo que se conocerá como cambio de la demanda.

Ahora veamos, resumidamente, cuales son estos factores distintos al precio que determinan la demanda.

CLASE 02

1.3.1 Determinantes de la Demanda Distintos al Precio del Bien

La posición de cualquier curva de demanda en un gráfico, cuyas coordenadas sean el precio y la cantidad, estará en función de otros determinantes de la demanda, que no estén medidos en cualquiera de los dos ejes del gráfico. Algunos de estos determinantes son:

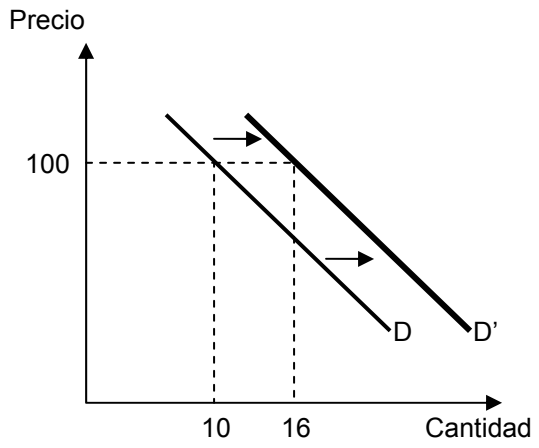
a) El ingreso real,
b) Los gustos y preferencias de los consumidores,
c) El precio de bienes relacionados (sustitutos y complementarios),
d) Los cambios en las expectativas de los precios relativos futuros,
e) La población.

Para estar seguro, usted puede probablemente encontrar otros determinantes de la demanda, de momento nos quedaremos con los mencionados, y generalmente aceptados, los que describiremos a continuación.

a) Ingreso: el ingreso es un factor determinante, ya que de él depende la capacidad real de consumo de bienes, por ejemplo, si un individuo tiene un ingreso de $1.000 y se lo debe gastar todo en el consumo de un bien A, el que tiene un precio de $100; entonces el individuo podrá consumir a ese precio, 10 unidades del bien A; supongamos que el ingreso sufre una variación positiva por ejemplo de $600, si se mantiene el precio en $100, el individuo podrá aumentar su consumo del bien A, en 6 unidades. En otras palabras, al aumentar su ingreso pudo consumir más bienes, aun cuando el precio de éstos no varía. La figura 4 muestra la variación que sufre la demanda del bien A, ante un cambio en el ingreso real.

Un incremento del nivel de ingreso, típicamente conducirá a un incremento de la demanda, y no de la cantidad demandada. Para efectos prácticos, el desplazamiento de la curva relacionado con un incremento de la demanda, se realizará siempre hacia la derecha de dicha curva de demanda, y por otro lado, una disminución de la demanda se referirá a un desplazamiento hacia la izquierda de ésta.

Figura Nº 4: Desplazamiento Gráfico de la Demanda por una Variación en el Ingreso



La gráfica muestra una curva de demanda inicial (D), con un ingreso de $1.000, con el cuál se consumen 10 unidades del bien, a un precio de $100 cada unidad.

Si se mantiene constante el precio y se aumenta el ingreso del individuo en $600, éste podrá aumentar su consumo a 16 unidades, lo que hace desplazar la curva de demanda a la derecha (D').

Lo anterior, bajo el supuesto de que el individuo debe gastarse todo su ingreso en el consumo del único bien existente en la economía, es válido para cualquier precio del bien.

b) Gustos y Preferencias: los gustos y las preferencias son otros factores que determinan la demanda de un bien. La influencia de estos factores se puede graficar con el siguiente ejemplo: En el momento que el Tenista chileno Marcelo Ríos comenzó a subir en el ranking de la ATP y se transformó en un ídolo deportivo, la demanda por artículos de tenis (raquetas, pelotas, etc.) aumentó. En términos económicos, diremos que la curva de demanda de estos artículos se desplazó hacia la derecha (se incrementó).

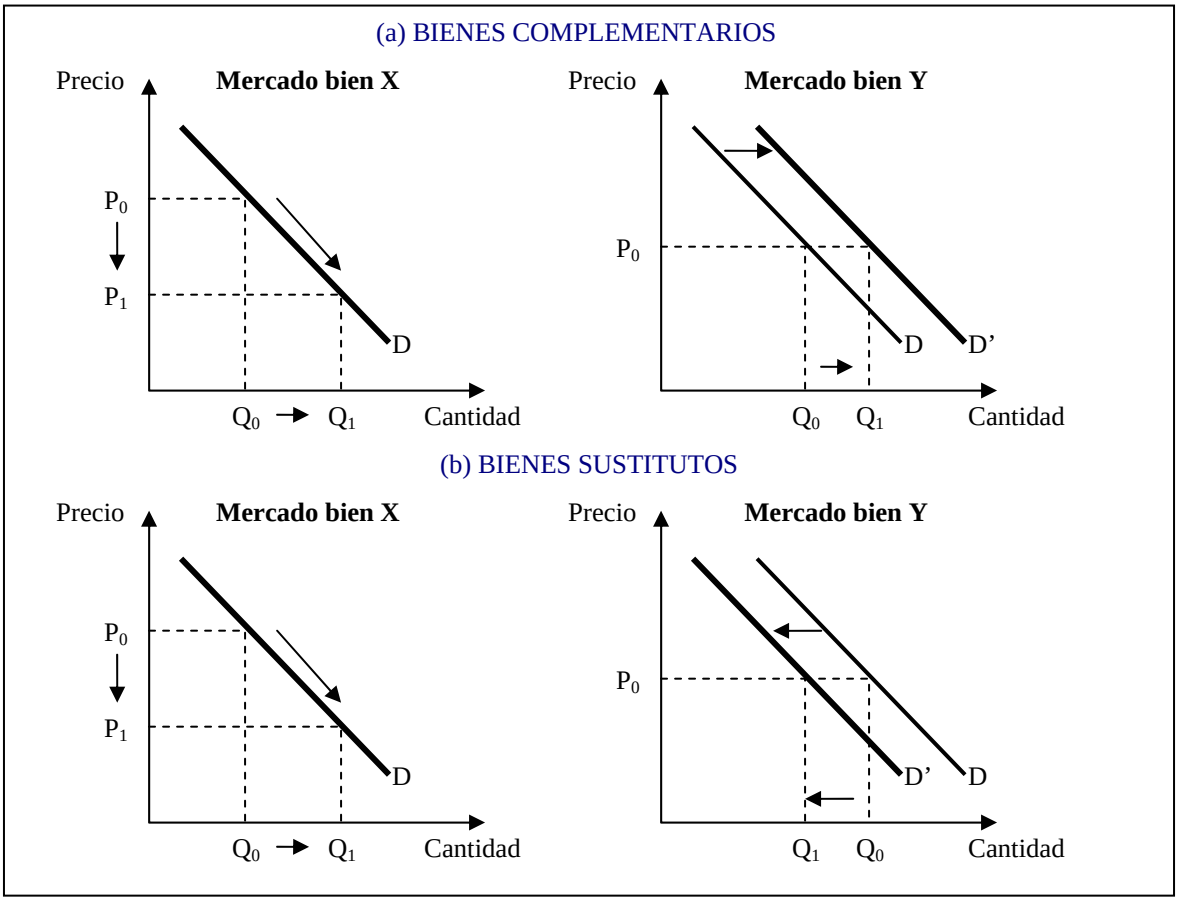
Si, en caso contrario, dichos gustos disminuyen, este hecho estará representado por una disminución de la demanda, o un desplazamiento hacia adentro de la curva de demanda. Los economistas no presentan frecuentemente el cambio de los gustos como la explicación de variaciones de la demanda, ya que es subjetivo lo que se puede decir en relación a qué son los gustos y a la forma en que los mismos se determinan, lo que origina problemas en la forma de medir cambios atribuidos a variaciones en los gustos. Se sabe bien, por ejemplo, cómo medir cambios en el ingreso, y por ende, hablamos frecuentemente de cambios del nivel de ingreso como causantes de un cambio de la demanda.

Resumiendo, podemos decir, que debido a las dificultades de medición y a la falta de una teoría relacionada con cambios en los gustos y preferencias, generalmente asumiremos que éstos permanecen constantes, y buscaremos, por lo tanto, otras características que puedan afectar el comportamiento de los individuos[7].

[7] Puede parecer a primera vista que no podemos asumir que los gustos permanezcan constantes si queremos analizar el lanzamiento de nuevos productos al mercado. Sin embargo, este depende de si los gustos se definen para bienes específicos (tales como procesadores de palabras) o para funciones generales realizadas por estos bienes (la producción de un documento escrito). (Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw-Hill, 2001, pág. 30).

c) Precios de Bienes Relacionados: en la práctica existen bienes que están relacionados de alguna manera, por ejemplo: los automóviles están relacionados con los combustibles, el té y el café también son bienes que se relacionan entre sí. Cuando se habla de bienes relacionados se quiere expresar que las variaciones en el precio de uno, afecta a la demanda del otro. Si analizamos esta relación, en el caso de los automóviles y el combustible, se puede predecir que un aumento en la cantidad demandada de automóviles, significará un aumento de la demanda de combustible, ya que habrá más vehículos circulando.

Figura Nº 5: Comportamiento de Bienes Relacionados.



Existen dos tipos de bienes relacionados: sustitutos y complementarios. La distinción entre ellos se observa en cómo afectan los cambios en el precio de un bien, a la demanda del bien relacionado. Si al aumentar (disminuir) la cantidad demandada de un bien, aumenta (disminuye) la demanda de otro, diremos que los bienes son complementarios; si por el contrario, al aumentar (disminuir) la cantidad demandada de un bien, disminuye (aumenta) la demanda de otro, diremos que los bienes son sustitutos.

La Figura Nº5 muestra los comportamiento de bienes relacionados, suponiendo para ello, la existencia de un bien X y de un bien Y. Además, si suponemos una reducción del

precio del bien X, lo que provocará un aumento de la cantidad demandada de éste bien; y esta variación provoca también un aumento en la demanda del bien Y; entonces los bienes son complementarios, de lo contrario, si se produjera una disminución de la demanda del bien Y, los bienes son sustitutos.

d) Cambios en las Expectativas de los Precios Relativos Futuros[8]: las expectativas acerca de los precios relativos futuros, juegan un papel importante en la determinación de la posición de la curva de demanda. Si se presentan de repente expectativas de incrementos del precio relativo futuro, podremos predecir, ceteris paribus, que la curva de demanda actual se desplazará a la derecha (aumenta la demanda). Si, de otra forma, existen nuevas expectativas de un futuro descenso del precio de los huevos, la curva de demanda actual se desplazará a la izquierda (disminuye la demanda).

Cabe señalar, que estamos hablando de cambios en las expectativas de precios relativos futuros y no de precios absolutos futuros. Si todos los precios se están incrementando en un 10% al año, y se espera que dicha situación se mantenga en el futuro, esta tasa anticipada de inflación no tiene efecto alguno en la posición de la curva de demanda de un bien en particular (dado que el precio se mide en términos relativos en el eje vertical). Considérese, por ejemplo, lo que le sucedería a la curva de demanda de automóviles, si se sabe que su precio se va a incrementar en un 10% el próximo año. Al anticipar que todos los precios se van a incrementar en el mismo 10%, el precio de los vehículos nuevos, en relación al precio promedio de los restantes bienes, no será en absoluto diferente el próximo año, comparado con el precio de este año. De esta manera, la curva de demanda de automóviles nuevos existente este año, no se incrementará, debido al anticipado 10% de aumento en su precio.

Éste no sería el mismo caso, si un grupo de inversionistas, que anticipa acertadamente el cierre secreto de todas las minas de oro surafricanas por un período de diez años, previera, como consecuencia de dicho cierre, un incremento extraordinario del precio de mercado del oro. Ellos estarían entonces, contemplando un aumento del precio relativo de un bien. Presumiblemente, su curva de demanda de oro hoy día, se estaría desplazando hacia afuera y a la derecha, debido a su pronóstico anticipado de un precio relativo del oro más elevado.

e) Población: frecuentemente, un incremento del tamaño de la población en una economía, manteniendo el ingreso per cápita constante, hace desplazar hacia afuera la curva de demanda para la mayoría de los productos. Este hecho se debe a que un incremento de la población, conduce a un aumento del número de compradores existentes en el mercado. De otro modo, una reducción de la población, desplazará hacia adentro las curvas de demanda, debido a la reducción del número de compradores presentes en el mercado. Por ejemplo, en la prensa se escucha a menudo lo importante de los tratados de libre comercio con los países asiáticos, lo cual obedece a la simple razón de que el número de consumidores aumenta al momento de firmarse los tratados. Si lo vemos en términos internos de un país, el

[8] Extracto obtenido de Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw-Hill, 2001, pág. 31

descenso en la tasa de natalidad produce que la demanda de artículos para bebés disminuya, debido a que el tamaño del mercado se hace más pequeño.

1.3.2 Resumen de Demanda

Se entenderá como “demanda”, la cantidad que se consume o desea consumir de un bien a un determinado precio. La “demanda” se puede resumir o expresar a través de una tabla de demanda, la que muestra distintas combinaciones numéricas de precios y cantidades demandadas; las que a su vez, pueden ser dibujadas en un grafico de doble entrada, ubicando en el eje horizontal las cantidades demandadas y en el eje vertical los precios. La unión de los puntos formados por las combinaciones de precio y cantidad, se denomina curva de demanda. La demanda depende del precio del bien y de otros determinantes distintos al precio del bien, tales como: ingreso, gustos y preferencias, precio de bienes relacionados, expectativas futuras, población.

Un cambio de la cantidad demandada, ocurre sólo si se ha presentado una variación en el precio; manteniendo todo lo demás constante (ceteris paribus), y se representa como un movimiento a lo largo de una curva de demanda dada. Un cambio en la demanda se producirá cuando ocurra un cambio en alguno de los otros determinantes de la demanda, distintos al precio del bien, lo que se representa gráficamente como un desplazamiento de la curva de demanda (ver Figura Nº 3).

Como se ha mencionado, para responder a los asuntos económicos, los economistas utilizan modelos que simplifican la realidad, suponiendo en sus experimentos, que solamente un tipo de cambio opera en determinado momento del tiempo. A este supuesto se le denomina ceteris paribus; que significa “todo lo demás constante”.

Hasta el momento se había expresado matemáticamente la demanda utilizando la expresión: $Q_D = Z + aP$, en donde Z representaba los “otros factores determinantes de la demanda, distintos al precio” y P el precio del bien en estudio. Sin embargo estamos en condiciones de expresarla en forma más genérica, por lo cuál escribiremos la siguiente función matemática, que expresa la demanda de mercado para un bien determinado:

$$\underbrace{Q_X}_{Q_D} = f(\underbrace{P_X}_{P}, \underbrace{P_Y, I, G, E}_{Z}) \qquad (2)$$

Donde Q_X representa la cantidad demandada del bien X (bien en estudio), la que se encuentra en función (depende) del precio del bien en estudio P_X, del precio P_Y de otro bien que tenga algún impacto en la demanda de X, del ingreso monetario de los consumidores (I), de los gustos y preferencias de los consumidores (G), y de las expectativas de los mismos, en relación al futuro (E).

Cabe destacar que, por un lado, cada individuo posee una función de demanda por X, y por otro lado, que cualquier otra variable que se relacione con la demanda de X, puede incluirse en esta ecuación; sin embargo, para efectos de simplicidad nos concentraremos solamente en las variables que tienen el mayor impacto en la demanda de X. Antes mencionamos el supuesto ceteris paribus, para indicar que todo lo demás permanece constante cuando se realiza el estudio del problema económico, lo que se puede expresar de la siguiente manera:

$$Q_X = f(P_X, \overline{P_Y}, \overline{I}, \overline{G}, \overline{E}) \qquad (2.a)$$

La función 2.a se lee: La demanda de X está en función del precio de X, permaneciendo constante los demás factores. Si lo que se desea es mover alguna variable distinta de P_X, entonces se coloca la línea horizontal sobre P_X, indicando que ésta permanecerá constante para efectos del estudio, y a su vez se elimina la línea horizontal que representa "constante" de la variable que se moverá. Recuerde que al dibujar la curva de demanda, en los ejes del gráfico se ubica la cantidad (Q_X) y el precio (P_X), lo que implica que implícitamente se está asumiendo que los demás factores permanecen constantes.

Realice ejercicios N° 4 al 6

CLASE 03

1.4 Oferta: Un Repaso

Si la demanda refleja el comportamiento de los consumidores, la oferta refleja el comportamiento de los productores. Utilizando un juego de palabras sencillo, diremos que la oferta es lo que se "ofrece" al mercado, lo que implícitamente lleva a una idea de "producción de algo". Formalmente, diremos que la Oferta es "la cantidad total de bienes y servicios que las empresas de un país (o lugar determinado) están dispuestas a producir y vender en un determinado período"[9], a un precio dado. Esta definición nos aclara que la oferta está supeditada a los costos de producción, es decir, reflejará la cantidad que está dispuesto a producir el oferente, a un determinado precio.

Supongamos que usted es un oferente[10] de mano de obra, y trabaja en forma dependiente, y es soltero(a) sin compromisos. Se le pide que trabaje 3 horas extras (y usted puede decidir si lo hace o no) por un período de 5 días seguidos. Si el valor de la hora extra es de $2.500, ¿Trabajaría las horas extras por ese período? Su respuesta debiera estar

[9] Samuelson, P. y Nordhaus, W., Economía, Decimoséptima edición. España, McGraw-Hill, 2002, pág. 367.

[10] En estricto rigor, todos somos demandantes y oferentes: "consumimos" bienes como transporte, alimentación, electrodomésticos, etc.; sin embargo, para adquirir todos esos bienes necesitamos contar con recursos económicos, los que obtenemos trabajando, ya sea en forma dependiente o independiente, lo que implica que "ofrecemos" nuestro tiempo a actividades que nos reporten esos recursos, es decir, somos oferentes de mano de obra.

relacionada con el "costo" que usted le asigna a su tiempo libre, si valoriza su tiempo libre por hora, en más de $2.500 (supongamos en $3.000), entonces no debiera aceptar, ya que el beneficio es negativo, entre lo que haría (hora extra) y lo que deja de hacer (disfrutar el tiempo libre), sin embargo, si le ofrecieran por cada hora extra $3.500, lo más probable es que usted sí este dispuesto a trabajar el período solicitado y hasta un par de días más.

El ejemplo anterior nos muestra implícitamente varios conceptos. Se indica que el precio de mercado establece la cantidad ofrecida, en este caso por el precio de $2.500 la cantidad ofrecida es de cero horas, sin embargo, por $3.500 se está dispuesto a trabajar 21 horas (7 días por tres horas diarias). Además, se establece el concepto de costo del recurso utilizado; en este caso, el tiempo que se utilizaría en el trabajo extra, el que se valoriza en $3.000 la hora. Finalmente, se deduce el concepto de "costo de oportunidad"[11], el que determina la decisión de producir o no, en el ejemplo el costo de oportunidad es dejar de disfrutar el tiempo libre, el que se valora más que el precio de la hora extra.

Al igual que en la Demanda, existe una La ley de la oferta, la que reconoce que existe una relación directa o positiva entre la cantidad ofrecida de un bien y su precio ceteris paribus, es decir, permaneciendo otros factores constantes. Esta relación directa nos indica que cuando el precio del bien aumenta, la cantidad ofrecida del mismo igualmente se incrementa (es más rentable producirlo); y viceversa, cuando el precio del bien cae, la cantidad ofrecida del mismo también disminuye (es mayor el costo de oportunidad que el costo de producir, es decir, es menos rentable).

Para facilitar la comprensión de la ley de la oferta, consideremos la siguiente tabla de oferta. Una tabla de oferta de mercado es un conjunto de tasas de producción, que los productores están dispuestos a suministrar al mercado, dependiendo del precio existente para el producto o servicio. En la Tabla Nº 3, se muestra la tabla de oferta del mercado de automóviles, ofrecidos anualmente.

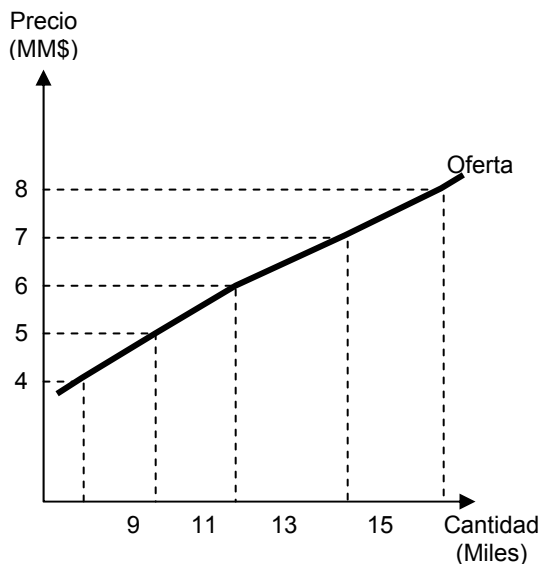
Tabla Nº 3: Tabla de Oferta de Automóviles

	Precio (Millones de pesos)	Cantidad (Miles de automóviles)
A	8	16,8
B	7	14,4
C	6	12,0
D	5	9,6
E	4	7,2

[11] Las decisiones tienen costos de oportunidad, porque elegir una cosa en un mundo de escasez, significa renunciar a otra. El costo de oportunidad es el valor del bien o del servicio más valioso al que se renuncia. (Samuelson, P. y Nordhaus, W., Economía, Decimoséptima edición. España, McGraw - Hill, 2002, pág. 117).

En esta tabla se puede observar que a medida que aumenta el precio, aumenta la cantidad de automóviles ofrecida al mercado. Traslademos los datos de la tabla 3 a un grafico (ver Figura Nº 6), en donde la unión de las distintas combinaciones forma la curva de oferta.

Figura Nº 6: Curva de Oferta de Automóviles



A un precio de 4 millones los fabricantes de automóviles están dispuestos a ofrecer al mercado un total de 7,2 mil unidades anuales. Si el precio subiera a 5 millones por cada automóvil, los fabricantes estarán incentivados a ofrecer 9,6 mil unidades al año.

El comportamiento de la oferta se centra en los costos marginales, ya que será atractivo para el fabricante, desde una perspectiva racional, ofrecer una unidad adicional cuando el precio de mercado de esa unidad es superior al costo marginal de producirlo.

La Figura Nº 6 muestra que la curva de oferta tiene pendiente positiva, lo que racionalmente se explica porque es atractivo para los oferentes producir cuando pueden ampliar sus beneficios, es decir, siempre que el precio de mercado compense producir, los oferentes estarán dispuestos a ofrecer la máxima cantidad posible.

Al igual que sucede con las curvas de demanda, las variaciones en el precio del bien en estudio generan movimientos sobre la curva de oferta, y variaciones sobre factores determinantes de la oferta, distintos al precio del bien, provocan desplazamientos paralelos de la oferta. Supongamos que la función de oferta tiene la siguiente forma:

$$
\begin{aligned}
Q_s = H + bP; \quad donde\ Q_s &: Cantidad\ Ofertada \\
H &: Otros\ \ factores\ determinantes\ de\ la\ oferta \\
b &: Pendiente\ de\ la\ curva\ de\ oferta\ (a \geq 0) \\
P &: Precio
\end{aligned}
\qquad \textbf{(3)}
$$

Considerando esta forma de la función, asignémosle valores a las variables, exceptuando Q_S y P. La función quedaría así:

$$Q_S = -2,4 + 2,4P \qquad \textbf{(3.a)}$$

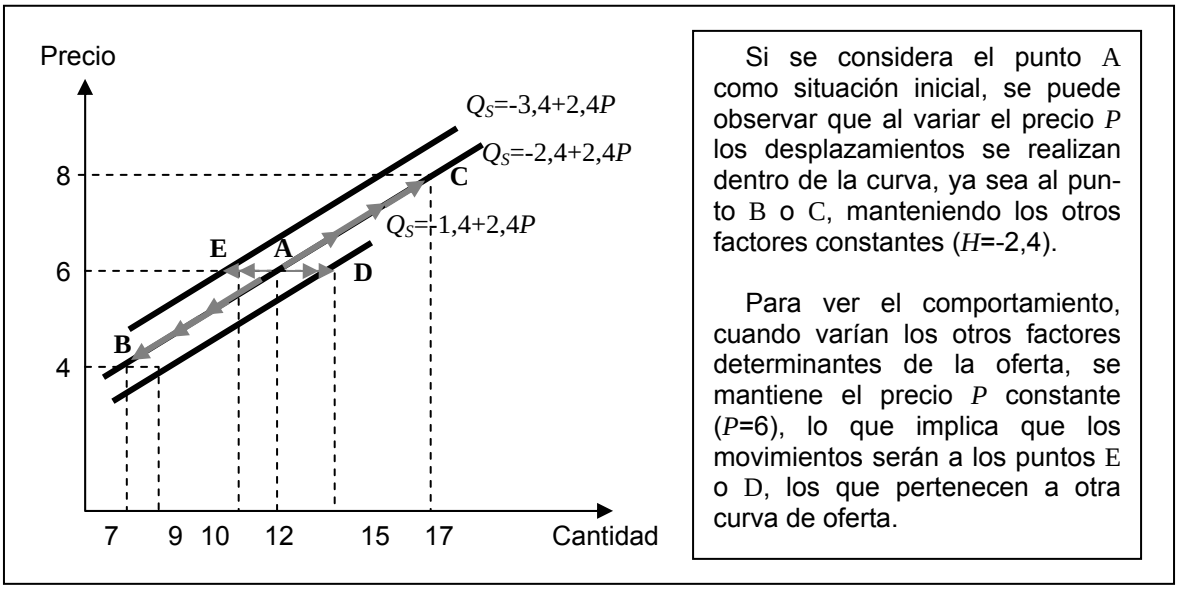
Si utilizamos la función 3.a para determinar la curva de oferta, tendremos que a un precio P=5, la cantidad ofertada es Q_S = 9,6. Si el precio es P=7, entonces la cantidad ofertada es Q_S = 14,4. Podríamos tomar infinitos precios y obtendríamos todas las combinaciones que forman la curva de oferta, siempre que el valor de la variable "otros factores determinantes de la oferta" se mantenga en H = -2,4. Si este valor varía, las combinaciones precio-cantidad variarán de tal manera, que se podrá observar una nueva curva de oferta paralela a la inicial. Para apreciar esto gráficamente, consideremos la Tabla Nº 4, en donde se muestra las combinaciones precio cantidad, para distintos valores de la variable "otros factores determinantes de la oferta" (H).

Tabla Nº 4: Determinación de Oferta para Distintos Valores de H.

PRECIO (MM$)	CANTIDADES OFERTADAS (Miles)		
	H_0= -2,4	H_1= -1,4	H_2= -3,4
4	7,2	8,2	6,2
5	9,6	10,6	8,6
6	12,0	13,0	11,0
7	14,4	15,4	13,4
8	16,8	17,8	15,8

Como se puede observar en la tabla 4, al tomar H un valor menor a -2,4 (H < -2,4), la curva se desplaza a la izquierda (punto E de la figura 7) de la curva original (Q_S=-2,4+2,4P), lo que se interpreta como un aumento en el costo de producción, producto de una variación de los "otros factores determinantes de la oferta". Cuando H toma un valor mayor a -2,4 (H > -2,4), la curva se desplaza a la derecha (punto D de la Figura Nº 7) de la curva original, lo que se interpreta como una disminución en el costo de producción, producto de una variación de los "otros factores determinantes de la oferta". La Figura Nº 7 muestra el comportamiento descrito en la Tabla Nº 4.

Figura Nº 7: Comportamiento de la Oferta ante Variaciones de sus Determinantes.



A partir de lo observado en la Figura Nº 7, se puede concluir, que en forma análoga a la demanda:

- Una variación en el precio, causará un movimiento a lo largo de una determinada curva de oferta, lo que se denominará como cambio de la cantidad ofertada.
- Un cambio en variables distintas al precio, ocasionará un desplazamiento de la curva de oferta, lo que se conocerá como cambio de la oferta.

1.4.1. Determinantes de la Oferta, Distintos al Precio del Bien

Los determinantes de la oferta en detalle, se clasifican en:

a) Los precios de los productos utilizados en la producción del bien
b) Tecnología
c) Impuestos y subsidios
d) Expectativas de precios

a) Los precios de los productos utilizados en la producción del bien. Si uno o más de los recursos utilizados en la producción del bien, también denominados factores o insumos, experimenta un descenso en su precio, la curva de oferta se desplazará hacia afuera y a la derecha, implicando que se ofrecerá una mayor cantidad a cada nivel de precios. Lo opuesto

sucederá en el caso en que uno o más de los insumos suban de precio; en este caso, la curva de oferta se desplazará hacia la izquierda.

b) Tecnología. La curva de oferta está dibujada bajo el supuesto de la existencia de un estado de condiciones tecnológicas dadas. Con el paso del tiempo, sin embargo, la gama de técnicas de producción puede variar. Si dicho cambio implica una tecnología menos costosa en el corto plazo, la curva de oferta se desplazará hacia la derecha, indicando que a medida que se coloca a la disposición de los productores una técnica de producción más eficiente, la curva de oferta se desplazará hacia la derecha, mostrando con esto, que se desea colocar una mayor cantidad del bien en el mercado en cada nivel de precios.

c) Impuestos y subsidios. En el caso de ciertos impuestos, tal como el impuesto a las ventas, éstos se constituyen efectivamente en una adición a los costos de producción, debido a que deben pagarse durante el proceso de producción y mercadeo del bien. Dichos impuestos, por lo tanto, reducen la oferta (no la cantidad ofrecida). Un subsidio (un impuesto negativo) hará justamente lo contrario, desplazando la curva de oferta hacia la derecha.

d) Expectativas de precios. Las expectativas de precios relativos futuros de un producto, pueden afectar de la misma manera que lo hicieron en el caso de los consumidores, el deseo de los productores de ofrecer un bien en el mercado. A manera de ejemplo, considérese el caso en el que los dueños de ciertas fuentes de gas natural dejan de explotarlas como anticipación al hecho de que el gobierno incrementará en un futuro próximo el precio, hasta ahora controlado, del gas natural. Los agricultores pueden retener parte de su actual cosecha de trigo, no enviándola al mercado, anticipando así un incremento futuro del precio del trigo. En cualquiera de los dos casos antes mencionados, la cantidad actual ofrecida disminuirá, a cada nivel de precios.

Debe mencionarse aquí, que nos estamos refiriendo a la totalidad de la cadena de productores e intermediarios, que termina con la venta del bien al consumidor final. Los agricultores mismos, pueden vender su trigo inmediatamente después de la cosecha. Sin embargo, si los comercializadores del grano esperan un precio futuro más elevado, podrían proceder a comprar y almacenar parte de dicha cosecha.

1.5 Interacción Oferta – Demanda

Recordemos que el modelo económico marshalliano indica que la determinación del precio de un bien se realiza a través de la interacción Oferta-Demanda. Para graficar esto, se unirán los datos expresados en las tablas 2 y 3, los que se resumen en la Tabla Nº 5.

Tabla Nº 5: Cantidad Demandada y Ofertada a Distintos Niveles de Precios

PRECIO (MM$)	CANTIDADES (Miles)	
	Demandadas	Ofertadas
4	15,0	7,2
5	13,5	9,6
6	12,0	12,0
7	10,5	14,4
8	9,0	16,8

Obsérvese que cuando el precio es de 6 millones, la cantidad ofertada es igual a la cantidad demandada (12.000 unidades). Por sobre el precio de 6 millones (P>6), la cantidad ofertada es mayor que la cantidad demandada, lo que se denomina excedente de mercado o excedente relativo. Por debajo del precio de 6 millones (P<6), la cantidad ofertada es menor que la cantidad demandada, lo que se denomina escasez de mercado o escasez relativa.

Veamos como se puede obtener la situación de equilibrio, desde un punto de vista matemático. Se sabe, que las cantidades demandadas de la tabla 5 se obtienen al reemplazar los precios en la función 1.a; mientras que las cantidades ofertadas se obtienen al reemplazar los precios en la función 3.a. A continuación se presentan estas funciones:

Cantidad demandada= Q_D = 21-1,5P, y Cantidad ofertada = Q_S = -2,4+2,4P

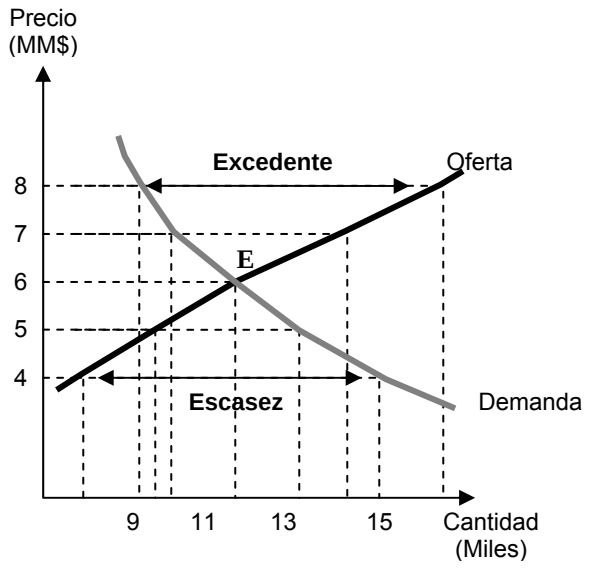
En ambas funciones la única variable es el precio (P), lo que implícitamente significa que los otros determinantes, tanto de la demanda como de la oferta, se mantienen constantes. La situación de equilibrio implica que la cantidad demandada es igual a la cantidad ofertada, lo que matemáticamente se expresa como Q_D=Q_S. Mediante esta igualdad se obtendrá el precio de equilibrio (P_E).

$$
\begin{aligned}
Q_D &= Q_S \\
21 - 1{,}5P &= -2{,}4 + 2{,}4P \\
21 + 2{,}4 &= 2{,}4P + 1{,}5P \\
23{,}4 &= 3{,}9P \\
P &= 6
\end{aligned}
$$

Al despejar el precio de equilibrio se obtiene que P_E=6. Ahora falta determinar la cantidad de equilibrio (Q_E), para lo cual se reemplaza el precio de equilibrio en cualquiera de las dos funciones (demanda u oferta), ya que si es una situación de equilibrio, la cantidad debiera ser igual en ambas funciones. La cantidad de equilibrio obtenida es Q_E=12.

El precio de equilibrio (punto E en la Figura Nº 8), es el precio en el cual no existe tendencia al cambio, una vez que se ha llegado a él. La Figura Nº 8 grafica los datos de la Tabla Nº 5.

Figura Nº 8: Equilibrio en el Mercado de Automóviles



La intersección entre la curva de demanda y la curva de oferta determina el precio de mercado.

La intersección para el merca-do de automóviles se realiza en un precio de 6 millones y una cantidad transada de 12 mil unida-des. A este precio y cantidad, se les denomina precio de equilibrio y cantidad de equilibrio respectivamente.

Cualquier variación en la oferta o demanda, llevará a un nuevo equilibrio.

En la Figura Nº 8 podemos observar un precio de equilibrio P_E=6. ¿Qué sucedería si el precio fuera P=7, el cual es superior al precio de equilibrio? A ese precio, la cantidad ofrecida excederá la cantidad demanda. El precio P=7 constituiría un exceso de la oferta, o en otras palabras, una "abundancia" relativa, sin embargo, dadas la demanda y Oferta, existirán fuerzas en el mercado que harán que el precio baje hacia P=6. Los oferentes intentarán reducir sus inventarios, disminuyendo sus precios, y por lo tanto, disminuirán las cantidades ofrecidas. Cuando el precio disminuye, los demandantes querrán comprar más, incrementando por lo tanto, la cantidad demandada. El precio, a no ser que se le impida caer, eventualmente alcanzará equilibrio de nuevo en el punto de equilibrio inicial (P_E=6).

¿Qué sucedería, si por alguna razón; el precio llegara a ser P=5?. A este precio, que está por debajo del precio de equilibrio, la cantidad demandada es mayor que la cantidad ofrecida. Existe entonces, un exceso de la cantidad demandada, hecho que también se conoce como escasez relativa. Las fuerzas del mercado harán que el precio aumente. Los demandantes competirán unos con otros por las escasas cantidades disponibles, haciendo que el precio suba, en tanto que los oferentes procederán a incrementar el precio del bien.

El punto a tener en cuenta en este análisis, es que cualquier situación de desequilibrio, automáticamente pone en acción fuerzas correctivas, que causarán un movimiento hacia el equilibrio. El precio y la cantidad de equilibrio se mantendrán en la medida en que la demanda y la oferta no cambien.

Cuando nos referimos a una situación de equilibrio estable o equilibrio estático, se quiere decir, que si se presenta un movimiento hacia cantidades y precios de desequilibrio,

se generarán en ese momento fuerzas que harán que el precio y la cantidad regresen de vuelta al nivel o a la tasa de equilibrio inicial.

Un equilibrio inestable o dinámico, es aquel en el cual, en el caso en que se presente una situación que nos aparte del equilibrio, se generarán fuerzas que apartarán aun más el precio y/o a la cantidad de la situación de equilibrio inicial (o, por lo menos, no hacen que el precio y la cantidad tiendan nuevamente hacia el nivel o la tasa de equilibrio). La diferencia entre equilibrio estable e inestable puede ilustrarse observando dos pelotas, una hecha de caucho duro y la otra hecha de caucho blando. Si se comprime la pelota de caucho duro, vuelve a su forma inicial. Sin embargo, si se hace lo mismo con la otra pelota, esto no sucede. El primero de los casos ilustra una situación de equilibrio estable; la segunda nos proporciona un ejemplo típico de equilibrio inestable.

Realice ejercicios N° 7 al 10

CLASE 04

2. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL CONSUMIDOR

En el apartado anterior revisamos resumidamente algunos aspectos básicos de la Demanda, Oferta y Equilibrio de Mercado. Ahora nos centraremos en el estudio de la demanda, considerando los aspectos determinantes de la toma de decisiones por parte del consumidor, los factores que provocan cambios en ellas y la manera cómo de las decisiones de los consumidores, se deriva la demanda por diversos bienes.

La demanda de mercado de un bien es simplemente la suma de las demandas individuales de los consumidores en un mercado determinado, para un producto en particular en particular, por lo cuál comenzaremos examinando la conducta individual.

Toda persona desempeña al menos tres funciones que tienen interés para los economistas[12]:

a) El individuo es un consumidor.
b) El individuo presta servicios productivos.
c) El individuo participa en el proceso político.

El individuo es un consumidor, ya que demanda una variedad de bienes y servicios que le reportan bienestar, siendo posible (la línea divisoria es difícil de trazar en la práctica,

[12] Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw - Hill, 1997, pág. 49.

sobre todo en las economías desarrolladas y ricas) que la demanda de los bienes necesarios para vivir, prime sobre la de bienes de lujo. En la práctica los economistas consideran que todos los bienes reportan alguna satisfacción a los consumidores y, como se ha mencionado antes, estudian la forma en que son elegidos.

Sin embargo, el individuo para obtener o consumir los bienes que le reportan bienestar, debe poseer capacidad de adquisición de ellos, lo que nos lleva a la segunda función: el individuo presta servicios productivos, lo que hace a través del suministro del recurso trabajo. Una vez que el individuo recibe la compensación por la prestación del servicio productivo, debe decidir entre consumir o ahorrar, es decir, abstenerse o no de consumir en el presente. Si el individuo decide ahorrar, estará suministrando capital como recurso productivo al sistema económico. También puede decidir invertir en su propia educación o salud. En este sentido, invierte en capital «humano».

Finalmente, se dice que el individuo participa en el proceso político, ya que votando y realizando otras actividades, expresa sus preferencias sobre la provisión pública de bienes y servicios (por ejemplo, defensa nacional, protección policial y recogida de basuras). También manifiesta su disposición a pagar estos servicios por medio de los impuestos.

Cabe destacar, que cualquier decisión tomada por una persona como consumidor, por ejemplo, comprar un automóvil nuevo, afecta indudablemente a sus decisiones como proveedor de recursos (el individuo puede ahorrar menos o trabajar más) y como votante (puede ser partidario de gastar en nuevas autopistas para circular con el automóvil nuevo). La microeconomía moderna reconoce explícitamente este conjunto de funciones, y ha desarrollado instrumentos para ayudar a comprender estas interrelaciones. Sin embargo, antes de iniciar este análisis, debemos referirnos en general a las preferencias individuales y al concepto de utilidad.

Realice ejercicio N° 11

2.1 Concepto de Utilidad[13]

¿Cuándo usted debe realizar un trámite, prefiere movilizarse en microbús, en colectivo o en taxi? ¿Cuándo sale a divertirse a un local nocturno o Pub, pide cerveza o un trago? ¿Cuándo decidió estudiar, porque escogió esta carrera y no otra? La repuesta a estas

[13] Este apartado fue adaptado de Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw - Hill, 2001, pág. 58-63.

preguntas, se encuentra en el hecho de que la gente tiene preferencias por ciertos bienes, sobre otros.

Las elecciones que usted realiza, respecto a comprar una mayor o una menor cantidad de un bien, o para definitivamente, no comprar ciertos bienes; es por un lado el resultado de sus propias preferencias; y por otro lado, constituye una respuesta a los precios relativos (costos alternativos) de los diversos bienes disponibles para la compra. Los economistas, para referirse a las preferencias de un individuo o a la satisfacción que éste recibe del consumo de unidades particulares de un bien específico, utilizan el término utilidad

Suponga que sale a comer con dos amigos(as), ¿Usted podría indicar la cantidad exacta de utilidad que tuvo dicha comida para sus amigos(as)?, lo más probable es que no, ya que la utilidad es un concepto subjetivo, y no existe ninguna forma por la cual usted pueda medir la cantidad de utilidad que otra persona pueda estar en capacidad de obtener de un determinado bien, puesto qué "tener utilidad", no es sinónimo de "utilitario" o de "práctico", sino que se refiere únicamente a lo que cierto consumidor desea.

Lo anterior, nos lleva a decir que la utilidad se encuentra en la percepción misma del consumidor, reflejando lo que una persona desea, no lo que alguien piensa que esa persona debería desear. Sin embargo, los economistas pueden analizar la elección del consumidor en términos de utilidad, de la misma manera que un físico ha analizado algunos de sus problemas en términos de fuerza. Ningún físico ha visto jamás una unidad de fuerza. Pues bien, tampoco ningún economista ha visto jamás una unidad de utilidad. Sin embargo, en ambos casos, este tipo de abstracciones han mostrado ser útiles para explicar ciertos aspectos de los problemas a los cuales se enfrentan los físicos o los economistas en sus análisis.

La teoría de la utilidad fue desarrollada inicialmente en términos de una medida específica, usándose el término "útil", como la unidad de medida de la satisfacción o de la utilidad. Sin embargo, el tratar de establecer la magnitud numérica de la utilidad (medición cardinal), presenta el problema de la cuantificación de las diferencias entre utilidades; por lo que los economistas se han contentado con una medición ordinal, es decir, con establecer un orden, de manera que se pueda establecer que la utilidad de un bien es mayor que la de otro, a través de las preferencias develadas: si un consumidor prefiere el bien X al bien Y, entonces la utilidad del bien X debe ser mayor que la del bien Y.

En consecuencia, definiremos utilidad como una variable cuya magnitud relativa indica el orden de preferencia. Por consiguiente, cuando se haga referencia a un "modelo de maximización de la utilidad", simplemente queremos decir que los individuos realizan elecciones consistentes y que escogen las alternativas que ellos consideran les proporcionarán la máxima utilidad o satisfacción (recuerde el supuesto de optimización racional).

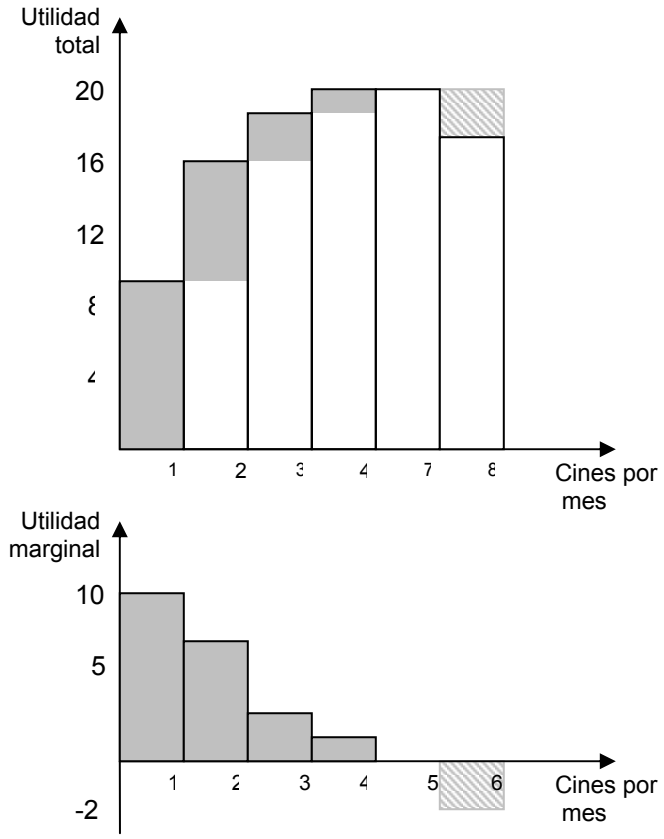
Examinemos ahora, la relación que existe entre la cantidad consumida de un bien y la utilidad (o satisfacción). Para ello emplearemos, para efecto de ejemplificación, una medición cardinal obtenida de dicho consumo. Obsérvese la Tabla Nº 6, en la cual se relaciona la utilidad cardinal total, con diversas tasas particulares de consumo de películas de cine por mes.

Tabla Nº 6: Utilidad Total y Marginal, Medidas en Términos Cardinales

Cantidad consumida (cines por mes)	Utilidad total (útiles por mes)	Utilidad marginal (útiles por mes)
0	0	---
1	10	10
2	16	6
3	19	3
4	20	1
5	20	0
6	18	-2

La medida de la utilidad total se representa en útiles, puesto que estamos pensando en términos de utilidad cardinal. La utilidad total para cada tasa de consumo se representa gráficamente en la Figura Nº 9.

Figura Nº 9: Utilidad Total y Utilidad Marginal en Unidades Discretas



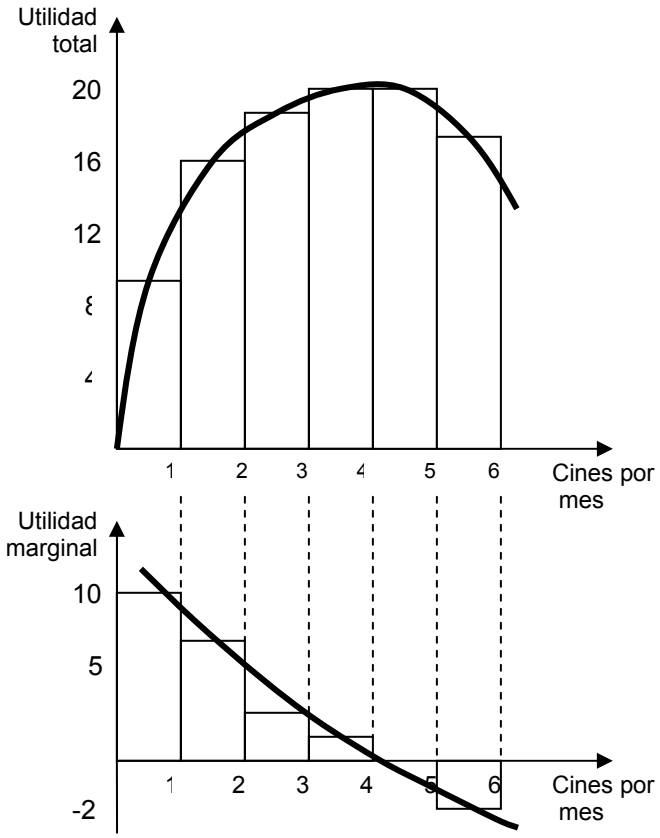
El gráfico de barras superior, muestra la utilidad total de un individuo para cada tasa o nivel de consumo de funciones de cine por mes. La porción sombreada de cada rectángulo indica la cantidad en que varía la utilidad total, a medida que aumenta el consumo de funciones de cine por mes. Esta variación es lo que se denomina utilidad marginal.

Al trasladar las áreas sombreadas al gráfico de barras inferior, se puede observar como la utilidad marginal disminuye a medida que aumenta la cantidad de funciones de cine por mes.

Obsérvese, que la utilidad total aumenta a medida que la tasa de consumo se incrementa, hasta el punto en el cual se asiste a 4 funciones de cine al mes. La utilidad total es de 20 útiles para las cuatro funciones, permaneciendo al mismo nivel para la quinta función y disminuyendo luego, a 18 útiles para la sexta.

Si se observa cuidadosamente los dos gráficos de la Figura Nº 9, puede verse muy claramente la noción de utilidad marginal. En la teoría económica, el concepto de “marginal” siempre se refiere a la tasa a la cual el “total” está cambiando. En este caso, el concepto de total, al que hacemos referencia, es la utilidad. De esta manera, la utilidad marginal es el cambio que se experimenta en la utilidad total, por cada función de cine adicional consumida. La utilidad marginal se representa por las porciones sombreadas de los rectángulos en el gráfico de barras superior de la Figura Nº 9, las cuales pueden ser trasladadas hacia el gráfico de barras inferior, para construir una representación gráfica de la utilidad marginal, de manera que se puede observar que la utilidad marginal de la primera función, es superior a la utilidad marginal de la segunda función y así sucesivamente, hasta llegar a la sexta función, que significa una utilidad marginal negativa.

Figura Nº 10: Utilidad Total y Marginal



El gráfico superior muestra la forma de la curva de utilidad total de un individuo, para cada tasa o nivel de consumo de funciones al cine por mes. Se observa que la utilidad total crece hasta un punto en que se produce una saturación, a partir de donde se generan des-utilidades, y el individuo debiera ser compensado por el consumo de una función adicional de cine.

El grafico inferior muestra la forma de la curva de utilidad marginal, la que posee pendiente negativa, reflejando la disminución de la utilidad adicional de cada función adicional de cine.

Si conectamos las porciones superiores de los rectángulos que representan la utilidad total, en la Figura Nº 9 mediante una línea continua, obtendremos la curva de utilidad total, asociada con el consumo de funciones de cine, durante un período de un mes. Cuando conectamos las porciones superiores de los rectángulos que representan la utilidad marginal en la Figura Nº 9, mediante una línea continua, obtenemos una curva continua de utilidad marginal, la cual presenta pendiente decreciente, cortando al eje horizontal de la tasa de consumo de cuatro funciones de cine por mes[14]. Cuando la utilidad marginal es menor a cero, simplemente se está queriendo decir que el consumidor obtiene des-utilidad; el consumidor está hastiado de asistir al cine y necesitaría alguna compensación para acudir por sexta vez. Ambas curvas se muestran en la Figura Nº 10.

La mayoría de nosotros piensa que “sabemos”, de una manera intuitiva, que la primera unidad consumida nos brinda una satisfacción marginal mayor a la qué nos ha proporcionado la décima unidad. Alternativamente, podemos considerar que la mayoría de los bienes tienen muchos usos, por consiguiente parecería que la utilidad marginal disminuye a medida que se

[14] Obsérvese que debido a que estamos trabajando con cambios discretos, nuestras curvas de la Figura 10 son demasiado continuas como para ser completamente exactas. En la realidad, las curvas presentan “segmentos” en ellas, como se muestra en la Figura 9.

adquiere una mayor cantidad de un bien, puesto que a las unidades adicionales se les asignan usos de importancia cada vez menor. Sin embargo, estas observaciones casuales no constituyen en ningún momento una "prueba" de la ley de la utilidad marginal decreciente.

En vista de que la ley de la utilidad marginal decreciente no se deriva de ningún postulado relacionado con la toma de decisiones, que de una manera racional, realizan los consumidores, no existe forma de comprobarla. Sin embargo, a primera vista; la proposición parece bastante lógica. Tanto economistas como expertos en la materia, han creído durante muchos años en la existencia de la utilidad marginal decreciente, razón por la cual, aún en nuestros días, se le considera frecuentemente como una "ley".

CLASE 05

2.2 Racionalidad de las Preferencias

Para poder realizar el análisis de las preferencias, se hace necesario establecer algunos supuestos básicos, respecto al comportamiento racional del consumidor:

a) El supuesto de integración o completitud.
b) El supuesto de consistencia o transitividad.
c) El supuesto de insaciabilidad.
d) El supuesto de continuidad.

a) Integración o Completitud: si le dan a elegir entre un viaje a Cancún por una semana con los gastos pagados, o una casa amoblada en el lugar de Chile que usted desee, ¿Qué elige? Decisiones como esta, enfrentan los consumidores individuales, cuando deben elegir entre ciertas combinaciones de bienes, y la respuesta muestra la preferencia que posee el individuo, pudiendo inclinarse por una u otra, o simplemente ser indiferente.

Puesto que el consumidor comprende totalmente, y siempre puede decidir la conveniencia de dos opciones, ya que conoce el valor de la utilidad de todas las posibles opciones, decimos que existe una integridad en las preferencias. El supuesto excluye la posibilidad de que una persona declare que prefiere A a B y B a A.

Supuesto de completitud. Si A y B son dos situaciones cual quiera, el individuo siempre puede especificar exactamente una de las tres posibilidades siguientes:

1. Prefiere A a B.
2. Prefiere B a A.
3. A y B son igual de atractivas.

b) Transitividad: si un consumidor manifiesta en primera instancia que prefiere movilizarse en automóvil, antes que hacerlo en motocicleta; y luego dice que prefiere la motocicleta antes que movilizarse en bicicleta, entonces para ser consistente, deberá preferir movilizarse en automóvil, a tener que hacerlo en bicicleta. Este supuesto establece que las elecciones del individuo son internamente coherentes y puede estudiarse empíricamente. En general, los estudios empíricos llegan a la conclusión de que las elecciones de una persona, son de hecho transitivas, pero esa conclusión debe modificarse en los casos en los que el individuo puede no comprender totalmente las consecuencias de las decisiones que toma (como en casos de incertidumbre). Dado que casi siempre supondremos que las decisiones se toman estando plenamente informado, parece que la propiedad de la transitividad es un supuesto adecuado sobre las preferencias.

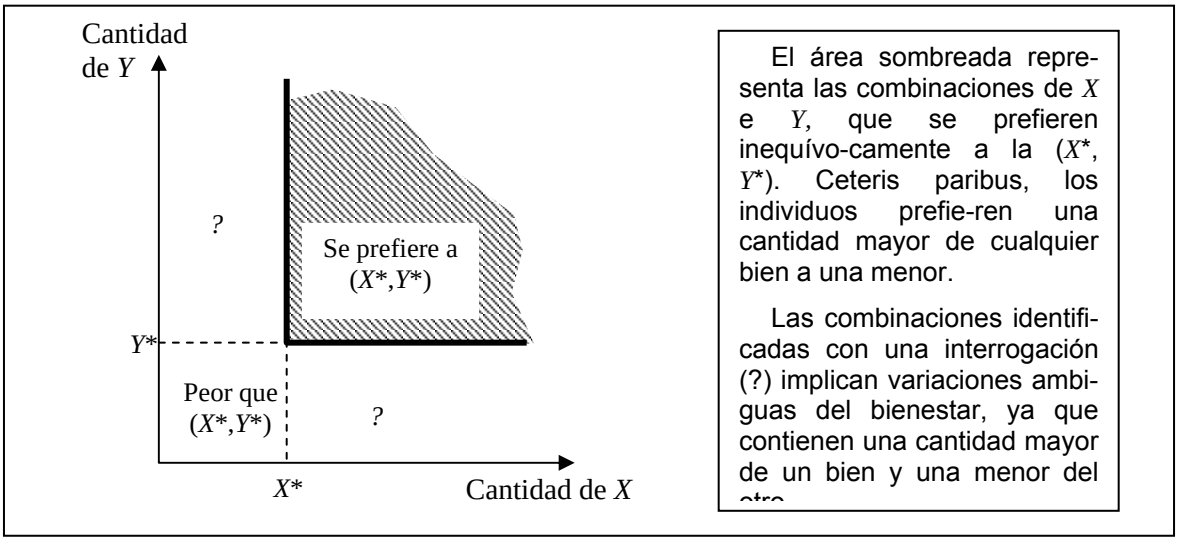
Supuesto de transitividad. Si una persona declara que "prefiere A a B" y que "prefiere B a C", también debe declarar que "prefiere A a C".

c) Insaciabilidad: más es preferible a menos. Ningún individuo jamás se siente satisfecho con todos los bienes deseados, a pesar de que pueda saturarse del consumo de ciertos bienes. A éste se le conoce algunas veces como el supuesto de "insaciabilidad".

Supuesto de insaciabilidad. Más es preferible a menos.

La Figura Nº 11, representa esta convención, en el caso de una función de utilidad de dos bienes.

Figura Nº 11: Representación Gráfica del Supuesto “Más es Preferible a Menos”



En la figura, todas las cestas de consumo del área sombreada se prefieren a la X*, Y*, porque cualquier cesta de esa área sombreada proporciona una cantidad mayor, al menos de uno de los bienes[15]. Así, en la ordenación de las cestas de bienes, las del área sombreada se encuentran en un puesto más alto que la X*, Y*. Así mismo, las cestas del área en la que pone “peores”, son claramente inferiores a X*, y*; ya que contienen una cantidad menor, al menos de uno de los bienes y ninguna cantidad mayor del otro. Las cestas de las dos áreas indicadas con una interrogación son difíciles de comparar con la X*, Y*, porque contienen una cantidad mayor de uno de los bienes y una menor del otro. Como veremos, los desplazamientos a estas áreas implican intercambios entre los dos bienes.

d) Continuidad: este supuesto bastante técnico, es necesario si queremos analizar las respuestas de los individuos a las variaciones relativamente pequeñas de la renta y de los precios. Su finalidad es excluir ciertos tipos de preferencias poco habituales, que plantean problemas a la teoría de la elección.

Supuesto de continuidad. Si una persona afirma que “prefiere A a B”, también debe preferir las situaciones debidamente “parecidas” a A.

Dados los supuestos enunciados anteriormente, es posible demostrar formalmente que los individuos son capaces de ordenar todas las situaciones posibles, de las menos a las

[15] Otra manera de decirlo es afirmar que ninguno de los dos bienes sacia a la persona; es decir, las cantidades adicionales de cada bien aumentan su utilidad.

más deseables[16], es decir, si una persona prefiere la situación A a la B, diríamos que la utilidad asignada a la opción A, indicada por U(A), es superior a la utilidad asignada a la B, U(B). La demostración geométrica basada en estos supuestos, se denomina análisis de las curvas de indiferencia.

Una curva de indiferencia se define como aquella que proporciona un nivel constante de satisfacción, o igualmente, como el lugar geométrico de los puntos que representan combinaciones de dos bienes (o canastas de bienes), entre las cuales el consumidor se muestra indiferente.

Para finalizar este apartado, reescribiremos la definición de Utilidad: Se supone que las preferencias de los individuos se representan por medio de una función de utilidad de la forma

$$\text{Utilidad} = U(X_1, X_2, \ldots, X_n; \text{otras cosas}) \qquad (4)$$

donde X_1, X_2,…, X_n son las cantidades de cada uno de los "n" bienes que podrían consumirse en un período, y la notación "otras cosas" se utiliza para recordar que se mantienen constantes en el análisis muchos aspectos del bienestar del individuo[17]. Para efectos de análisis futuro se expresará la función 4 de la siguiente manera, recordando siempre que se mantendrá constante la notación "otras cosas".

$$\text{Utilidad} = U(X_1, X_2, \ldots, X_n) \qquad (5)$$

2.3 Intercambios y Sustitución[18]

La mayor parte de las actividades económicas entrañan un intercambio voluntario entre individuos, por ejemplo, cuando una persona compra una barra de pan, renuncia voluntariamente a una cosa (dinero), a cambio de otra (pan), que es de mayor valor. Para examinar este tipo de transacción voluntaria, necesitamos desarrollar un instrumento formal que permita mostrar los intercambios en el contexto de la función de utilidad. Para iniciar el análisis, consideremos una situación hipotética en la que centramos la atención por parte de una persona, en el consumo de dos bienes específicos, hamburguesas (que denominamos bien Y) y bebidas refrescantes (que denominamos bien X).

[16] Estas propiedades y su relación con la representación de las preferencias por medio de una función de utilidad se analizan en Donald W. Katzner, Static Demand Theory, Nueva York, The Macmillan Company, 1970, cap. 1. (Citado por Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 50).

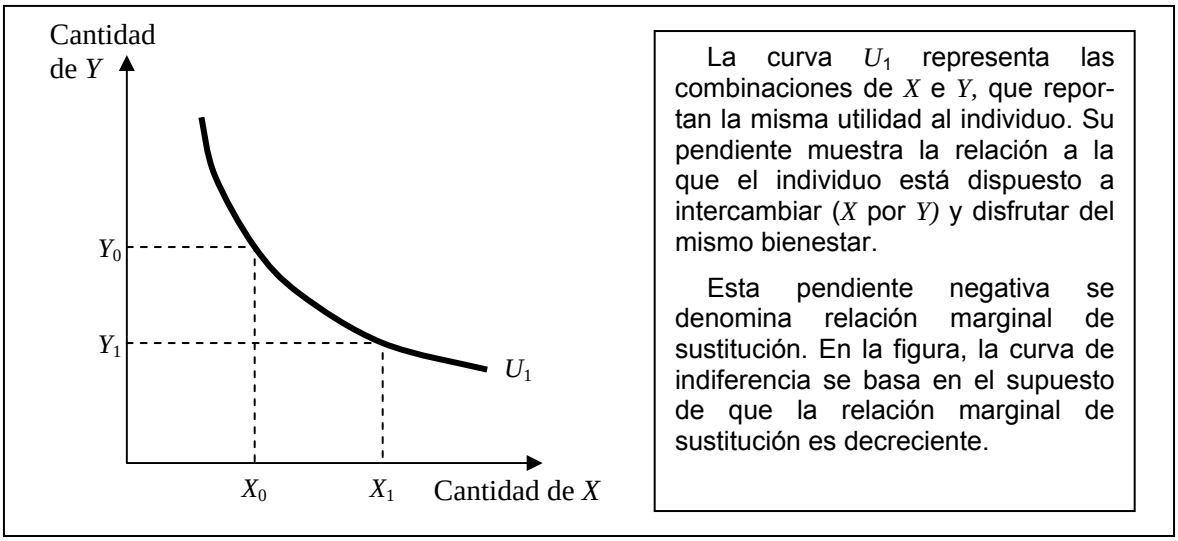
[17] No sólo se debe mantener constantes los "gustos"; sino que también se deben mantener constantes algunos aspectos cuantificables, como el consumo del individuo en el futuro, el número de horas trabajadas (lo cual equivale a mantener constante la renta) y la cantidad de renta ahorrada.

[18] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 53-54.

Supongamos una situación inicial, en la cual el individuo consume una determinada cantidad de cada uno de estos bienes, durante un determinado período de tiempo, lo que denotaremos como (X_0, Y_0). ¿A cuántas hamburguesas estará dispuesto a renunciar el individuo para obtener una bebida adicional?. La respuesta podría muy bien depender del tipo de cesta de consumo con la que comience esta persona. Por ejemplo, si tiene bastantes hamburguesas y ninguna bebida refrescante, tal vez esté dispuesta a intercambiar varias hamburguesas por una bebida. Ahora bien, si esta misma persona comienza teniendo muchas bebidas refrescantes y sólo una hamburguesa, podría mostrarse reacia a renunciar a esa hamburguesa. Los economistas denominan a esta suposición, supuesto de la relación marginal de sustitución (de un bien por otro) decreciente. Se basa en la idea de que los individuos prefieren encontrar un punto medio en las cestas de consumo que eligen.

Para analizar rigurosamente el principio de la relación marginal de sustitución decreciente, es necesario formular primero la idea de la curva de indiferencia. En la Figura 12, la curva U_1 representa todas las combinaciones posibles de X e Y, que reportan el mismo bienestar a una persona (recuérdese de nuevo que todos los demás argumentos de la función de Utilidad se mantienen constantes). En la misma curva de indiferencia, una persona es igual de feliz consumiendo por ejemplo, la combinación de bienes X_0, Y_0, que la X_1, Y_1. Por lo que podemos definir la curva de indiferencia como la que representa todas las cestas de consumo, o un conjunto de cestas de consumo, entre las que el individuo es indiferente. Es decir, todas las cestas reportan el mismo nivel de utilidad.

Figura Nº 12: Curva de Indiferencia



La pendiente de la curva de indiferencia de la Figura Nº 12 es negativa, ya que se supone que si el individuo es obligado a renunciar a alguna cantidad de Y, debe ser compensado con una cantidad adicional de X, para seguir siendo indiferente entre las dos cestas de bienes. La curva también se traza de tal forma que la pendiente aumente a medida

que aumenta X (es decir, la pendiente comienza en menos infinito y aumenta hacia 0). Se trata de una representación gráfica del supuesto de la relación marginal de sustitución decreciente[19].

Relación marginal de sustitución. La negativa de la pendiente de una curva de indiferencia (U_1) en un punto, se denomina relación marginal de sustitución (*RMS*).

$$RMS = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_1} \qquad (6)$$

Donde la notación indica que la pendiente ha de calcularse a lo largo de la curva de indiferencia U_1.

La pendiente de U_1 y la RMS nos suministran, alguna información sobre los intercambios que esta persona realizará voluntariamente. Al revisar la Figura Nº 12, se observa que en un punto como el (X_0, Y_0), la persona tiene una gran cantidad de Y y está dispuesta a intercambiar una cantidad significativa para obtener una mayor de X. La curva de indiferencia correspondiente a (X_0, Y_0) es, bastante inclinada. Esta es la situación en la que esa persona tiene muchas hamburguesas (Y) y poca bebida para acompañarlas (X), por lo que renunciaría gustosamente, por ejemplo, a 5 hamburguesas, para saciar su sed con una bebida más.

En cambio, en (X_1, Y_1), la curva de indiferencia es más plana. En ese punto, esta persona tiene bastantes bebidas y está dispuesta a renunciar a relativamente pocas hamburguesas para obtener otra bebida refrescante. Por consiguiente, la RMS disminuye entre (X_0, Y_0) y (X_1, Y_1). El cambio de la pendiente de U_1 muestra cómo influye la cesta de consumo en los intercambios que realizará esta persona libremente.

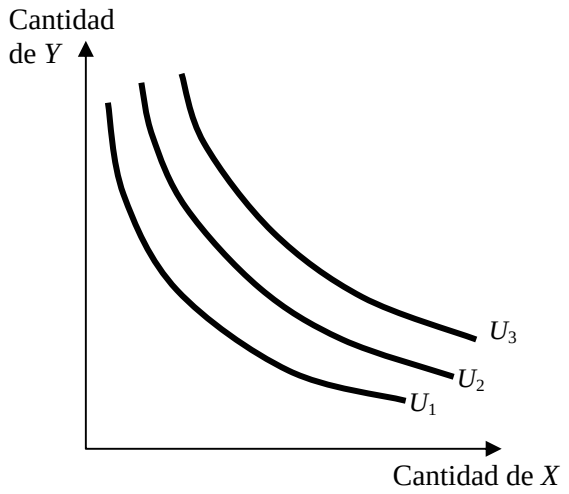
CLASE 06

2.4 Curvas de Indiferencia, Utilidad y RMS[20]

Es importante aclarar que el cuadrante (X, Y) está densamente poblado de curvas de indiferencia, donde cada una corresponde a un nivel de utilidad distinto. En la Figura Nº13, se muestran varias curvas de indiferencia, para indicar que hay un número infinito de ellas en el plano. El nivel de utilidad representado por estas curvas aumenta a medida que nos movemos en dirección noreste: la utilidad de la curva U_1 es menor que la utilidad de la U_2, la cual es menor que la utilidad de U_3. Eso se debe al supuesto “más es preferible a menos”.

[19] Se recuerda al lector lo necesario que es una adecuada base de cálculo para el entendimiento de explicaciones realizadas con derivadas y notaciones de cálculo.
[20] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, “Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones”, Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 55-57.

Figura Nº 13: Curvas de Indiferencia en el Cuadrante (X, Y)



Existe una curva de indiferencia que pasa por cada punto del plano X, Y.

Cada una de estas curvas indica las combinaciones de X e Y, que reportan un determinado nivel de satisfacción al individuo.

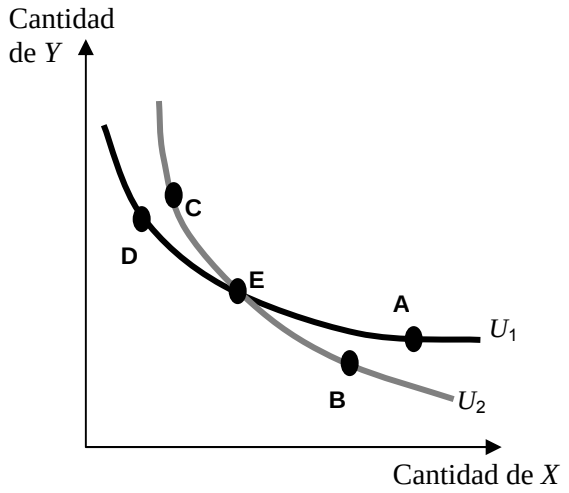
Los movimientos en dirección noroeste (arriba y derecha) indican movimientos a niveles de satisfacción más altos.

$U_1 < U_2 < U_3$

Como hemos señalado antes, no existe una única manera de asignar números a estos niveles de utilidad. Lo único que muestran las curvas, es que las combinaciones de bienes de U_3 se prefieren a las de U_2, las cuales se prefieren a las de U_1.

¿Pueden cortarse dos curvas de indiferencia de una persona?, si nuestro supuesto de coherencia es correcto, no debiera suceder, sin embargo, analicemos la Figura Nº14, donde se muestran dos curvas que se cortan.

Figura Nº 14: Curvas de Indiferencia que se Cortan; Implican Preferencias Incoherentes



Las combinaciones A y D se encuentran en la misma curva de indiferencia, y por lo tanto, son igualmente deseables. Pero podemos utilizar el supuesto de transitividad para demostrar que se prefiere A a D.

Por lo tanto, las curvas de indiferencia que se cortan no son compatibles con las preferencias racionales.

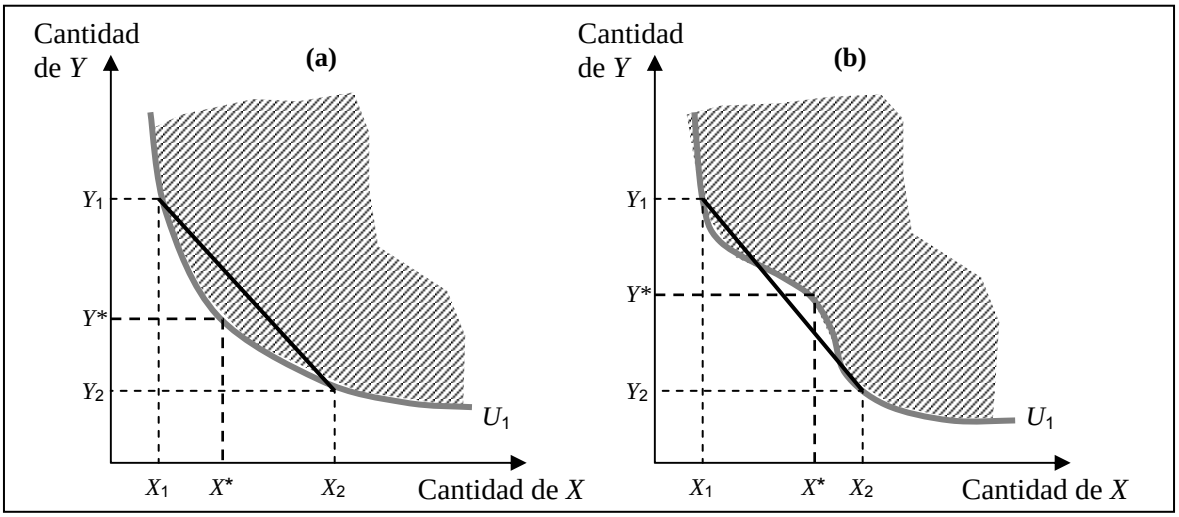
Parece que hay algo erróneo en el punto E, ya que pertenece a ambas curvas de indiferencia, es como si a usted lo vieran en el banco y en su casa a la misma hora, lo cual no es posible, a menos que tuviese el don de la ubicuidad. En el caso del punto E, éste debe pertenecer a la curva U_1 o a la curva U_2.

Para proseguir formalmente, analicemos las cestas de bienes representadas por los puntos A, B, C y D. De acuerdo con el supuesto de la no saciedad, "A se prefiere a B" y "C se prefiere a D", aunque al individuo le satisfacen por igual B y C (ambos se encuentran en la misma curva de indiferencia), por lo que el axioma de la transitividad implica que debe preferir A a D, pero eso no puede ser cierto, ya que A y D se encuentran en la misma curva de indiferencia y se consideran, por definición, igual de deseables. Por lo tanto, el supuesto de la transitividad muestra que curvas de indiferencia no pueden cortarse sin caer en presencias incoherentes. Siempre debemos trazar, mapas de curvas de indiferencia, como el de la Figura Nº 13.

Analicemos a continuación la Convexidad de las curvas de indiferencia. Es posible establecer la relación entre las funciones de utilidad y las preferencias individuales de muchas formas. Por ejemplo, otra manera de formular el principio de la relación marginal de sustitución decreciente se basa en el concepto matemático de conjunto convexo. Se dice que un conjunto de puntos es convexo, si dos puntos cualesquiera de dicho conjunto, pueden unirse por medio de una línea recta, contenida totalmente dentro del conjunto.

El supuesto de la RMS decreciente, equivale al supuesto de que todas las combinaciones de X e Y que se prefieren a una combinación (X*, Y*), o entre las cuales se es indiferente; constituyen un conjunto convexo. Mostramos un ejemplo en la Figura Nº15 (a), en la que todas las combinaciones que se prefieren a (X*, Y*), o entre las cuales se es indiferente, se encuentran en el área sombreada.

Figura Nº 15: Convexidad en la Curva de Indiferencia

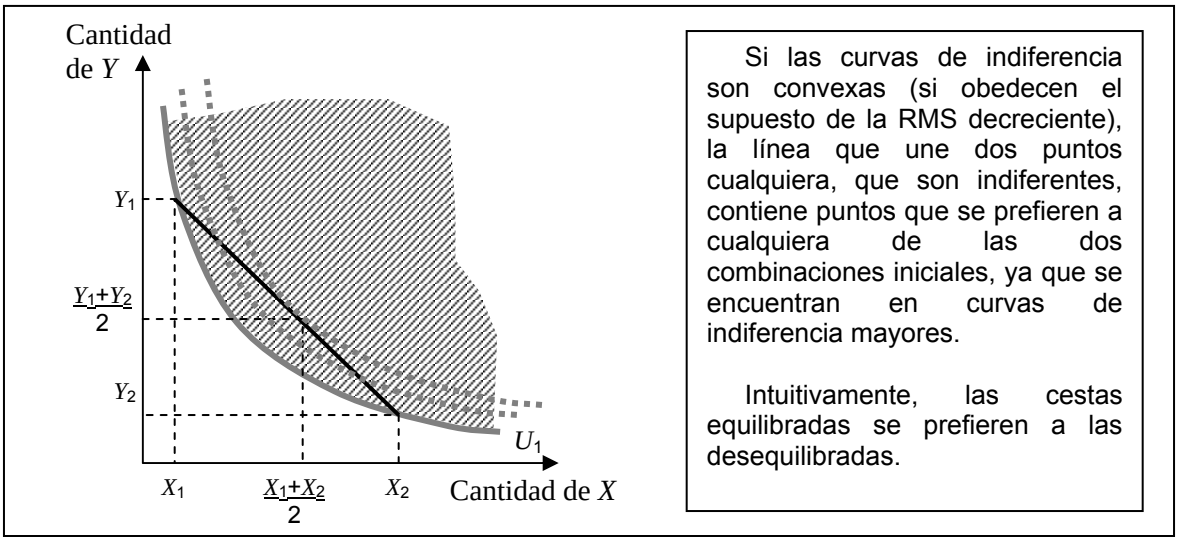


Dos combinaciones de éstas, por ejemplo, (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2), pueden unirse por medio de una línea recta que también está contenida en el área sombreada. En la Figura Nº15 (b), no ocurre así. Una línea que une (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) pasa por fuera del área sombreada, por lo tanto, la curva de indiferencia que pasa por (X*, Y*), en la Figura Nº 15 (b), no obedece el supuesto de la RMS decreciente, ya que el conjunto de puntos que se prefiere a (X*, Y*), o entre las cuales se es indiferente, no es convexo.

Utilizando el concepto de convexidad, podemos demostrar que los individuos prefieren que su consumo sea equilibrado. Supongamos que una persona es indiferente entre la combinación (X_1, Y_1) y la (X_2, Y_2). Si la curva de indiferencia es estrictamente convexa, preferirá la combinación [$(X_1+Y_1)/2$; $(X_2+Y_2)/2$], a cualquiera de las dos combinaciones iniciales. Intuitivamente, las cestas de bienes "bien equilibradas" se prefieren a las cestas en las que tiene mucho peso uno de ellos. La Figura 16 muestra este caso.

Dado, que se supone que la curva de indiferencia es convexa, se prefieren todos los puntos de la línea recta que une (X_1, Y_1) y la (X_2, Y_2), a estos puntos iniciales. Por tanto, es el caso del punto [$(X_1+Y_1)/2$; $(X_2+Y_2)/2$], que se encuentra en el punto medio de esa línea. De hecho, se preferirá cualquier combinación proporcional de las dos cestas indiferentes de bienes, a las cestas iniciales; ya que representará una combinación más equilibrada. Por tanto, la convexidad estricta equivale al supuesto de la RMS decreciente. Ambos supuestos excluyen la posibilidad de que una curva de indiferencia tenga algún segmento recto.

Figura Nº 16: Gráfica de Cestas de Bienes Equilibradas



Analicemos ahora la utilidad y la RMS, desde una perspectiva matemática: Supongamos que la ordenación de las hamburguesas (Y) y las bebidas refrescantes (X) que hace una persona, puede representarse por medio de la función de utilidad

$$utilidad = \sqrt{X * Y} \qquad (7)$$

Con esta función de utilidad se procede a buscar una curva de indiferencia, para ello debemos asignar un valor a la utilidad, y de esta forma determinar una función que permita encontrar el conjunto de combinaciones (X, Y) que tengan el mismo nivel de utilidad. Supongamos que igualamos arbitrariamente la utilidad a 10, por lo cual nuestra curva de indiferencia se define como:

$$utilidad = 10 = \sqrt{X * Y} \qquad (8)$$

Cuando se eleva al cuadrado ambos lados de la igualdad, se preserva el orden, por lo que se puede representar la función de la curva de indiferencia de manera más simple para poder graficarla

$$100 = X * Y \qquad (9)$$

Una manera de calcular la RMS es despejar Y de la ecuación 9, obteniendo:

$$Y = \frac{100}{X} \qquad (10)$$

Luego, se debe utilizar la definición de la RMS[21], mostrada en la ecuación 6.

$$RMS = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U_1=10} = \frac{100}{X^2} \qquad (11)$$

A partir de la ecuación 11 se puede calcular la RMS para cada combinación (X, Y) que pertenezca a la función de utilidad U(X, Y)=10. Por ejemplo, para la combinación X = 5, Y = 20, la pendiente es inclinada, por lo que la RMS es elevada:

$$RMS\ en\ (5, 20) = \frac{100}{X^2} = \frac{100}{25} = 4 \qquad (12)$$

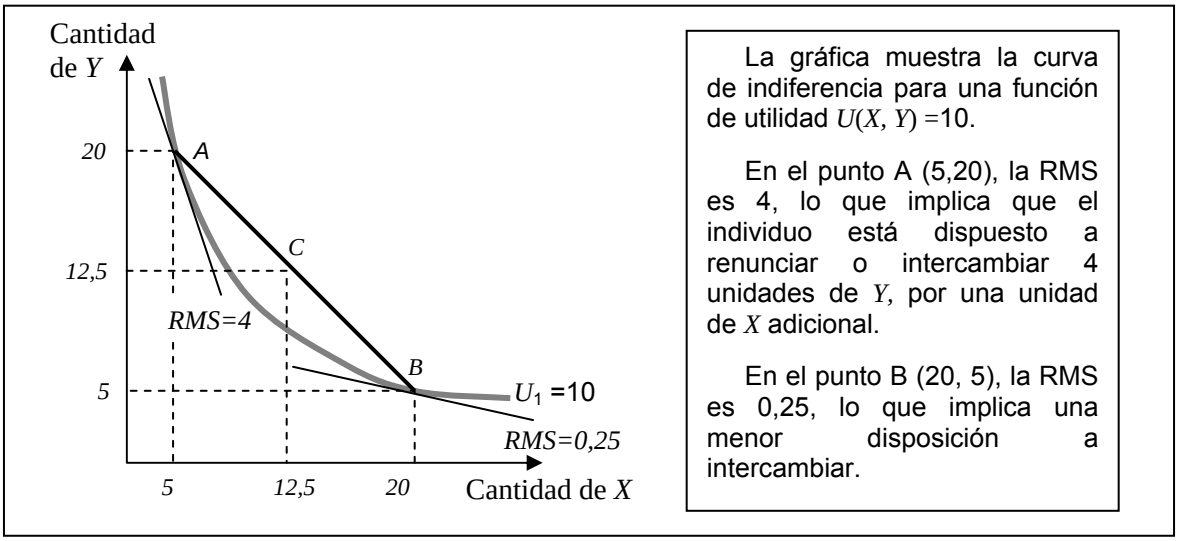
[21] Recuerde que la derivada de una función de la forma $f = g(x)/h(x)$ es igual a:

$$f' = \frac{g'(x)h(x) - g(x)h'(x)}{(h(x))^2}$$

En este caso, la persona está dispuesta a renunciar a 4 hamburguesas para obtener una bebida refrescante más (recuerde que se derivó Y, respecto a X).

Si consideramos un segundo punto, digamos la combinación X = 20, Y = 5, entonces la RMS es baja (RMS = 0,25), lo que significa que la persona estará dispuesta a sacrificar menos hamburguesas por una bebida extra (note que a diferencia del punto anterior, esta vez la cantidad de bebidas es mucho mayor respecto a la de hamburguesas). La Figura Nº17 muestra la grafica de la curva de indiferencia para una utilidad definida como U(X, Y) = 10.

Figura Nº 17: Curva de Indiferencia



Observe en la Figura Nº 17 que se cumple el supuesto de la convexidad de la curva de indiferencia (el lector puede buscar todas las combinaciones que le permitan dibujar la curva de utilidad U(X, Y)=10, para comprobar esto). Además se puede apreciar en la grafica el punto C, el que se encuentra a mitad de camino entre el punto A y B: en C esta persona tiene una combinación de 12,5 hamburguesas y 12,5 bebidas refrescantes, si se reemplaza el punto (12,5; 12,5) en la función de utilidad original (ecuación 7), se podrá observar que el nivel de utilidad es mayor, que para los puntos A y B, en los que la utilidad es 10.

$$U = \sqrt{X * Y} = \sqrt{12{,}5 * 12{,}5} = 12{,}5 \qquad (13)$$

2.4.1 Utilidad Marginal y RMS

En este apartado revisaremos como obtener algebraicamente la Relación Marginal de Sustitución (RMS) a partir de la Utilidad Marginal. Para ello supondremos que un individuo ordena los bienes por medio de una función de utilidad, como la enunciada en la ecuación 5.

$$\text{Utilidad} = U(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

donde X_1, X_2,…, X_n son las cantidades consumidas de cada uno de los "n" bienes. Si derivamos la función de utilidad respecto al bien X_1, obtenemos la utilidad marginal del bien X_1

$$\text{Utilidad Marginal } de\ X_1 = UMx_1 = \frac{\partial U}{\partial X_1} \qquad (14)$$

La utilidad marginal de X_1 es la utilidad adicional que reporta una cantidad algo mayor de X_1, manteniéndose constante la cantidad de todas las demás mercancías. Evidentemente, el valor de la utilidad marginal depende del punto en el que ha de evaluarse la derivada parcial: depende de qué cantidad de X_1, X_2,…, X_n esté consumiendo actualmente el individuo. También depende de la escala que se utilice para medir la utilidad. Por tanto, el concepto no se mide de una única manera.

La diferencia total de U puede expresarse de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} dU &= \frac{\partial U}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial U}{\partial X_2} dX_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial X_n} dX_n \\ &= UMx_1 dX_1 + UMx_2 dX_2 + \ldots + UMx_n dX_n \end{aligned} \qquad (15)$$

La ecuación 15 establece que la utilidad adicional que puede obtenerse consumiendo una cantidad algo mayor de X_1, X_2,…, X_n, es simplemente la suma de la utilidad adicional generada por cada uno de estos incrementos. Una vez más, este valor depende de cómo se mida la utilidad.

Para efecto de simplificar el desarrollo del concepto de RMS, reduciremos el conjunto de elección desde "n" bienes a sólo 2 bienes, denominando a éstos como X e Y, de tal manera que el individuo siga siendo indiferente (dU = 0). Por lo tanto la ecuación 15 quedaría como:

$$dU = 0 = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY = UMxdX + UMydY \qquad (16)$$

Reordenando los términos obtenemos que:

$$-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=constante} = \frac{UMx}{UMy} = \frac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} \qquad (17)$$

Donde la notación es un recordatorio de que X e Y sólo pueden cambiar si se mantiene constante el nivel de utilidad. Pero la ecuación 17 es simplemente la definición de la RMS dada en la ecuación 6. Por lo tanto, el resultado de este apartado es que la relación marginal de sustitución de Y por X es igual al cociente entre la utilidad marginal de X y la de Y.

Retomemos el ejemplo de las hamburguesas (Y) y bebidas refrescantes (X) para ver la relación entre utilidad marginal y la RMS. Recordemos que la función de utilidad es de la forma.

$$utilidad = U(X,Y) = \sqrt{X * Y} = X^{0,5}Y^{0,5}$$

Por lo tanto, la utilidad marginal derivada de una bebida refrescante (X) adicional es:

$$\text{utilidad marginal} = UM_X = \frac{\partial U}{\partial X} = 0,5X^{-0,5}Y^{0,5} \qquad (18)$$

Obsérvese que la utilidad marginal disminuye a medida que aumenta X, y que como ocurre generalmente, la utilidad marginal del bien X, también depende de la cantidad consumida de Y. En este caso concreto, la utilidad marginal que reportan las bebidas refrescantes adicionales (X), aumenta a medida que se acrecienta el número de hamburguesas (Y), pero no siempre tiene por qué ser así.

La utilidad marginal de las hamburguesas se calcula de una manera similar a como se hizo antes con las bebidas refrescantes.

$$\text{utilidad marginal} = UM_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = 0,5X^{0,5}Y^{-0,5} \qquad (19)$$

Ahora utilizamos la ecuación 17 para calcular la RMS:

$$-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=constante} = \frac{UMx}{UMy} = \frac{0,5X^{-0,5}Y^{0,5}}{0,5X^{0,5}Y^{-0,5}} = \frac{Y}{X} \qquad (20)$$

Este resultado es algo más general que el que hemos obtenido antes (ecuación 11), ya que se aplica a cualquier cesta y no sólo a las que se encuentran en una curva de

indiferencia determinada. La ecuación 20 muestra, al igual que antes, que en el punto (5, 20) la RMS es 4, mientras que en el punto (20, 5) la RMS es 0,25.

CLASE 07

2.4.2 Ejemplos de Funciones de Utilidad[22]

Las curvas de utilidad pueden adoptar diversas formas, lo que implica que existen diversas funciones que expresan esas formas, sin embargo, las más comunes y estudiadas en la microeconomía son cuatro:

a) Cobb-Douglas.
b) Sustitutivos perfectos.
c) Complementarios perfectos.
d) Función de elasticidad de sustitución constante (CES).

a) La función de utilidad Cobb-Douglas es la que muestra la conocida forma de las curvas de indiferencia, y se manifiesta como:

$$\text{Utilidad} = U(X, Y) = X^{\alpha}Y^{\beta} \qquad (21)$$

Donde α y β son constantes positivas. En general, las magnitudes relativas de α y β indican la importancia relativa de los dos bienes para esta persona. Dado que la utilidad sólo es única, salvo una transformación monótona, a menudo es conveniente suponer que $\alpha+\beta=1$.

b) Las curvas de indiferencia de los bienes sustitutivos perfectos tienen forma de línea recta, y se expresan como:

$$\text{Utilidad} = U(X, Y) = \alpha X+\beta Y \qquad (22)$$

Donde α y β son constantes positivas. El carácter lineal de estas curvas de indiferencia dio lugar al término "sustitutivos perfectos", para describir la relación implícita entre X e Y. La RMS es constante (e igual a α/β) a lo largo de toda la curva de indiferencia, ya que al tener la forma de línea recta, la pendiente a lo largo de la curva no varía. Este tipo de función indica que se está dispuesto a renunciar a la misma cantidad de Y para obtener una mayor de X, independiente de la cantidad de X que consumiera.

[22] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 60-62.

c) Las curvas de indiferencia de forma L caracteriza a los bienes complementarios perfectos. Las curvas de indiferencia de este tipo identifican a pares de bienes que se consumen en proporciones fijas, por lo que la solución óptima se encuentra en los vértices de la curva. Para aumentar la utilidad en este tipo de bienes se debe incrementar ambos bienes, manteniendo la proporción.

La forma matemática de este tipo de funciones es:

$$\text{Utilidad} = U(X, Y) = \min(\alpha X, \beta Y) \qquad (23)$$

Donde α y β son parámetros positivos y el operador "min" indica que la utilidad viene dada por el menor de los dos términos del paréntesis. Supongamos que la utilidad de la cesta compuesta por café (X) y leche (Y) viene dada de la siguiente manera:

$$\text{Utilidad} = U(X, Y) = \min(X, 8Y)$$

Si se consume 8 unidades de café por una medida de leche, entonces la utilidad será 8 (U = min(8, 8) = 8). Si se aumenta la cantidad de café a 16 unidades manteniendo la cantidad de leche, la utilidad sigue siendo 8 (U = min (16, 8) = 8), ya que el café sin la medida justa de leche no tiene valor para el consumidor, caracterizado por esta función especifica de utilidad.

En general no habrá un exceso de ninguno de los bienes de la ecuación 23, siempre que αX=βY, por lo tanto Y/X=α/β; lo que muestra la relación proporcional fija que debe existir entre los dos bienes para que las elecciones se encuentren en los vértices de las curvas de indiferencia.

d) Las tres funciones de utilidad específica mostradas hasta ahora, son casos especiales de la elasticidad de sustitución constante más general (CES) que adopta la forma:

$$utilidad = U(X,Y) = \frac{X^{\delta}}{\delta} + \frac{Y^{\delta}}{\delta} \qquad (24)$$

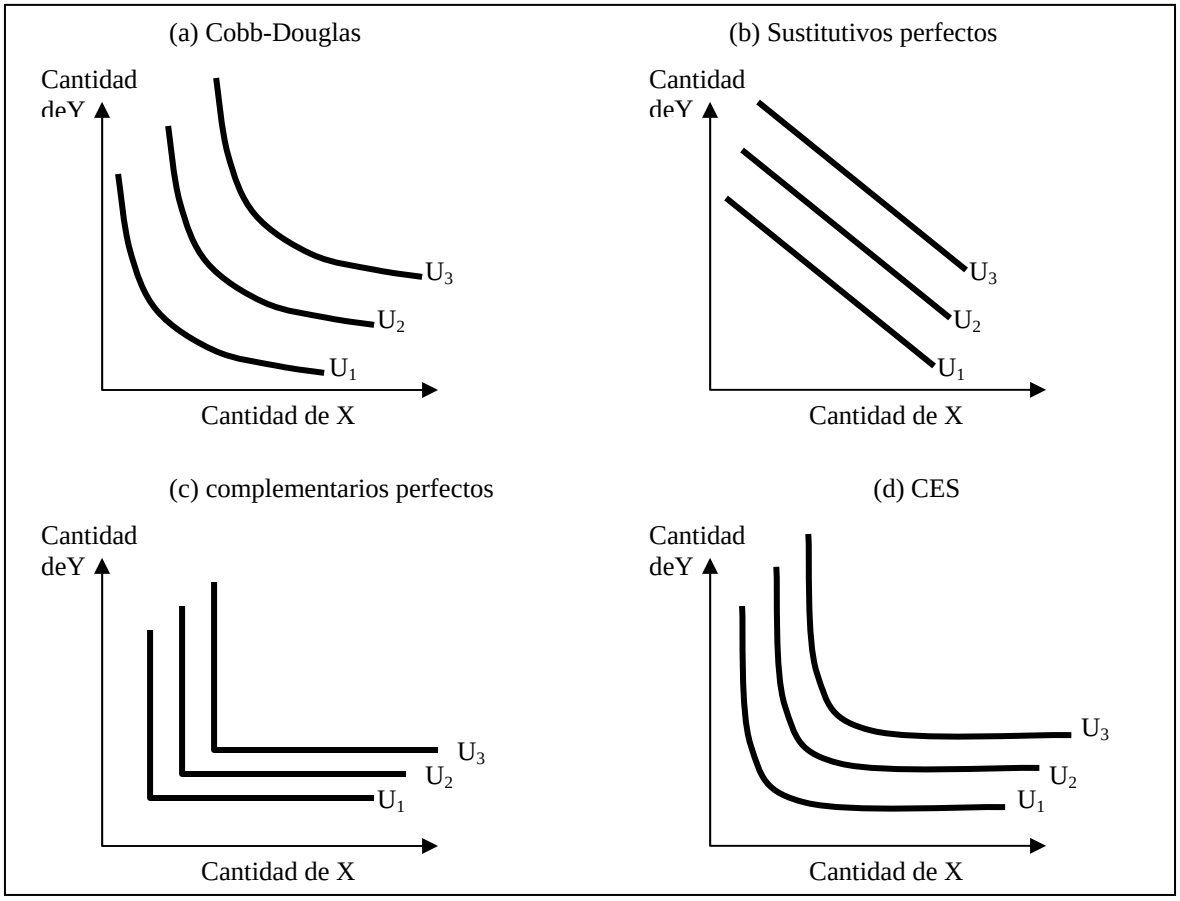
Donde δ ≠ 0 y

$$\text{Utilidad} = U(X, Y) = \ln X + \ln Y \qquad (25)$$

Donde δ = 0. Es evidente que el caso de los sustitutivos perfectos (ecuación 22) corresponde a δ = 1 en la ecuación 24, y que el caso Cobb – Douglas corresponde a δ = 0 en la ecuación (25). Menos evidente, es que el caso de proporciones fijas corresponde a δ = -∞ en la ecuación (24), pero ese resultado también puede demostrarse tomando límites, explicación que dejaremos a usted.

La utilización del término “elasticidad de sustitución” para esta función, se deriva de la idea de que las posibilidades mostradas en la figura 18 corresponden a distintos valores del parámetro de sustitución, σ, que en esta función viene dado por σ = 1/(1-δ). En el caso de los sustitutivos perfectos, pues, σ = ∞ y en el caso de proporciones fijas, σ = 0. Como la función CES nos permite analizar todos estos casos y muchos intermedios, resultará bastante útil para mostrar el grado de posibilidades de sustitución, presente en diversas relaciones económicas.

Figura Nº 18: Ejemplo de Funciones de Utilidad



La forma especifica de la función CES que se muestra en el gráfico (d) de la Figura Nº18, se refiere al caso δ=-1, es decir,

$$utilidad = -X^{-1} - Y^{-1} = -\frac{1}{X} - \frac{1}{Y} \qquad (26)$$

En esta situación, σ = 1/(1-δ) = 1/2, y como muestra el gráfico, estas curvas se encuentran aparentemente entre el caso Cobb – Douglas y el de proporciones fijas. Los signos negativos de la ecuación tal vez parezcan extraños, pero las utilidades marginales

tanto de X como de Y son positivas y decrecientes, como se debería esperar. Eso explica porqué δ debe aparecer en los denominadores de la ecuación (24). En el caso concreto de la ecuación (26), la utilidad aumenta de -∞ (cuando X = Y = 0) hacia 0 a medida que aumentan X e Y; se trata quizá de una rara escala de utilidad, pero perfectamente aceptable.

2.5 Óptimo del Consumidor

Hasta el momento hemos estudiado las funciones de utilidad, suponiendo que la elección de las cestas de bienes la realiza el individuo en base a sus preferencias solamente, sin embargo, en la vida real la situación es distinta. ¿Le gustaría a usted viajar por el mundo? ¿Le atrae la idea de poder comprar todo lo que desea?, a mí me gustaría y es probable que a usted también, pero no se puede, ya que como se dijo al principio de este curso: las necesidades o fines son múltiples y los recursos escasos.

Esta escasez es la que incorporaremos ahora al análisis del comportamiento del consumidor, enfrentándolo a una realidad que nos toca (y ataca) a todos: la restricción presupuestal. Esta restricción se relaciona con el concepto mismo de escasez y se representa a través del ingreso[23] (I) de que dispone el consumidor durante el período bajo estudio, teniendo en cuenta los precios que éste debe pagar para obtener diferentes combinaciones de bienes.

Veamos como opera esta restricción en la toma de decisión, a través de nuestro ejemplo de bebidas refrescantes (X) y hamburguesas (Y). Los precios nominales de estos dos bienes, P_X, y P_Y, se toman como dados, en lo que concierne al consumidor (o sea que éste no puede por sí mismo afectarlos) y se suponen constantes durante el período de estudio. El ingreso monetario I será un monto fijo por mes. Adicionalmente, se presumirá que se gasta la totalidad del ingreso[24]. La restricción presupuestal se expresará, entonces, de la siguiente manera:

$$I = P_X{*}X + P_Y{*}Y \qquad (27)$$

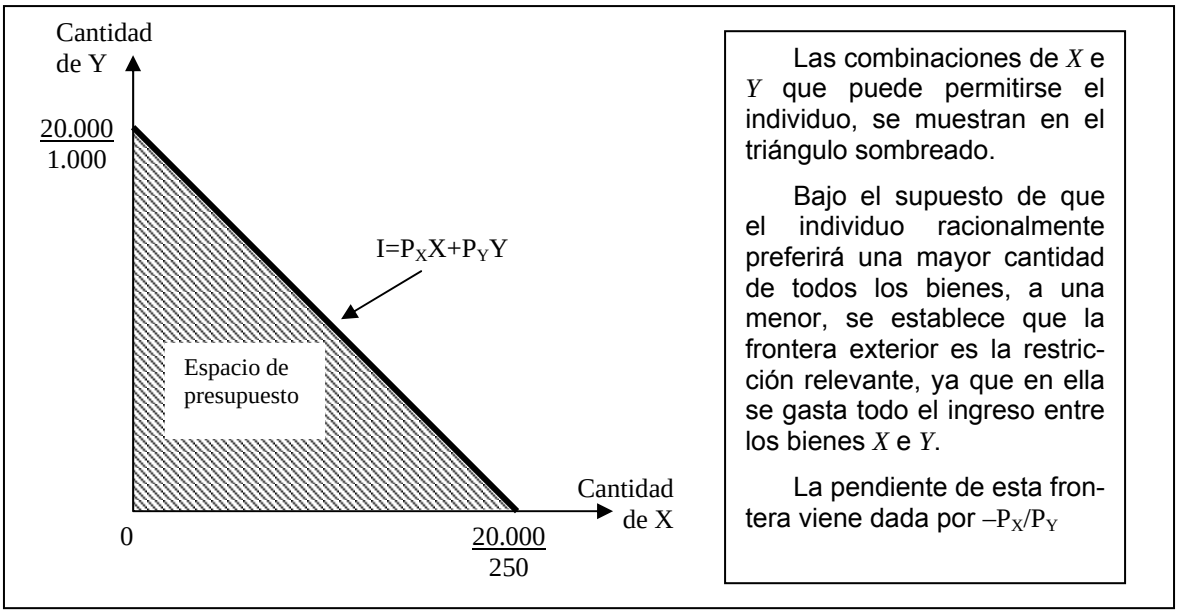
Estimemos que el ingreso que posee el individuo es de $20.000, y que el precio de una hamburguesa es $1.000, mientras que la bebida refrescante cuesta $250. Con estos datos la restricción quedaría como:

$$20.000 = 250X + 1.000Y \qquad (28)$$

[23] Para simplificar el análisis no consideraremos de momento, como parte del ingreso, el monto de los activos que el consumidor podría vender para obtener un ingreso adicional, así como el valor de los obsequios que el individuo podría recibir por parte de filántropos, o las sumas que él podría tomar en préstamo.
[24] Para facilitar el análisis se asume este supuesto que puede parecer poco realista, ya que en la realidad lo que no se gasta se puede ahorrar, modificando así los niveles de ingreso en el tiempo.

Para dibujar la restricción presupuestal, ubicamos las cantidades máximas que se puede consumir de cada bien. Para ello se asume que el consumidor destina todo su ingreso al consumo de un bien y no otro. En el caso que el consumidor sólo adquiriera hamburguesas, podría comprar hasta un máximo de 20 (20.000/1.000=20). Por el contrario, si sólo consumiera bebidas, podría comprar 80 de ellas. La Figura Nº19 muestra la restricción presupuestal para este caso.

Figura Nº 19: Restricción Presupuestaria en el Caso de Dos Bienes



A partir de la ecuación 27, se puede llegar a establecer la ecuación de la recta presupuestaria para dos bienes cualquiera. Para ello se despeja el valor de Y en la ecuación 27, obteniendo:

$$\frac{I}{P_Y} - \frac{X * P_X}{P_Y} = Y$$

Que corresponde a la línea trazada en la Figura Nº 19, que representa la restricción presupuestal, que se expresa formalmente como:

$$Y = \frac{I}{P_Y} - \frac{P_X}{P_Y} * X \qquad (29)$$

La ecuación intersecta el eje vertical en el punto I/P_Y, cuando X = 0. En nuestro ejemplo, éste es el máximo número de hamburguesas (Y) por mes (no de bebidas refrescantes), el cual equivale al ingreso I, dividido por el precio de las hamburguesas (P_Y).

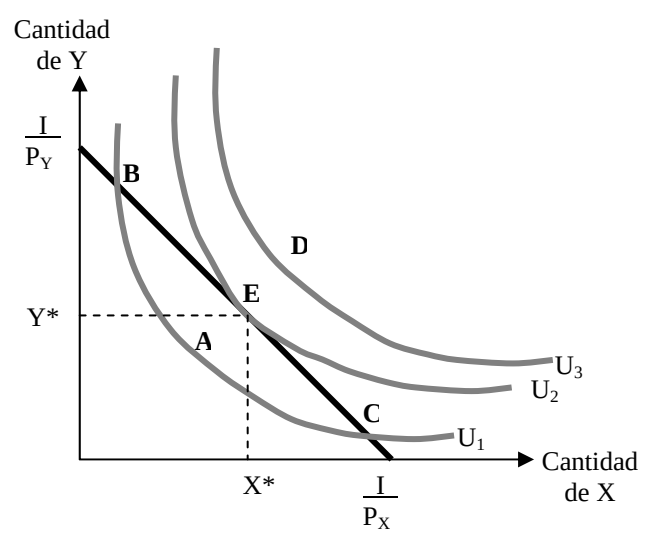
La pendiente de la restricción presupuestaria representa la razón matemática que relaciona los precios de los dos bienes bajo estudio, en nuestro ejemplo dicha razón está dada por la fracción P_X/P_Y = 250/1.000. Como la restricción presupuestaria tiene pendiente negativa, entonces ésta representa la razón negativa de los precios. denominada Tasa Marginal de Sustitución de Mercado (TMSM) de los dos bienes.

La TMSM será constante, siempre que la línea de presupuesto sea recta, en vez de curva, y ya que se supone que los precios son tomados por el consumidor como dados, entonces la TMSM es la tasa factible a la cual el consumidor puede intercambiar X por Y.

Ahora bien, para obtener la combinación óptima de hamburguesas y bebidas refrescantes por mes, debemos combinar las curvas de indiferencia del individuo con la restricción presupuestaria. Lo anterior es similar a cuando usted realiza las compras en un supermercado; compra lo que le reportan mayor utilidad o beneficios, cuidando de no sobrepasar el presupuesto que tiene para ello.

En el análisis que haremos, suponemos un comportamiento racional del individuo, lo que implica que éste dirigirá sus actividades a satisfacer de la mejor manera posible sus preferencias, a partir de las oportunidades disponibles, es decir, maximizará su utilidad sujeto a las restricciones que tenga. Lo anterior implica que la cesta de consumo que maximiza la satisfacción de un consumidor, se constituye por lo tanto, en el punto óptimo de consumo para esta persona.

Figura Nº 20: Óptimo del Consumidor



La maximización de la utilidad requiere que el consumidor alcance la curva de indiferencia más alta posible. Esto sucede cuando la tasa a la cual el consumidor está dispuesto a sustituir bienes *X* por bienes *Y*, es igual a la tasa a la cual el consumidor puede efectiva-mente intercambiar estos bienes.

El punto E representa el óptimo, donde la mayor curva de indiferencia que se puede obtener, es tangente a la restricción presupuestaria.

Como puede observarse en la Figura Nº 20, el consumidor deseará situarse en la curva U_3 que es la más alta obtenida, (recuerde que más es preferible a menos), sin

embargo, existe una restricción, la cual está determinada por los precios nominales y el ingreso monetario. El punto en el que el consumidor maximiza su satisfacción sujeto a la restricción, es el punto de tangencia entre la curva de indiferencia más alta alcanzable y la línea de restricción presupuestal; el punto E. Un punto de equilibrio de este tipo se llama solución interior.

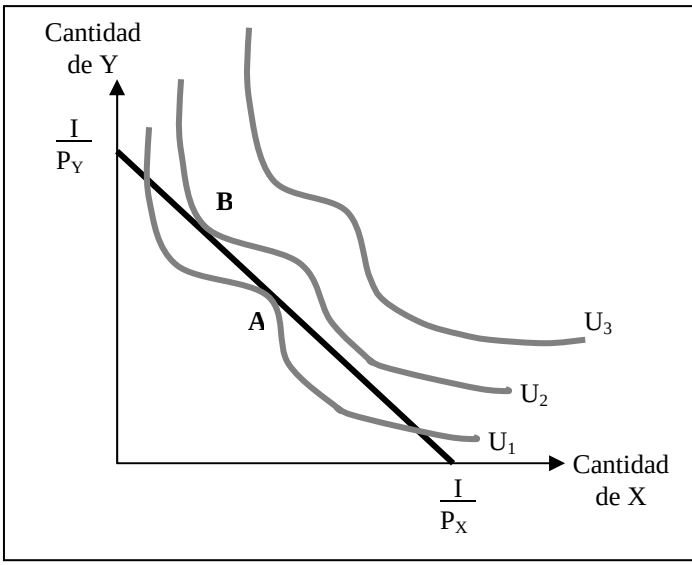
Si el consumidor escogiera el punto A en la figura 20, estaría actuando de manera irracional, ya que podría alcanzar un mayor nivel de utilidad gastando una parte del ingreso no desembolsado aún. Los puntos B y C, a pesar de estar sobre la restricción presupuestaria no serían óptimos, ya que el consumidor es indiferente ante esas cestas, porque le reportan la misma utilidad, además por el supuesto de convexidad es posible encontrar una cesta mejor equilibrada que se ubique entre B y C, la que reportará una mayor utilidad. El punto D es simplemente inalcanzable con el nivel de ingreso actual del consumidor. El punto E es el único óptimo posible, en base a la función de utilidad y restricción presupuestaria dada.

En conclusión, se puede decir que el punto óptimo de consumo, es aquel en que la tasa a la cual el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro, es igual a la tasa en la cual puede efectivamente realizar dicho proceso de sustitución; esto último está determinado por los precios de los bienes X e Y. Matemáticamente se expresa como:

$$RMS_{XY} = \frac{P_X}{P_Y} = TMSM_{XY} \qquad (30)$$

La expresión enunciada en la ecuación 30, corresponde a una condición de primer orden o tangencia, la que no es más que una condición necesaria para alcanzar un máximo, sin embargo, ¿Qué sucede si las curvas de indiferencia no son convexas? Analicemos a la luz de la Figura Nº 21.

Figura Nº 21: Óptimo en Curvas de Indiferencias Cóncavas

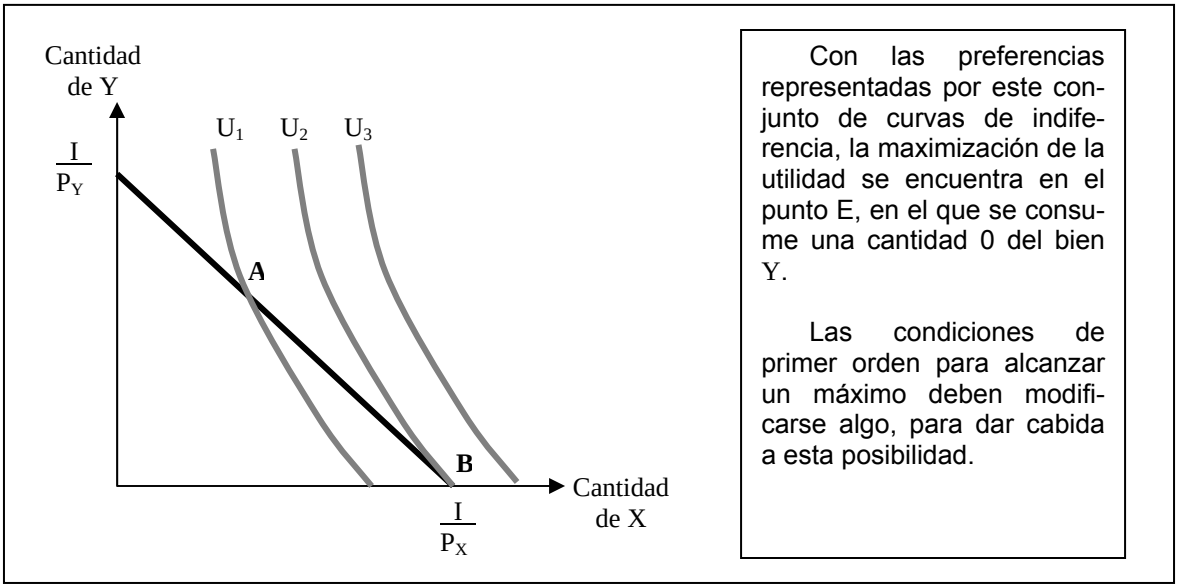


Si las curvas de indiferencia no obedecen el supuesto de la RMS decreciente, no todos los puntos de tangencia pueden ser realmente puntos de máxima utilidad. En este gráfico el punto de tangencia A es inferior al punto de tangencia B, que corresponde a una curva de utilidad superior, ya que reasignando de mejor manera los recursos entre los bienes, el consumidor puede mejorar su utilidad.

Como puede observarse en la Figura Nº 21, el punto de tangencia A es inferior al verdadero máximo, que se encuentra en el punto de tangencia B. La incapacidad de la condición de tangencia para encontrar un máximo inequívoco puede atribuirse a la forma de la curva de indiferencia. Por lo tanto, para las curvas que cumplen con el supuesto de la RMS decreciente, el supuesto de tangencia será una condición necesaria y suficiente para alcanzar un máximo[25]. Sin este supuesto se debe aplicar con cuidado la condición de tangencia.

En la Figura Nº 20, se puede observar un máximo que denominamos "solución interior", en el que se consumen cantidades positivas de ambos bienes. Sin embargo, existen situaciones en las cuales el consumidor no quiere nada de un bien, por lo cual alcanza su máxima utilidad consumiendo sólo uno de ellos. La figura 22 grafica esta situación.

Figura Nº 22: Óptimo del Consumidor en una Solución de Esquina



En el punto A no existe una condición de tangencia por un lado; y por otro, si disminuye el consumo de Y aumentando el consumo de X, alcanzará niveles de utilidad mayor cada vez, lo que lleva a concluir que no es un punto óptimo de consumo. En el punto B, la curva de indiferencia U_2 no es precisamente tangente a la restricción presupuestaria, sino que en el punto óptimo es más plana que U_2, lo que indica que la relación a la que puede intercambiarse X por Y en el mercado, es menor que la relación racional de intercambio del individuo (la RMS). A este punto se le llama solución de esquina.

[25] En términos matemáticos, como el supuesto de la RMS decreciente equivale a suponer que la función es cuasicóncava, las condiciones necesarias para alcanzar un máximo sujeto a una restricción lineal también son suficientes.

A los precios vigentes en el mercado, el individuo está dispuesto a renunciar a Y para obtener una cantidad adicional de X, sin embargo, como es imposible consumir cantidades negativas de Y, el límite físico es el eje de las X, a lo largo del cual las compras de Y son iguales a cero.

CLASE 08

2.5.1 Maximización en el Caso de "n" Bienes[26]

Como existe la imposibilidad de graficar en "n" dimensiones, se demostrará matemáticamente el supuesto de maximización en el caso de "n" bienes. Se planteas que para obtener una utilidad máxima interior, la RMS entre "n" bienes debe ser igual al cociente entre sus precios.

Cuando hay "n" bienes entre los cuales elegir, el objetivo del individuo es maximizar la utilidad de éstos:

$$\text{Utilidad} = U(X_1, X_2, \ldots, X_n) \qquad (31)$$

Sujeto a la restricción presupuestaria

$$I = P_1X_1 + P_2X_2 + \ldots + P_nX_n \qquad (32)$$

La que bajo el supuesto de no saciedad, el individuo gastará todo su ingreso en el consumo de bienes, por lo tanto la ecuación 32 se reescribe de la siguiente manera:

$$I - P_1X_1 - P_2X_2 - \ldots - P_nX_n = 0 \qquad (32)$$

Luego, se utiliza el lagrangiano[27] para maximizar la función de utilidad, sujeta a la restricción presupuestaria, quedando la formulación de la siguiente manera:

$$L = U(X_1, X_2, \ldots, X_n) + \lambda(I - P_1X_1 - P_2X_2 - \ldots - P_nX_n) \qquad (33)$$

[26] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 73-75.
[27] Para una revisión del uso del lagrangiano se recomienda el capitulo 2 de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997.

Igualando las derivadas parciales de L (con respecto a X_1, X_2,…, X_n y λ) a 0, tenemos n+1 ecuaciones que representan las condiciones necesarias para obtener un máximo interior:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial X_1} &= \frac{\partial U}{\partial X_1} - \lambda P_1 = 0 \\
\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial X_2} &= \frac{\partial U}{\partial X_2} - \lambda P_2 = 0 \\
&\vdots \\
\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial X_n} &= \frac{\partial U}{\partial X_n} - \lambda P_n = 0 \\
\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda} &= I - P_1 X_1 - P_2 X_2 - .... - P_n X_n = 0
\end{aligned} \qquad (34)$$

Estas n+1 ecuaciones, normalmente pueden resolverse para hallar los valores óptimos de X_1, X_2,…, X_n y λ, y siempre que se respete el supuesto de la cuasiconcavidad estricta (una RMS decreciente en el caso de dos bienes), será suficiente para garantizar que cualquier punto que obedezca a las ecuaciones 34, es en realidad, un verdadero máximo.

Las condiciones de primer orden, representadas por la ecuación 34, pueden formularse de nuevo de diversas e interesantes formas. Por ejemplo, dados dos bienes cualesquiera, X_i y X_j, tenemos que:

$$\frac{\partial U / \partial X_i}{\partial U / \partial X_j} = \frac{P_i}{P_j} \qquad (35)$$

Pero antes hemos demostrado que el cociente entre las utilidades marginales de dos bienes, es en realidad idéntico a la relación marginal de sustitución entre ellos. Por lo tanto, las condiciones para la asignación óptima de la renta se convierten en:

$$RMS(X_j \ \ por \ \ X_i) = \frac{P_i}{P_j} \qquad (36)$$

Este es exactamente el resultado que hemos obtenido antes (ecuación 30); para maximizar la utilidad, el individuo debe igualar la relación racional de intercambio con la de mercado.

Es posible obtener otro resultado despejando λ en la Ecuación 34:

$$\lambda = \frac{\partial U/\partial X_1}{P_1} = \frac{\partial U/\partial X_2}{P_2} = ... = \frac{\partial U/\partial X_n}{P_n} \qquad (37)$$

O sea,

$$\lambda = \frac{UMx_1}{P_1} = \frac{UMx_2}{P_2} = ... = \frac{UMx_n}{P_n}$$

Esta ecuación establece que en el punto maximizador de la utilidad, cada uno de los bienes comprados debe generar la misma utilidad marginal por cada dólar gastado en él. Por lo tanto, cada uno de los bienes debe tener el mismo cociente entre el beneficio (marginal) y el costo (marginal). Si no fuera así, un bien prometería más "disfrute marginal por dólar" que otro y los fondos no se asignarían óptimamente. En otras palabras, un dólar adicional debe generar la misma "utilidad adicional", cualquiera que sea el bien en el que se gaste. El valor común de esta utilidad adicional viene dado por el multiplicador de Lagrange correspondiente a la restricción presupuestaria del consumidor (es decir, por, λ). Por consiguiente, λ puede considerarse la utilidad marginal de un dólar adicional de gasto de consumo (la utilidad marginal de la "renta").

Una última manera de formular las condiciones necesarias para obtener un máximo es:

$$P_i = \frac{UMx_i}{\lambda} \qquad (38)$$

Para todo bien i que se compre. Esta ecuación establece, que en todos los bienes que compre una persona, su precio representa su evaluación de la utilidad de la última unidad consumida. El precio representa evidentemente la cantidad que está dispuesta a pagar una persona por esa última unidad. Mas adelante utilizaremos considerablemente este resultado, cuando analicemos el valor de un bien para un consumidor y el "excedente del consumidor" que reciben algunos compradores cuando pueden comprar un bien por una cantidad inferior a la máxima que estarían dispuestos a pagar.

Las condiciones de primer orden de las ecuaciones (34), sólo se cumplen con exactitud, en el caso de los máximos interiores en el que se compra una cantidad positiva de cada bien. Cuando surgen soluciones de esquina (como las que muestra la Figura 22), , las ecuaciones (34) se convierten en:

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial X_i} = \frac{\partial U}{\partial X_i} - \lambda P_i \leq 0 \; (i = 1,...,n)\,, \qquad (39)$$

Y si

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = \frac{\partial U}{\partial X_i} - \lambda P_i < 0, \qquad (40)$$

Entonces,

$$X_i = 0 \qquad (41)$$

Para interpretar estas condiciones, podemos formular la Ecuación 40 de la siguiente forma:

$$P_i > \frac{\partial U / \partial X_i}{\lambda} = \frac{UMx_i}{\lambda} \qquad (42)$$

Por lo tanto, las condiciones óptimas son las mismas que antes, con la salvedad de que no se comprará ningún bien ($X_i = 0$) cuyo precio (P_i) sea superior a su valor marginal para el consumidor (UMx_i/λ). Así pues, los resultados matemáticos se ajustan a la idea de sentido común, de que los individuos no adquirirán bienes que estimen que no valen lo que cuestan.

2.5.2 Ejemplo de Maximización

Retomemos a modo de ejercicio práctico nuestro ejemplo de hamburguesas (Y) y bebidas refrescantes (X). La ecuación 7 nos indica la función de utilidad

$$U(X,Y) = \sqrt{X * Y} = X^{0,5} Y^{0,5}$$

Mientras que la ecuación (28) nos indica la restricción presupuestaria del consumidor.

$$20.000 = 250X + 1.000Y$$

Bajo el supuesto de insaciabilidad se iguala la restricción presupuestaria a cero, quedando de la siguiente manera:

$$20.000 - 250X - 1.000Y = 0$$

Formulamos el lagrangiano,

$$L = X^{0,5}Y^{0,5} + \lambda(20.000 - 250X - 1.000Y)$$

Obtenemos las siguientes condiciones de primer orden para establecer un punto óptimo:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0{,}5X^{-0{,}5}Y^{0{,}5} - 250\lambda = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0{,}5X^{0{,}5}Y^{-0{,}5} - 1.000\lambda = 0 \qquad (43)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 20.000 - 250X - 1.000Y = 0$$

Despejando la primera y segunda condición, en términos de λ, se tiene que:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0{,}5X^{-0{,}5}Y^{0{,}5} = 250\lambda$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0{,}5X^{0{,}5}Y^{-0{,}5} = 1.000\lambda$$

Dividiendo la primera condición por la segunda, tenemos que:

$$\frac{0{,}5X^{-0{,}5}Y^{0{,}5}}{0{,}5X^{0{,}5}Y^{-0{,}5}} = \frac{250\lambda}{1.000\lambda} = \frac{1}{4}$$

O sea,

$$\frac{Y}{X} = \frac{1}{4}$$

Esta ecuación establece que la RMS es igual a la relación de precios de los bienes. Por lo tanto, en el caso de un máximo sujeto a restricciones, las hamburguesas y las bebidas refrescantes deben obedecer la relación

X = 4Y

Ahora bien, utilizando la restricción presupuestaria, tenemos que:

250X+1.000Y=250(4Y)+1.000Y=20.000 (44)

O sea,

$$2.000Y = 20.000$$
$$Y^* = 10$$
$$X^* = 40$$

Son los valores de X e Y que maximizan la utilidad. En esta elección,

$$utilidad = \sqrt{X^*Y} = \sqrt{400} = 20$$

Las condiciones de primer orden (ecuación 43) también pueden resolverse para hallar el valor de λ correspondiente al punto óptimo. Dado que

$$0{,}5X^{-0{,}5}Y^{0{,}5} = 250\lambda$$

y X* = 40, Y* = 10, tenemos que:

$$0{,}5(40)^{-0{,}5}(10)^{0{,}5} = 250\lambda$$

O sea,

$$0{,}25=250\lambda$$

Y, por lo tanto,

$$\lambda=0{,}001$$

Lo que se interpreta, como que un dólar adicional de renta, generaría 0,001 unidad adicional de utilidad, si se gastara óptimamente. Supongamos por ejemplo, que la renta fuera de $21.000. Suponiendo que P_X=250 y P_Y=1.000, la ecuación (44) demuestra que con esta nueva renta,

$$Y^* = \frac{21.000}{2.000} = 10{,}5 \quad \text{y} \quad X^* = \frac{21.000}{500} = 42$$

Y ahora la utilidad viene dada por:

$$utilidad = \sqrt{X^*Y} = \sqrt{42*10{,}5} = \sqrt{441} = 21$$

Un aumento de la renta de $1.000 ha elevado la utilidad en 1, como predecía el valor de λ de 0,001 (1.000 * 0.001=1).

CLASE 09

2.5.3 Maximización General de una Función Cobb – Douglas

Recordemos que la función de utilidad Cobb – Douglas tiene la forma $U(X, Y)=X^{\alpha}B^{\beta}$, donde por comodidad α+β=1. Formulando el lagrangiano se puede hallar los valores de X e Y maximizadores de la utilidad para cualquier precio (PX, PY) e ingreso (I).

$$L = X^{\alpha}Y^{\beta} + \lambda(I - P_X X - P_Y Y)$$

Obtenemos las condiciones de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \alpha X^{\alpha-1} Y^{\beta} - \lambda P_X = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \beta X^{\alpha} Y^{\beta-1} - \lambda P_Y = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - P_X X - P_Y Y = 0$$

Tomando el cociente de los dos primeros términos se demuestra que:

$$\frac{\alpha Y}{\beta X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

Es decir,

$$P_Y Y = \frac{\beta}{\alpha} P_X X = \frac{1-\alpha}{\alpha} P_X X \qquad (45)$$

Donde β=1−α, por la definición de que α + β = 1. Introduciendo la ecuación 45 en la restricción presupuestaria, se tiene que:

$$I = P_X X + P_Y Y$$
$$I = P_X X + \frac{1-\alpha}{\alpha} P_X X$$
$$I = P_X X \left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha}\right)$$
$$I = P_X X \frac{1}{\alpha}$$

Despejando X, se tiene que:

$$X^* = \frac{\alpha I}{P_X} \qquad (46)$$

Realizando una serie similar de manipulaciones, se tiene que:

$$Y^* = \frac{\beta I}{P_Y} \qquad (47)$$

Estas soluciones de X* e Y* indican una solución muy general en el caso Cobb-Douglas. Por ejemplo si suponemos que α=β=0,5; P_X=250, P_Y=1.000 e I=20.000, utilizando las ecuaciones 46 y 47 se obtiene X*=40 e Y*=10.

2.6 Función de Utilidad Indirecta

En el apartado anterior se mostró como a través de manipulaciones algebraicas se puede obtener los valores óptimos, en el caso de n bienes, de X_1, X_2,…, X_n. Estos valores óptimos dependen de los precios de todos los bienes y del ingreso.

$$\begin{aligned} X_1^* &= X_1(P_1, P_2, ..., P_n, I) \\ X_2^* &= X_2(P_1, P_2, ..., P_n, I) \\ &\vdots \\ X_n^* &= X_n(P_1, P_2, ..., P_n, I) \end{aligned}$$

Los valores óptimos de X^*_i (i=1,2,…,n) pueden introducirse en la función de utilidad inicial, obteniendo así,

$$\begin{aligned} utilidad\ máxima &= U(X_1^*, X_2^*, ..., X_n^*) \\ &= U\left[X_1^*(P_1, P_2, ..., P_n, I), X_2^*(P_1, P_2, ..., P_n, I), ..., X_n^*(P_1, P_2, ..., P_n, I)\right] \\ &= V(P_1, P_2, ..., P_n, I) \end{aligned} \qquad \textbf{(48)}$$

Como el individuo desea maximizar la utilidad, sujeto a una restricción presupuestaria, el nivel óptimo de utilidad que puede obtenerse, depende indirectamente de los precios de los bienes comprados y de la renta del individuo. Esta dependencia se refleja en la función de utilidad indirecta V. Si variaran los precios de los bienes o el ingreso, también se vería afectado el nivel de utilidad que puede obtenerse.

A veces es posible utilizar este enfoque indirecto para ver cómo afectan los cambios de las circunstancias económicas, a distintos tipos de resultados como la utilidad o costos de las empresas.

Veamos como se aplicaría la función de utilidad indirecta en el ejemplo de las hamburguesas (Y) y las bebidas refrescantes (X). Si se introduce las ecuaciones 46 y 47 en la función de utilidad, se obtiene que:

$$\begin{aligned} utilidad\ máxima = U(X^*, Y^*) &= (X^*)^{0,5}(Y^*)^{0,5} \\ &= \left(\frac{I}{2P_X}\right)^{0,5}\left(\frac{I}{2P_Y}\right)^{0,5} \\ &= \frac{I}{2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}} \end{aligned} \qquad \textbf{(49)}$$

Cuando I = 20.000, P_X = 250, P_Y = 1.000; la función de utilidad indirecta toma el valor de:

$$utilidad\ máxima = \frac{20.000}{2(250)^{0,5}(1.000)^{0,5}} = 20$$

Que es el mismo valor que se obtuvo en forma directa, es decir, reemplazando los valores de X*, Y* en la función de utilidad inicial.

2.7 Dualidad en la Maximización de la Utilidad

Así como las monedas traen una cara y un sello, la búsqueda del óptimo de consumo se puede lograr a través de la maximización de la utilidad sujeta al nivel de ingreso, así como minimizando el gasto sujeto a un nivel de utilidad determinado.

En términos formales, el problema dual de minimización del gasto del individuo, es elegir los valores de $X_1, X_2,\ldots,X_n$ que minimicen el gasto total.

$$E = P_1X_1 + P_2X_2 + \ldots + P_nX_n \qquad (50)$$

Sujeto a la restricción de la utilidad:

$$U = U(X_1, X_2,\ldots,X_n) \qquad (51)$$

Las cantidades óptimas de $X_1, X_2,\ldots,X_n$ elegidas en este problema dependen de los precios y del nivel de utilidad exigido. Esta dependencia se define como función de gasto.

La *función de gasto* del individuo muestra los gastos mínimos necesarios para alcanzar un determinado nivel de utilidad, con un determinado conjunto de precios. Es decir,

$$Gasto\ mínimo = E(P_1, P_2,\ldots P_n, U) \qquad (52)$$

Si comparamos la función (48) con la función (52), se puede apreciar que son funciones inversas la una con la otra, ya que aunque las dos dependen de los precios, tienen restricciones distintas, el ingreso para la primera y la utilidad para la segunda.

Veamos la función de gasto, a la luz de nuestro ejemplo de hamburguesas y bebidas refrescantes. Sabemos que el dual es minimizar

$$E = P_X X + P_Y Y \qquad (53)$$

Sujeto a

$$utilidad = \overline{U} = (X^*)^{0,5}(Y^*)^{0,5}$$

Donde $\overline{U}$ es la utilidad que se desea alcanzar. Formulamos el lagrangiano:

$$L = P_X X + P_Y Y + \lambda(\overline{U} - X^{0,5}Y^{0,5}) \qquad (54)$$

Y obtenemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = P_X - 0,5\lambda X^{-0,5}Y^{0,5} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y} = P_Y - 0,5\lambda X^{0,5}Y^{-0,5} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{U} - X^{0,5}Y^{0,5} = 0$$

Trasladamos al segundo miembro los términos en λ y dividimos, obteniendo:

$$\frac{P_X}{P_Y} = \frac{0,5\lambda X^{-0,5}Y^{0,5}}{0,5\lambda X^{0,5}Y^{-0,5}} = \frac{Y}{X}$$

Por lo tanto,

$$P_X X = P_Y Y \qquad (55)$$

Utilizamos esta igualdad en la función (53), obteniendo:

$$E = P_X X + P_Y Y = 2P_X X$$

Por lo que,

$$X^* = \frac{E}{2P_X} \quad \text{y} \quad Y^* = \frac{E}{2P_Y} \qquad (56)$$

Sin embargo, la utilidad a obtener esta definida como:

$$utilidad = \overline{U} = (X^*)^{0,5}(Y^*)^{0,5}$$

Por lo tanto

$$utilidad = \overline{U} = \left(\frac{E}{2P_X}\right)^{0,5}\left(\frac{E}{2P_Y}\right)^{0,5} = \frac{E}{2P_X{}^{0,5}P_Y{}^{0,5}}$$

Lo que nos lleva a la función:

$$E = 2\overline{U}P_X{}^{0,5}P_Y{}^{0,5} \qquad (57)$$

Supongamos que, al igual que antes, $\overline{U}$ = 20; P_X = 250 y P_Y = 1.000; entonces el gasto necesario es de $20.000.

Realice ejercicios N° 12 al 16

2.8. Bienes Buenos, Bienes Malos y el Análisis de Indiferencia

Hasta el momento hemos visto como las curvas de indiferencia y las líneas de presupuesto se utilizan para analizar como un consumidor elige entre dos bienes, por lo tanto, es válido aclarar que existen bienes buenos y bienes malos. Un consumidor puede mejorar su bienestar consumiendo más de un bien bueno o menos de un bien malo. El significado “bien bueno” o “bien malo” depende generalmente de cuánto se haya consumido del bien bueno, por ejemplo, si a un individuo le fascina la pizza y el precio de ésta es igual a cero, seguramente comerá hasta el punto en el que la utilidad marginal de la última porción sea cero, por lo que a partir de este punto, si alguien lo forzara a consumir otra porción, la utilidad sería negativa, con lo cual el bien bueno pasaría a convertirse en un bien malo.

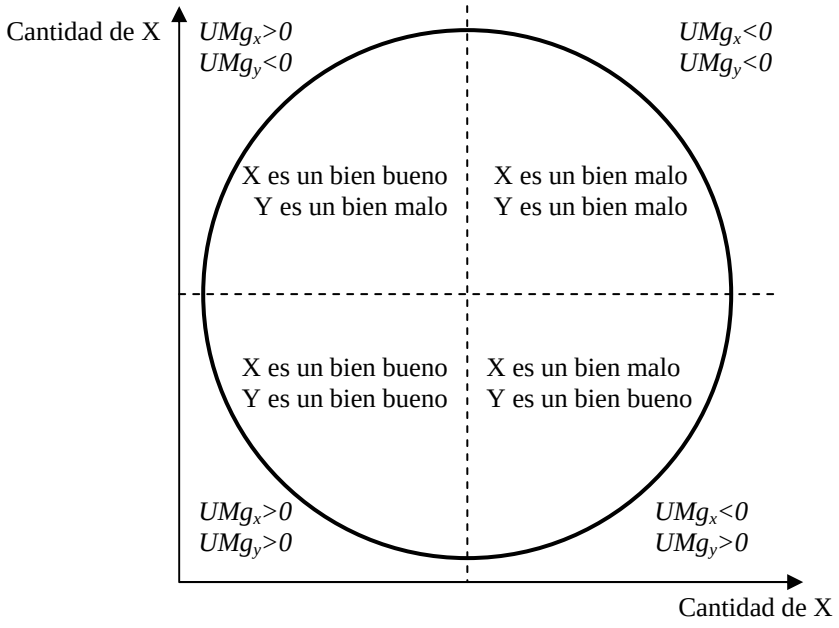
Existen bienes malos escasos y libres, de la misma manera que existen bienes buenos escasos y libres. Un consumidor consumirá un bien bueno libre hasta el punto en donde la utilidad percibida por la última unidad sea igual a cero, un consumidor hará uso de un bien malo libre hasta el punto donde su des-utilidad marginal (utilidad marginal negativa) sea cero. Si usted se sintiera completamente satisfecho luego de consumir cinco porciones de pizza y tuviera a su disposición aún cinco porciones adicionales, podría hacer uso de ellas simplemente rehusándose a comerlas. De la misma manera en que un consumidor paga un precio positivo para adquirir unidades adicionales de un bien bueno escaso, debe pagar un precio negativo para deshacerse de un bien malo escaso[28]. Los economistas dicen entonces,

[28] El término “precio negativo” se refiere a la cantidad de ingreso que un consumidor recibiría si se sacrificará una unidad de un bien escaso malo. Más comúnmente, el término se refiere a la cantidad que un consumidor debe pagar para deshacerse de una unidad de un bien malo, o visto de otra manera, el monto que debe pagársele a un consumidor si éste consumiera

que los bienes escasos malos tienen un costo positivo, en que se debe incurrir para lograr deshacerse de ellos.

No es difícil extender el análisis de la elección del consumidor, que hemos desarrollado hasta el momento, para incluir la presencia de bienes buenos y malos. Hemos probado que una curva de indiferencia, en la cual se muestran los posibles intercambios entre dos bienes que le representen al consumir igual utilidad, debe tener pendiente negativa. A medida que el consumidor recibe más de un bien, debe sacrificar alguna cantidad del otro bien, para que la utilidad total permanezca constante. De la misma manera, a medida que una persona consume más de un bien malo, debe recibir una mayor cantidad de un bien bueno, con el fin de que la utilidad total no cambie, por lo que se puede esperar que el segmento de la curva de indiferencia de un consumidor que muestre el intercambio entre un bien bueno y un bien malo tenga pendiente positiva.

Un consumidor se mostrará indiferente entre consumir menos de un bien malo y más de otro bien malo, a una tasa de intercambio determinada, por lo que la curva de indiferencia entre dos bienes malos presentará pendiente negativa. Finalmente, podríamos asimismo esperar que cualquier bien que una persona consuma abundantemente sea inicialmente, ceteris panbus, un bien bueno, pero que eventualmente se convierta en un bien malo cuando la última unidad consumida tenga una utilidad marginal negativa. Si se conectan los segmentos de curva de indiferencia para formar un mapa de indiferencia verdaderamente completo, tendría la forma:



otra unidad del bien malo. Recuérdese que consumir menos de un bien malo es equivalente a consumir más de un bien bueno y que consumir más de un bien malo es equivalente a consumir menos de un bien bueno, de tal manera que el término “precio negativo”, es aplicable tanto a los bienes buenos como a los bienes malos.

Nótese que esta persona sentirá una mayor satisfacción a medida que se desplaza hacia el centro del círculo. La utilidad total más alta se alcanzará en el centro del círculo y disminuirá, en caso que la persona tenga que aceptar una mayor cantidad de los bienes, de que dispone en ese punto.

CLASE 10

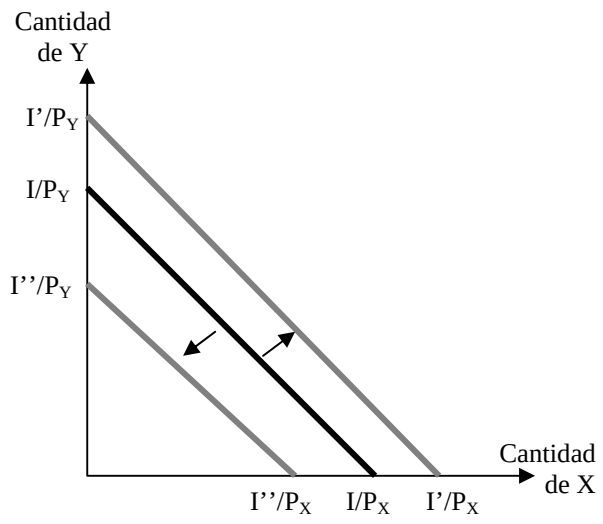
3. VARIACIÓN DE PRECIO E INGRESO: EFECTOS SOBRE LA DEMANDA

Hemos revisado a lo largo de este curso como las preferencias, el ingreso y el precio de los bienes se combinan para explicar las decisiones de consumo de un individuo. Además, establecimos que el óptimo de consumo se alcanza cuando las cestas de consumo preferidas se encuentran en un nivel de utilidad mayor para un individuo, y a su vez ésta es tangente a la curva que determina la restricción presupuestal, siempre que se respeten los supuestos establecidos para llegar a esa conclusión.

En esta sección analizaremos como las decisiones de consumo, y por ende los óptimos, se ven afectadas ante variaciones en el ingreso y en los precios de los bienes. ¿Si a usted le suben el sueldo, consume más de todos los bienes? ¿Si sube el precio de un bien especifico, por ejemplo el gas, deja de consumirlo? La respuesta a estas preguntas dependerá de que tipo de bien se trate, ya que no es igual la reacción ante un aumento del precio de los cigarrillos, que ante el de la bencina.

Partamos por ver el efecto que tiene un aumento en el ingreso, ceteris paribus, y en el consumo cuando el mercado está conformado por 2 bienes: X e Y. Lo primero es aclarar que las variaciones en el ingreso, manteniendo todo lo demás constante, se representa mediante desplazamiento paralelos. La Figura Nº 23 muestra estos cambios.

Figura Nº 23: Cambios en el Ingreso Monetario



Si los precios nominales permanecen constantes, un incremento en el ingreso desplazará la restricción presupuestaria hacia la derecha en forma paralela, representando así un mayor poder adquisitivo. Si se experimenta una disminución en el ingreso, la restricción presupuestaria se desplazará hacia la izquierda en forma paralela, representando así una disminución en el poder adquisitivo.

Como se observa en la Figura Nº 23, los desplazamientos son paralelos, ya que como se indicó en apartados anteriores, la pendiente negativa de la restricción presupuestaria está determinada por la relación de los precios de los bienes considerados. Lo anterior nos lleva al punto de que si esta relación no varía, entonces cualquier desplazamiento de la restricción debería mantener la pendiente, y si esto es así, entonces el desplazamiento se realizó en forma paralela.

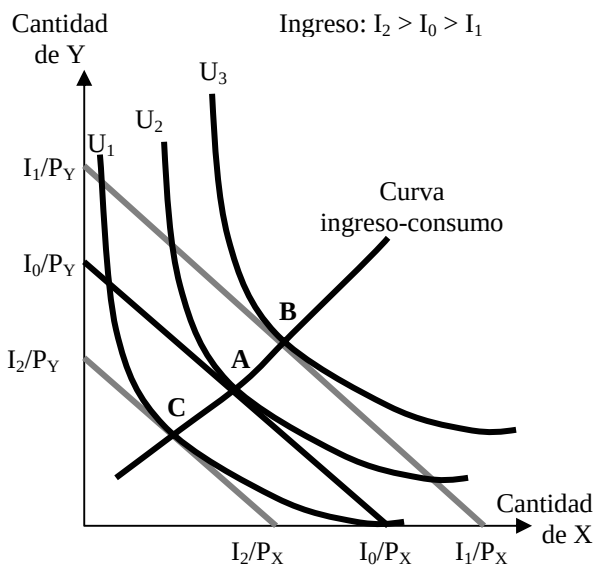
Aclarado este punto, entremos a analizar el comportamiento del consumidor ante variaciones en el ingreso, manteniendo los precios y todo lo demás constante.

3.1 Curva Ingreso – Consumo

Supongamos un Ingreso inicial de I_0, y unos precios P_X y P_Y, para los bienes X e Y respectivamente. Recordemos que los puntos extremos de la restricción presupuestaria se obtienen dividiendo el ingreso por el precio del bien (I/P_i), por ejemplo, si se gastara el ingreso total sólo en el consumo del bien X, el consumo máximo sería I/P_X, si por el contrario se gastara el ingreso total sólo en el consumo del bien Y, el consumo máximo sería I/P_Y. La unión de estos dos puntos conforma la restricción presupuestaria.

Si suponemos que la función de utilidad del individuo es U(X, Y), el punto de tangencia de ésta con la restricción presupuestaria determinará el óptimo de consumo para un nivel de ingreso I_0. La Figura Nº 24 muestra esta situación mediante el punto A.

Figura Nº 24: Derivación de Curva Ingreso – Consumo



Suponiendo el precio de los bienes constante, el punto A indica el óptimo de consumo para un nivel de ingreso I. Si aumenta el ingreso de I a I', entonces se produce un desplazamiento de la restricción hacia la derecha encontrando un nuevo óptimo, el que está señalado por el punto B en el gráfico. Para una disminución del ingreso a un nivel de I'', el desplazamiento es hacia la izquierda y el nuevo óptimo se encuentra en el punto C.

Cuando se conectan los puntos A, B, C y los demás puntos óptimos de consumo, se obtiene la curva de ingreso-consumo.

En la Figura Nº 24 se puede ver que los desplazamientos paralelos de la restricción presupuestaria producto de una variación en el ingreso, ceteris paribus, alcanzará curvas de indiferencia distintas modificando los óptimos. Por ejemplo, si el ingreso aumenta de I_0 a I_1, la restricción se desplazará hacia la derecha, debido a que el individuo tendrá la opción de adquirir una mayor cantidad de ambos bienes (recuerde que estamos suponiendo los precios constantes), por ende, alcanzará una curva de indiferencia mayor (U_3>U_2), la que en el punto de tangencia B encuentra un óptimo de consumo, mejor que el señalado en el punto A, en términos de nivel de utilidad.

La unión de los distintos puntos óptimos que se encuentran, cuando varía el ingreso, se denomina curva de ingreso-consumo. Formalmente se definirá "como el conjunto de puntos óptimos de consumo que tendría lugar si el ingreso del consumidor se incrementa continuamente, manteniendo al mismo tiempo los precios nominales y relativos de los bienes en cuestión; constantes"[29].

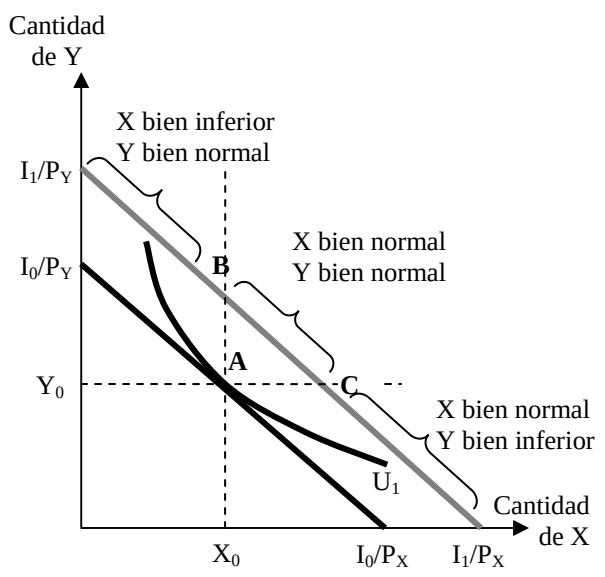
Retomemos ahora el cuestionamiento, respecto a si ante una variación en el ingreso un consumidor aumenta en la misma proporción el consumo de un bien determinado. Se pueden clasificar los bienes de acuerdo a como cambian los consumos frente a variaciones en el ingreso; en bienes normales y bienes inferiores.

Los bienes normales son aquellos que ante una variación del ingreso, su consumo varía en la misma dirección, por ejemplo, si aumenta el ingreso se esperará que también

[29] Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw-Hill, 2001, pág. 102.

aumente el consumo, aun cuando no sea en la misma proporción. La Figura Nº25 nos permitirá ver esto con más claridad.

Figura Nº 25: Bienes Normales y Bienes Inferiores



Si aumenta el ingreso de I_0 a I_1, ceteris paribus, podremos decir si X e Y son bienes normales o inferiores, dependiendo de donde se ubique el nuevo óptimo de consumo.

Si el óptimo de consumo se encuentra entre los puntos B y C, ambos bienes son normales. Si el óptimo de consumo se encuentra a la izquierda del punto B, el bien X es un bien inferior. Si el óptimo de consumo se encuentra a la derecha del punto C, el bien Y es un bien inferior.

Si se parte de una situación inicial en que el ingreso es I_0 y la curva de indiferencia para ese nivel de ingreso es U_1, el punto óptimo se encontrará en A. Si aumenta el ingreso de I_0 a I_1, se esperará que el nuevo óptimo de consumo, siempre que ambos bienes sean normales, se encuentre formado por más de ambos bienes. Para establecer que tipo de bien es X, trazamos una línea vertical al punto A que pase por X_0. Si el nuevo óptimo se ubica a la derecha de esta línea, entonces podemos decir que X es un bien normal, ya que ante un aumento en el ingreso, también aumenta el consumo del bien X. Por el contrario, si el óptimo se ubica a la izquierda de esta línea, entonces ante un aumento del ingreso, el consumo de X disminuye, lo que es característico de los bienes inferiores.

Para el análisis del bien Y se realiza el mismo procedimiento, con la diferencia que esta vez la línea referencial se traza en forma horizontal al punto A, cuidando que esta pase por Y_0. Si el nuevo óptimo se ubica arriba de esta línea, entonces podemos decir que Y es un bien normal, ya que ante un aumento en el ingreso, también aumenta el consumo. Por el contrario, si el óptimo se ubica debajo de esta línea, entonces ante un aumento del ingreso, el consumo de Y disminuye, por lo tanto Y es un bien inferior.

Formalmente diremos que:

- Un bien X_i tal que $\frac{\partial X_i}{\partial I} < 0$ en algún intervalo de renta, es un bien inferior en ese intervalo.

- Un bien X_i tal que $\frac{\partial X_i}{\partial I} \geq 0$ en algún intervalo de renta, es un bien normal en ese intervalo.

Cabe destacar que la clasificación "normal" e "inferior" es arbitraria, ya que, un bien normal para un individuo puede ser inferior para otro, por ejemplo, los cigarrillos serán un bien normal para un fumador adicto, sin embargo pueden ser un bien inferior para un fumador ocasional o para un no fumador.

El economista alemán del siglo XIX, Ernest Engel, realizó la que quizá fue la primera generalización empírica sobre la conducta de los consumidores: La proporción del gasto total que se dedica a los alimentos, disminuye a medida que aumenta la renta. Lo anterior lo llevó a la hipótesis de que los alimentos son un bien necesario, cuyo consumo aumenta menos de prisa que la renta, lo que parece lógico, ya que si usted con el nivel de ingreso actual realiza las compras de alimentos que necesita, un aumento en el ingreso no necesariamente lo llevará a aumentar el consumo de alimentos, sino que destinará esos recursos a otros bienes. Esta hipótesis se conoce como "Ley de Engel" y se ha verificado en cientos de estudios. Engel corrobora el supuesto de que si ante un aumento de la renta, aumenta el consumo, aunque sea marginal la variación positiva, el bien es considerado necesario, de lo contrario se puede clasificar como un bien suntuario.

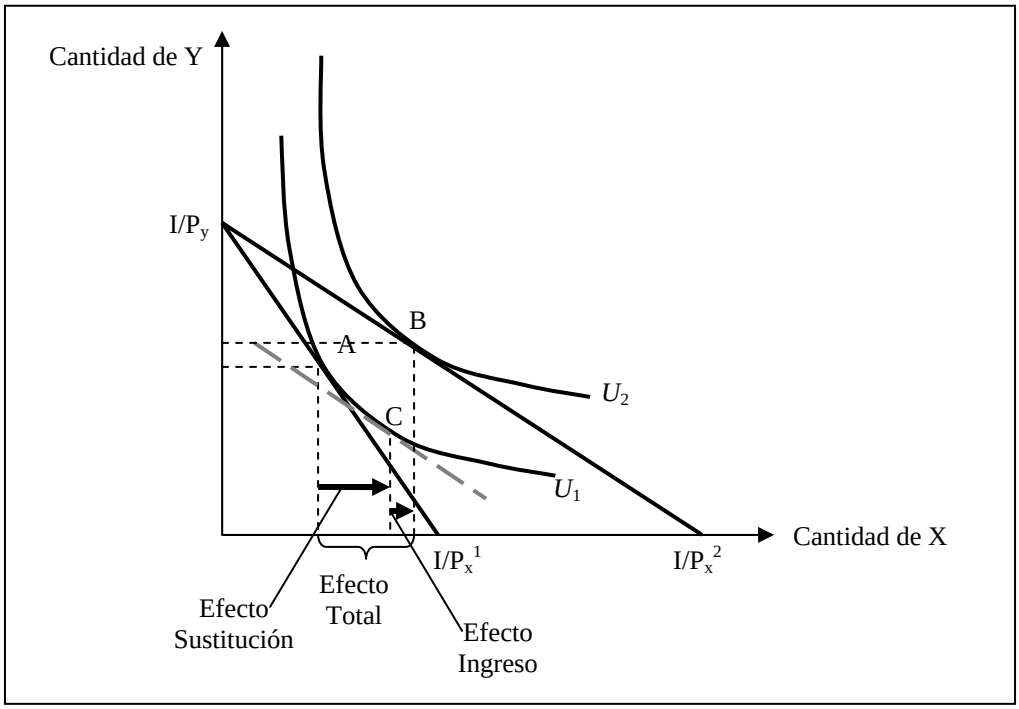
3.2 Curva Precio – Consumo

Analicemos ahora lo que sucede con el consumo cuando se produce una variación en el precio de un bien. La variación en el precio de un bien implica una variación no sólo de la posición de la restricción presupuestaria (traslado a otra curva de indiferencia), sino también de su pendiente (alteración de la RMS), por lo tanto la variación del precio implica dos efectos, los que se grafican en la Figura Nº 26.

- El efecto sustitución. Aun cuando el individuo permaneciera en la misma curva de indiferencia, los patrones de consumo se asignarían de tal forma que la RMS y la nueva relación de precios se igualen.

- El efecto ingreso. La variación del precio altera la renta "real" de una persona, por lo que ésta debe necesariamente trasladarse a otra curva de indiferencia.

Figura Nº 26: Representación del Efecto Sustitución y Efecto Ingreso



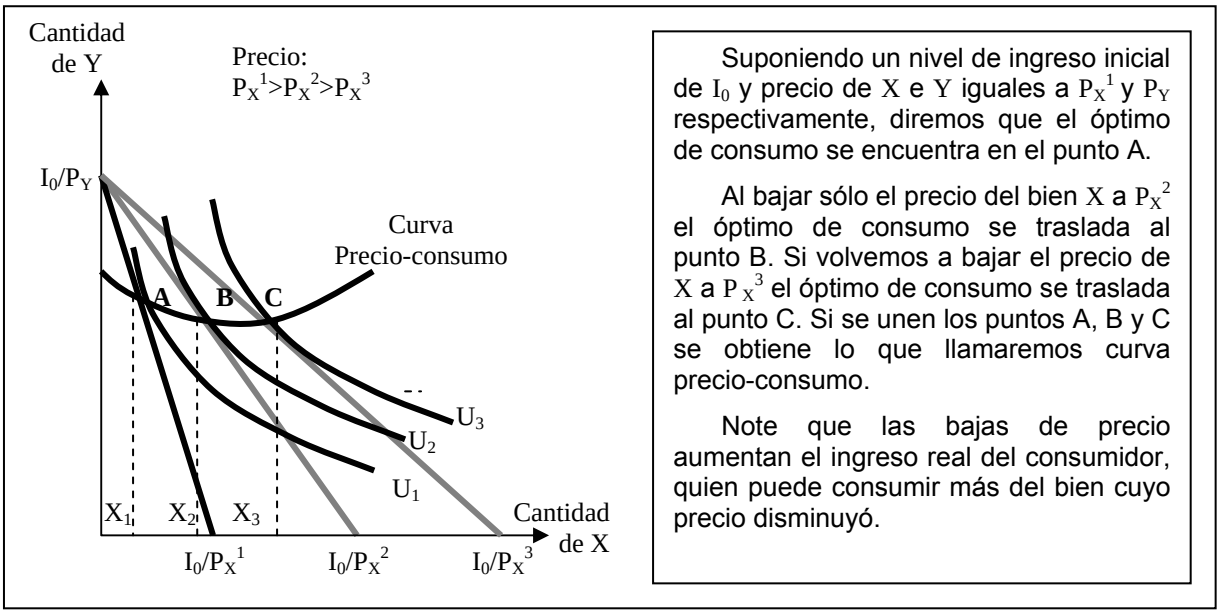
La Figura Nº 26 muestra que una baja en el precio del bien X ($P_X^1 > P_X^2$) traslada la recta presupuestaria hacia la derecha, llevando el consumo óptimo desde A hacia B, elevando el nivel de utilidad a la curva de indiferencia U_2. El cambio del punto A al punto B está formado por los dos efectos antes mencionados, siendo el efecto sustitución el traslado del punto A al punto C en la misma curva de indiferencia U_1, ya que se supone constante el ingreso "real" (es decir, la utilidad), reconociendo sólo la variación en la pendiente de la recta presupuestaria (línea punteada paralela a la nueva recta presupuestaria), producto de la variación en la relación de precios. Cuando se reconoce el aumento en la utilidad (es decir, el aumento del ingreso "real"), producto del descenso del precio de X se puede visualizar el efecto ingreso, que en el caso de un bien normal como el utilizado en la figura 26, genera un movimiento del punto C al punto B, siendo la suma de ambos efectos, el efecto total. En la práctica el efecto que se visualiza es el efecto total, siendo los efectos sustitución e ingreso solamente explicativos del efecto total.

Es importante hacer notar que cuando se analizan variaciones de precios en bienes inferiores, el efecto ingreso y el efecto sustitución actúa en sentido contrario y el efecto total es indeterminado, ya que dependerá de cual efecto sea mayor. Por ejemplo, un descenso en el precio, incentiva al individuo a consumir más de ese bien, debido al efecto sustitución, sin embargo, cuando el bien es inferior puede ser que el aumento del poder adquisitivo haga que el individuo consuma menos del bien (o lo sustituya por otros). En resumen, diremos que el efecto sustitución tenderá a aumentar el consumo, mientras que el efecto ingreso tenderá a reducirlo.

Analicemos ahora la curva precio-consumo, en base a los efectos totales que provoca la variación del precio de un bien. Supongamos una situación inicial en la que el ingreso es I_0 y los precios de los bienes X e Y es P_X y P_Y respectivamente. Mantendremos constantes el ingreso y el precio del bien Y (P_Y), haciendo variar el precio del bien X. Supongamos que P_X disminuye, entonces la cantidad de X que se puede comprar al actual precio es mayor que antes (la cantidad de Y que se puede comprar se mantiene constante, ya que el precio P_Y y el nivel de ingreso I_0 no ha variado).

Como se puede observar en la Figura Nº 27, al bajar el precio del bien X de P_X^1 a P_X^2, el punto intercepto de la restricción presupuestaria con el eje X se traslada hacia la derecha, ya que ante una baja en el precio del bien, la cantidad posible de consumirlo aumenta, aun cuando el ingreso nominal del individuo no ha variado. Esto se observa como una pendiente menor (más plana) en la restricción presupuestaria, debido a que la relación de precios varió ($-P_X/P_Y$ = Pendiente de la recta presupuestaria).

Figura Nº 27: Derivación de Curva Precio – Consumo



Suponiendo un nivel de ingreso inicial de I_0 y precio de X e Y iguales a P_X^1 y P_Y respectivamente, diremos que el óptimo de consumo se encuentra en el punto A.

Al bajar sólo el precio del bien X a P_X^2 el óptimo de consumo se traslada al punto B. Si volvemos a bajar el precio de X a P_X^3 el óptimo de consumo se traslada al punto C. Si se unen los puntos A, B y C se obtiene lo que llamaremos curva precio-consumo.

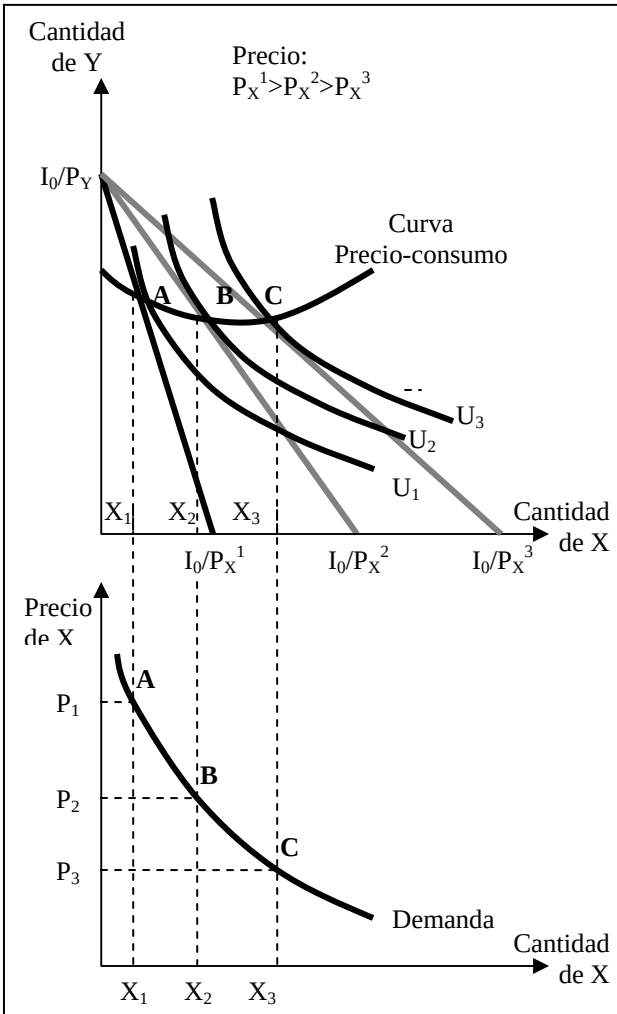
Note que las bajas de precio aumentan el ingreso real del consumidor, quien puede consumir más del bien cuyo precio disminuyó.

Cada vez que varíe la línea de presupuesto, variará el óptimo de consumo. Por ejemplo, en la Figura Nº 27 se puede observar como a medida que disminuye el precio del bien X, el punto óptimo del consumidor se traslada de A a B y luego de B a C. si se conecta esos tres puntos se obtiene la curva de precio-consumo, la que se define "como el trazado en los que ocurren las combinaciones óptimas de X e Y, que resultan a raíz de cualquier cambio en los precios relativos, cuando se mantienen constante el ingreso monetario del individuo. Sin embargo, no podemos hacer ninguna afirmación a priori acerca de la forma o de la pendiente de la curva de precio-consumo"[30].

[30] Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw-Hill, 2001, pág. 108.

A través de la relación existente entre el precio relativo de un determinado bien y la cantidad consumida del mismo, se puede derivar la curva de demanda. Recordemos que en la primera sección, al graficar la curva de demanda, implícitamente suponíamos constantes el nivel de ingreso del individuo, así como los precios de los otros bienes, haciendo variar solamente el precio del bien en estudio. Si trasladamos las cantidades demandadas de X y los precios asociados a esas cantidades mostradas en la Figura Nº 27; a la Figura Nº 28, podremos dibujar la curva de demanda para el bien X.

Figura Nº 28: Derivación de la Curva de Demanda a Partir de la Curva Precio - Consumo



Suponiendo un nivel de ingreso inicial de I_0 y precio de X e Y iguales a P_X^1 y P_Y respectivamente, diremos que el óptimo de consumo se encuentra en el punto A.

Al bajar sólo el precio del bien X a P_X^2, el óptimo de consumo se traslada al punto B. Si volvemos a bajar el precio de X a P_X^3, el óptimo de consumo se traslada al punto C.

Si se unen los puntos A, B y C se obtiene lo que llamaremos curva precio-consumo.

Asociado a los precios progresivamente menores de X existen tres cantidades demandadas (de X) que son progresivamente mayores: X_1, X_2, X_3.

Si se transfiere estas cantidades (o pares de puntos) a un gráfico en el que se ubica el precio y la cantidad de X, se obtienen los puntos A, B y C. Uniendo estos puntos se obtiene la curva de demanda.

Note que la curva de demanda obtenida corresponde a una curva de demanda individual, no de mercado.

CLASE 11

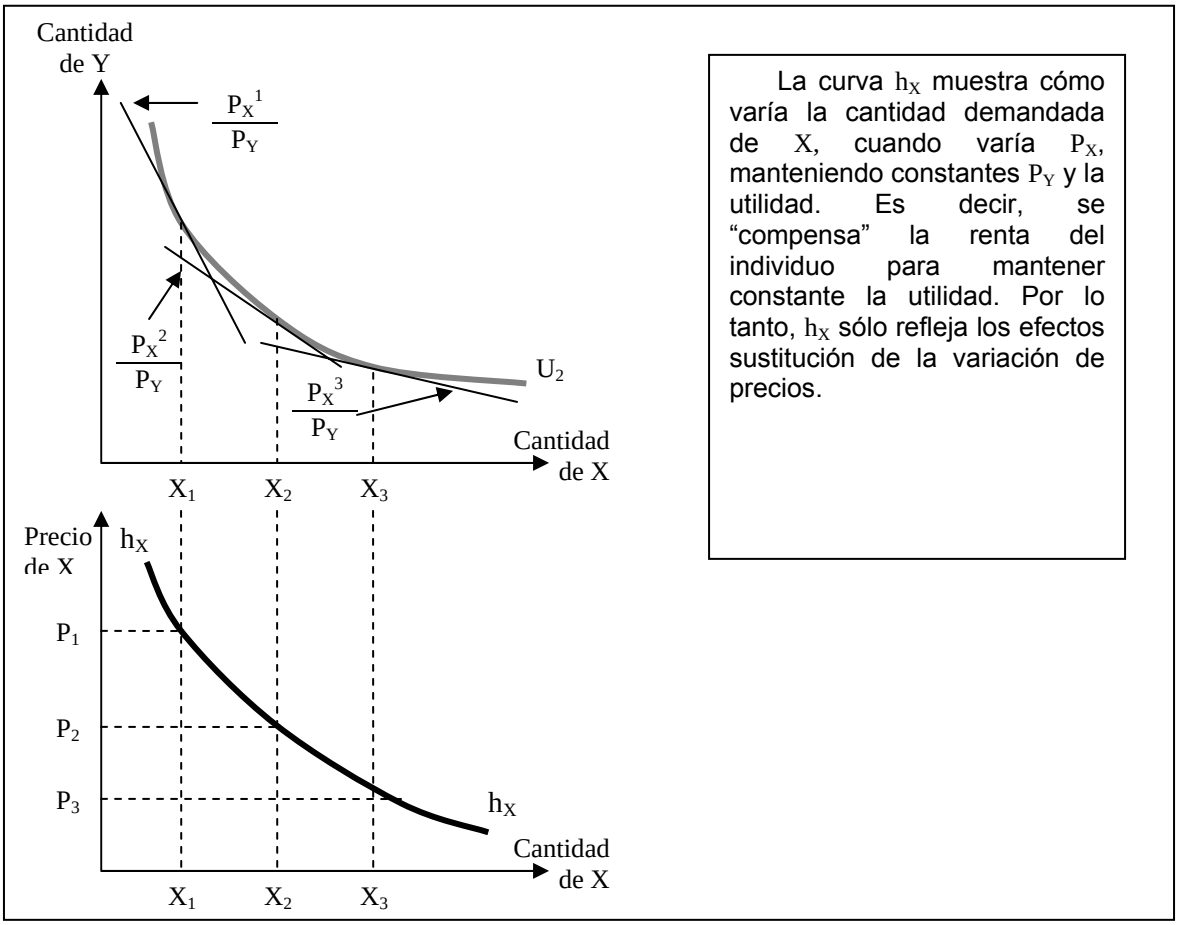
3.3 La Curva de Demanda Compensada[31]

En la Figura Nº 28, la utilidad del individuo varía a lo largo de la curva de demanda. Cuando baja P_X, éste disfruta de un bienestar cada vez mayor, representado por el aumento de la utilidad U_1 a U_2 y a U_3. La razón es que al mantener todo lo demás constante (ingreso nominal y precio de los otros bienes) y solo variar el precio del bien X, un descenso de P_X aumenta el poder adquisitivo del individuo, mejorando así su bienestar.

Aunque la manera más habitual de estudiar el comportamiento del consumidor, ante una variación en el precio, es la mencionada anteriormente. Existe otro enfoque que mantiene constante el ingreso real[32] (o utilidad) del individuo, al tiempo que se examina las reacciones ante las variaciones de P_X. La Figura Nº 29 muestra este procedimiento.

[31] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 96-98.
[32] La distinción entre ingreso nominal e ingreso real estriba en el significado del concepto. Ingreso nominal es la cantidad de dinero con que se cuenta, mientras que el ingreso real corresponde al poder adquisitivo medido en términos de las cantidades que se pueden adquirir.

Figura Nº 29: Curva de Demanda Compensada



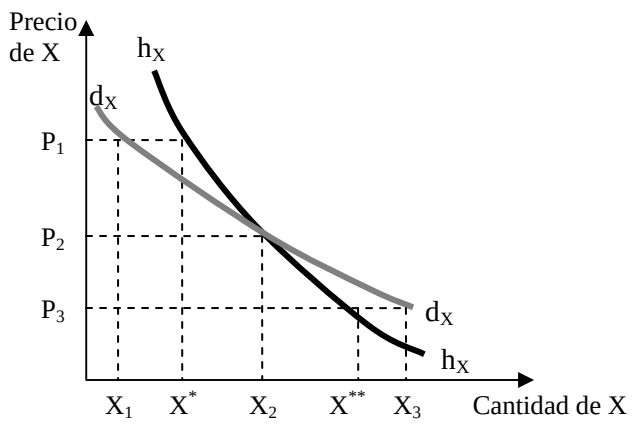
Se mantiene constante la utilidad (en U_2) mientras que se reduce sucesivamente P_X. A medida que baja P_X, la renta nominal del individuo disminuye, de hecho, para impedir que baje la utilidad. En otras palabras, se "compensan" los efectos producidos por la variación del precio en el poder adquisitivo, con el propósito de obligar al individuo a permanecer en U_2. Por lo tanto, las reacciones a las variaciones del precio sólo comprenden los efectos sustitución. Si examináramos, por el contrario, los efectos de las subidas de P_X, la compensación de la renta sería positiva: la renta del individuo tendría que aumentar para que pudiera permanecer en la curva de indiferencia U_2, en respuesta a las subidas de precio. Estos resultados pueden resumirse de la forma siguiente:

Una curva de demanda compensada muestra la relación entre el precio de un bien y la cantidad comprada, suponiendo que otros precios y la utilidad se mantienen constantes. Por lo tanto, la curva sólo muestra los efectos sustitución. En términos matemáticos, la curva es una representación bidimensional de la función de demanda compensada.

$$X^* = h_X(P_X, P_Y, U) \qquad (58)$$

En la Figura Nº 30, se muestra la relación entre la curva de demanda ordinaria y la curva de demanda compensada.

Figura Nº 30: Comparación entre Demanda Ordinaria y Demanda Compensada



Las curvas de demanda compensada (h_X) y ordinaria (d_X) se cortan en P_2, ya que se demanda X_2. Cuando los precios son superiores a P_2, la renta del individuo aumenta con la curva de demanda compensada, por lo que se demanda una cantidad mayor de X, que con la curva ordinaria. Cuando los precios son inferiores a P_2, la situación es inversa. La curva d_X es más plana, porque incorpora tanto el efecto sustitución como el efecto renta, mientras que la curva h_X solo refleja los efectos sustitución.

En P_2 las curvas se cortan, ya que a ese precio el ingreso del individuo es suficiente para alcanzar el nivel de utilidad U_2 (compárese las Figuras Nº 28 y 29). Por lo tanto, se demanda X_2 con cualquiera de los dos conceptos de demanda. Sin embargo, cuando los precios son inferiores a P_2, el individuo sufre una compensación negativa de la renta en la curva h_X, para impedir que aumente la utilidad como consecuencia de la reducción del precio. Por lo tanto, suponiendo que X es un bien normal, se demanda una cantidad menor de X a P_3 a lo largo de h_X, que a lo largo de la curva ordinaria d_X.

Cuando el precio es superior a P_2 (por ejemplo, P_1), la compensación de la renta es positiva, ya que el individuo necesita alguna ayuda para permanecer en U_2. Por lo tanto, suponiendo de nuevo que X es un bien normal, a P_1, se demanda una cantidad mayor de X a lo largo de h_X que a lo largo de d_X. En general, cuando un bien es normal, la curva de demanda compensada es menos sensible a las variaciones de los precios, que la curva ordinaria, ya que esta última refleja tanto el efecto-sustitución como el efecto-renta de las variaciones de los precios, mientras que la compensada refleja solamente los efectos sustitución.

La elección de la curva de demanda compensada o de la ordinaria, en el análisis económico es en gran medida una cuestión de conveniencia. En la mayoría de los estudios empíricos, se utilizan curvas ordinarias, ya que es fácil obtener datos sobre los precios y las rentas nominales necesarios para estimarlas. Para fines teóricos la curva de demanda compensada es un concepto más adecuado, ya que la posibilidad de mantener constante la utilidad tiene algunas ventajas.

Retomemos la ecuación (49) para encontrar las funciones de demanda compensada de X e Y. Lo primero es despejar I obteniendo que:

$$utilidad\ máxima = U(X,Y) = V(I,P_X,P_Y)$$
$$\frac{I}{2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}} = V(I,P_X,P_Y)$$
$$I = 2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}V$$

Se sustituye el valor I en las ecuaciones de demanda marshallianas (demandas ordinarias) de X e Y

$$X = \left(\frac{I}{2P_X}\right)^{0,5} = \left(\frac{2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}V}{2P_X}\right)^{0,5} = \frac{P_Y^{0,5}V}{P_X^{0,5}}$$
$$Y = \left(\frac{I}{2P_Y}\right)^{0,5} = \left(\frac{2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}V}{2P_Y}\right)^{0,5} = \frac{P_X^{0,5}V}{P_Y^{0,5}} \qquad (59)$$

Nótese que las funciones de demanda compensada no dependen del ingreso, sino de la utilidad (V). Dado un determinado nivel de utilidad, una subida de P_X reduce la demanda de X, siendo esta variación sólo el efecto sustitución. En la función ordinaria no influyen las variaciones de precio de otros bienes, lo que si sucede en las demandas compensadas, por ejemplo, una variación al alza de P_Y afectará la demanda de X, desplazándola hacia la derecha. Si las demandas ordinarias y compensadas están definidas como:

$$Demandas\ Ordinarias: X = \frac{I}{2P_X}; Y = \frac{I}{2P_Y}$$
$$Demandas\ Compensadas: X = \frac{P_Y^{0,5}V}{P_X^{0,5}}; Y = \frac{P_X^{0,5}V}{P_Y^{0,5}} \qquad (60)$$

Suponiendo que P_X = 250, P_Y = 1.000, I = 20.000 y V = 20, entonces para ambos tipos de demanda X* = 40 y Y* = 10. Sin embargo cuando P_X > 250, entonces la demanda ordinaria de X arroja una cantidad demandada menor que lo que hace la demanda compensada. Por ejemplo, supongamos P_X = 1.000, ceteris paribus, entonces X* = 10 y Y* = 10 para las demandas ordinarias, mientras que las demandas compensadas arrojan que X* = 20 y Y* = 20, producto de que las demandas compensadas no resienten el efecto-ingreso negativo, producto del alza del precio de X.

El ejemplo anterior pone de manifiesto los diferentes supuestos ceteris paribus inherentes a los dos conceptos de demanda. Con la demanda ordinaria el ingreso se mantiene constante en $20.000, por lo que el alza de precio de X ($250 a $1.000) genera una perdida de utilidad. En la demanda compensada es la utilidad la que se mantiene

constante (V = 20), por lo cual el gasto debe aumentar para mantener el nivel de utilidad, anulando el efecto-ingreso de la variación de precio de X.

Realice ejercicios N° 17 al 20

3.4 Efectos de una Variación en los Precios: Análisis Matemático

Para comenzar nuestro análisis supondremos que sólo existen 2 bienes (X e Y) y centraremos nuestra atención en la función de demanda compensada h_X (P_X, P_Y, U). Para mostrar la conexión entre la demanda compensada (h_X) y la demanda ordinaria (d_X), utilizaremos la función de gasto E = (P_X, P_Y, U). Por definición tendremos que:

$$h_X(P_X, P_Y, U) = d_X\left[P_X, P_Y, E(P_X, P_Y, U)\right] \qquad (61)$$

Diferenciamos parcialmente con respecto a P_X, reconociendo que P_X entra en la función de demanda ordinaria en dos lugares. Por lo tanto,

$$\frac{\partial h_x}{\partial P_X} = \frac{\partial d_x}{\partial P_X} + \frac{\partial d_x}{\partial E} * \frac{\partial E}{\partial P_X} \qquad (62)$$

Reordenamos los términos,

$$\frac{\partial d_x}{\partial P_X} = \frac{\partial h_x}{\partial P_X} - \frac{\partial d_x}{\partial E} * \frac{\partial E}{\partial P_X} \qquad (63)$$

Por consiguiente, la derivada que buscamos tiene dos términos: el primero es la pendiente de la curva de demanda compensada, más concretamente, es el efecto sustitución que se deriva de una variación de P_X. El segundo término muestra como afectan las variaciones de P_X a la demanda de X, a través de las variaciones de los niveles necesarios de gasto (variación poder adquisitivo), es decir, el efecto-ingreso.

Esta relación (ecuación 63) fue descubierta por el economista ruso E. Slutsky. Para mostrar el efecto exacto de Slutsky, se introduce una leve modificación en la notación. Primero, expresamos el efecto-sustitución de la siguiente manera:

$$efecto\ sustitución = \left.\frac{\partial h_X}{\partial P_X}\right|_{U=constante} \qquad (64)$$

Para indicar un movimiento a lo largo de una curva de indiferencia. En el caso del efecto-ingreso, tenemos que:

$$efecto\ ingreso = -\frac{\partial d_X}{\partial E} * \frac{\partial E}{\partial P_X} = -\frac{\partial X}{\partial I} * \frac{\partial E}{\partial P_X} \qquad (65)$$

Dado que las variaciones del ingreso o de los gastos equivalen a lo mismo en la función d_X. Es relativamente fácil demostrar que:

$$\frac{\partial E}{\partial P_X} = X \qquad (66)$$

Combinando las ecuaciones (64) y (66), podemos llegar al siguiente resultado:

Ecuación de Slutsky. La hipótesis de la maximización de la utilidad muestra que el efecto-sustitución y efecto-ingreso provocados por una variación de un precio, pueden representarse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial d_X}{\partial P_X} = efecto\ sustitución + efecto\ ingreso \qquad (67)$$

O sea,

$$\frac{\partial d_X}{\partial P_X} = \left.\frac{\partial X}{\partial P_X}\right|_{U=constante} \qquad (68)$$

La ecuación de Slutsky nos permite estudiar de una manera más definitiva el sentido y la magnitud del efecto-sustitución y del efecto-renta que con un simple análisis grafico. En primer lugar el efecto-sustitución siempre es negativo, en la medida que la RMS sea decreciente. Un descenso (subida) de P_X reduce (aumenta) P_X/P_Y y la maximización de la utilidad exige que la RMS también disminuya (aumente). Pero eso sólo puede ocurrir a lo largo de una curva de indiferencia si X aumenta (o en el caso de una subida de P_X, si disminuye). Por lo tanto, en lo que respecta al efecto-sustitución, el precio y la cantidad deben variar en sentido contrario. En otras palabras, la pendiente de la demanda compensada debe ser negativa.

El signo del efecto-ingreso ($-X\partial X/\partial I$) depende del signo de $\partial X/\partial I$. Si X es un bien normal, $\partial X/\partial I$ es positivo y todo el efecto-ingreso es negativo, al igual que el efecto sustitución. Por lo tanto en los bienes normales, el precio y la cantidad siempre varían en sentido contrario.

Veamos esto a la luz de las demandas de bebidas refrescantes. Tenemos a partir de la ecuación 60 que:

$$X = d_X(P_X, P_Y, I) = \frac{I}{2P_X}$$
$$X = h_X(P_X, P_Y, V) = \frac{P_Y^{0,5}V}{P_X^{0,5}} \qquad (69)$$

El efecto de una variación de P_X en el caso de la función ordinaria (d_X) se obtiene diferenciando la ecuación:

$$\frac{\partial X}{\partial P_X} = \frac{\partial d_X}{\partial P_X} = -\frac{I}{2P_X^2} \qquad (70)$$

Este es el primer miembro de la ecuación de Slutsky (ecuación 68). Para encontrar el segundo, calculamos la pendiente de la función de demanda compensada:

$$\left.\frac{\partial X}{\partial P_X}\right|_{U=constante} = \frac{\partial h_X}{\partial P_X} = -0{,}5\frac{VP_Y^{0,5}}{P_X^{1,5}} \qquad (71)$$

Y utilizamos las funciones de utilidad indirecta para eliminar V:

$$V(I, P_X, P_Y) = \frac{I}{2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}}$$

Quedando:

$$\left.\frac{\partial X}{\partial P_X}\right|_{U=constante} = -0{,}5\frac{\left(\frac{I}{2P_X^{0,5}P_Y^{0,5}}\right)P_Y^{0,5}}{P_X^{1,5}} = -\frac{I}{4P_X^2} \qquad (72)$$

La segunda parte de la descomposición de Slutsky viene dada por:

$$-X\frac{\partial X}{\partial I} = -\left(\frac{I}{2P_X}\right)\left(\frac{1}{2P_X}\right) = -\frac{I}{4P_X^2} \qquad (73)$$

Combinando las ecuaciones 72 y 73, se obtiene,

$$\frac{\partial X}{\partial P_X} = \left.\frac{\partial X}{\partial P_X}\right|_{U=constante} - X\frac{\partial X}{\partial I} = -\frac{I}{4P_X^2} - \frac{I}{4P_X^2} = -\frac{I}{2P_X^2} \qquad (74)$$

Resultado que coincide con el calculado directamente a partir de la demanda ordinaria (ecuación 70).

El ejemplo numérico anterior también muestra la descomposición de Slutsky. Cuando suben los precios de P_X = 250 a P_X = 1.000, la demanda ordinaria desciende de X = 40 a X = 10. De este descenso, la reducción de X = 40 a X = 20 representa el efecto sustitución, mientras que la reducción de X = 20 a X = 10 refleja el efecto-ingreso.

CLASE 12

3.5 Excedente del Consumidor[33]

Un importante problema de economía aplicada es desarrollar una medida monetaria de las ganancias o las pérdidas que experimentan los individuos como consecuencia de las variaciones de los precios. Por ejemplo, si los vendedores de un bien son relativamente pocos, pueden ser capaces de subir el precio de mercado del bien, con el fin de obtener más beneficios. Para asignar un costo monetario a esta distorsión, necesitamos contar con algún método para evaluar la pérdida de bienestar que experimentan los consumidores como consecuencia de la subida del precio. Asimismo, algunos inventos reducen espectacularmente los precios de los productos y en este caso quizá queramos averiguar cuanto salen ganando los consumidores. Para realizar esos cálculos, los economistas han desarrollado el concepto de excedente del consumidor, que permite estimar las ganancias o pérdidas de bienestar a partir de la información sobre la curva de demanda de mercado del producto.

Para el cálculo del excedente del consumidor, nos serviremos de la función de gasto, la que se expresa como $E(P_X, P_Y, U_0)$, donde U_0 es el nivel de utilidad que se pretende alcanzar. Una manera de evaluar el costo en bienestar de la subida de un precio, consistiría en comparar los gastos necesarios para alcanzar U_0 en estas dos situaciones.

$$\begin{aligned} gastos\ a\ P_X^0 &= E_0 = E(P_X^0, P_Y, U_0) \\ gastos\ a\ P_X^1 &= E_1 = E(P_X^1, P_Y, U_0) \end{aligned} \qquad (75)$$

[33] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 103-106.

Por lo que la pérdida de bienestar sería el aumento de los gastos necesarios. Por lo tanto, la variación del bienestar es igual a la diferencia entre E_0 y E_1.

Dado que $E_0 > E_1$, esta variación sería negativa, lo que indica que la subida del precio empeora el bienestar de esta persona. Por el contrario, si bajara el precio, entonces $E_0 < E_1$ y mejoraría el bienestar del individuo. El conocimiento de la función de gasto es suficiente para realizar este tipo de cálculo.

La variación de los gastos necesarios provocada por una variación de P_X, viene dada por la cantidad demandada de X. Para evaluar esta variación de los gastos correspondientes a una "gran" variación del precio, debemos integrar la ecuación:

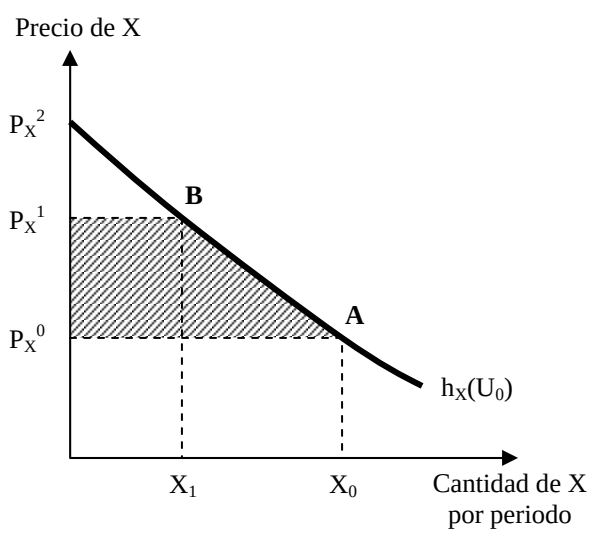
$$\frac{dE(P_X, P_Y, U_0)}{dP_X} = h_X(P_X, P_Y, U_0)$$

Quedando la integral como sigue:

$$\text{Variación de los gastos} = \int_{P_X^0}^{P_X^1} dR = \int_{P_X^0}^{P_X^1} h_X(P_X, P_Y, U_0)\, dP_X \qquad (76)$$

La integral de la ecuación 76 tiene una interpretación gráfica: es el área situada a la izquierda de la curva de demanda compensada (h_X) entre P_X^0 y P_X^1. Es nuestra medida de la pérdida de bienestar, la Figura Nº 31 lo demuestra.

Figura Nº 31: Pérdida de Bienestar de una Variación de un Precio



El área sombreada situada a la izquierda de la curva de demanda compensada, muestra la cantidad que habría que dar a esta persona para que disfrutara del mismo bienestar al precio P_X^1, que al precio P_X^0.

Un consumidor que compra X_0 al precio P_X^0, recibe un excedente de el consumidor de $P_X^2AP_X^0$, ya que éste es el aumento del gasto que habría que dar a esta persona para que estuviera dispuesta a renunciar totalmente a X.

Hay que comprender el origen del término excedente del consumidor para describir las variaciones del bienestar. Consideremos la siguiente pregunta: ¿Cuánto habría que pagar a la persona cuya curva de demanda se muestra en la Figura Nº 31 para que renuncie voluntariamente al derecho a consumir X_0 al precio P_X^0? El precio P_X^2 sería suficientemente alto para inducirla a reducir sus compras de X, a cero. Por lo tanto, de acuerdo a nuestro análisis se necesitaría un gasto adicional, representado por el área $P_X^2AP_X^0$, para compensar a esta persona por renunciar al bien X. Asimismo, ante el precio P_X^0 , una persona decide consumir X_0 y gasta un total de P_X^0 . Al realizar estos gastos, recibe un bienestar adicional (excedente), representado por el área $P_X^2AP_X^0$, en relación con una situación en la que no puede disponerse en absoluto de X.

Veamos esto con nuestro ejemplo de bebidas refrescantes. Sabemos que la función de demanda compensada se define como:

$$X = h_X(P_X, P_Y, V) = \left(P_Y^{0,5}V\right) / P_X^{0,5}$$

Por lo tanto, de acuerdo con la ecuación 76, la pérdida de bienestar provocada por una subida del precio de P_X=250 a P_X=1.000, viene dada por:

$$\text{Variación del bienestar} = \int_{250}^{1.000} \frac{P_Y^{0,5}V}{P_X^{0,5}} dP_X$$
$$= 2VP_Y^{0,5}P_X^{0,5}\Big|_{P_X=250}^{P_X=1.000}$$

Si suponemos que V=20 es el nivel inicial de utilidad, ésta perdida (ya que P_Y=1.000) viene dada por:

$$\text{Pérdida} = 2(20)(1.000)^{0,5}(1.000)^{0,5} - 2(20)(1.000)^{0,5}(250)^{0,5} = 20.000$$

Por lo tanto, se debiera compensar al individuo con $20.000 para mantenerlo en el mismo nivel de utilidad, ya que ésta es la valoración monetaria de la pérdida de excedente.

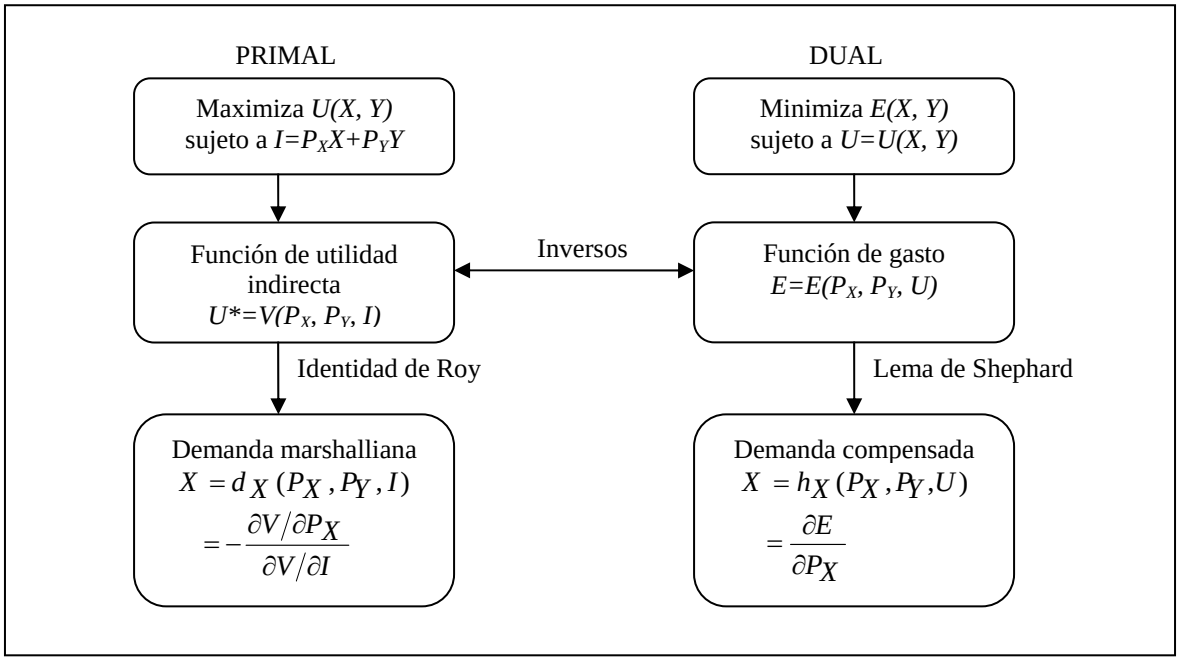
3.6 Lema de Shephard y la Identidad de Roy[34]

Hemos mostrado que el problema de elección del individuo se puede analizar de varias maneras y que las relaciones de demanda pueden encontrarse de diversas formas

[34] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 108-110.

relacionadas. El propósito de esta extensión es resumir estas distintas relaciones para mostrar cómo encajan entre sí. La Figura Nº 32 muestra una guía general.

Figura Nº 32: Relación entre los Conceptos de Demanda



En la parte superior figuran los enfoques duales del problema del individuo: la maximización de la utilidad y la minimización del gasto. Cada uno de ellos da una solución, en la que el objetivo final alcanzado depende implícitamente de los parámetros del problema: la utilidad indirecta y los gastos mínimos dependen de los precios de todos los bienes y de la restricción del problema (ingreso o utilidad, respectivamente). En principio, cada uno de los enfoques también nos permite resolver las funciones de demanda: la maximización de la utilidad (que mantiene constante el ingreso nominal) conduce a las funciones marshallianas y la minimización del gasto (que mantiene constante la utilidad) conduce a las funciones compensadas. Sin embargo, ese cálculo suele ser pesado y puede realizarse más fácilmente a partir de las funciones de utilidad indirecta y de gasto.

Derivando el problema de la minimización del gasto, tenemos que:

$$\frac{\partial E}{\partial P_X} = X = h_X(V, P_X, P_Y)$$

$$\frac{\partial E}{\partial PY} = Y = h_Y(V, P_X, P_Y)$$

Es decir, las funciones de demanda compensada pueden calcularse directamente a partir de la función de gasto, por medio de la diferenciación parcial. Este resultado se denomina lema de Shephard.

Las funciones de demandas marshallianas pueden obtenerse a partir de las funciones de utilidad indirecta, pero en este caso el cálculo es algo más complejo. El lagrangiano de la maximización de utilidades es $L = U(X,Y) + \lambda(I - P_X X - P_Y Y)$, de donde obtenemos que:

$$\frac{\partial U^*}{\partial P_X} = \frac{\partial L}{\partial P_X} = -\lambda X \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial U^*}{\partial I} = \lambda$$

Por consiguiente,

$$\frac{\dfrac{-\partial U^*}{\partial P_X}}{\dfrac{\partial U^*}{\partial I}} = \frac{\dfrac{-\partial V}{\partial P_X}}{\dfrac{\partial V}{\partial I}} = X = d_X(P_X, P_Y, I)$$

Donde la primera ecuación, se deduce de la definición de la utilidad indirecta, V, y la tercera es simplemente un recordatorio de que el valor óptimo de X depende de los parámetros P_X, P_Y e I. Este resultado se denomina identidad de Roy.

Realice ejercicio N° 21

RAMO: MICROECONOMÍA

IPLACEX
instituto profesional

UNIDAD II

DEMANDA DE MERCADO Y TEORÍA DE LA FIRMA

CLASE 01

1. CONCEPTOS DE MERCADO

Generalmente, el concepto mercado se asocia con el lugar en donde los individuos acuden a comprar las cosas que necesitan, como puede ser el mercado central que existe en la mayor parte de las ciudades, las ferias libres que se instalan en las comunas, los modernos centros comerciales, etc. Esta asociación es en parte correcta respecto a lo que en términos económicos se entiende como mercado, ya que en la práctica se puede observar allí una forma de organización, en la cual se da el intercambio voluntario de bienes entre compradores y oferentes.

Si se es un poco observador, también se puede apreciar que existen en el mismo lugar más de un oferente de un mismo producto, lo que permite que los consumidores puedan comparar, esto significa que los precios no pueden ser muy distintos entre los oferentes, es decir, se establece un precio de mercado (de equilibrio) para ese bien, el que se fija mediante un acuerdo tácito entre consumidores y oferentes: lo que la mayoría de los consumidores esta dispuesto a pagar versus lo que la mayoría de los oferentes esta dispuesto a recibir.

Ahondando en la temática de esta unidad, existen muchas formas en las cuales puede organizarse la actividad económica. La más generalizada, y la que se estudiará, es el sistema de mercado o de precios. En dicho sistema, los recursos tienden a fluir hacia donde obtienen la más alta tasa de retorno[1], o el mayor beneficio posible. Los precios, representan señales que determinan hacia donde fluirán los recursos y proveen la información de la manera más rápida y barata. Estos precios son determinados en los innumerables mercados para la elevada gama de bienes y servicios que se compran y venden cada día. El sistema de mercado es uno en el cual la toma de decisiones se realiza de una manera descentralizada, debido a que comprende la coordinación espontánea de millones de participantes.

Otra forma de organización social para la producción y distribución de bienes y servicios, se conoce como economía planificada. En dicho sistema, los flujos de bienes y recursos no se encuentran dirigidos por el sistema de precios, sino que son orientados por la persona que está a cargo de dicha tarea, por ejemplo, el gobierno en la desaparecida Unión Soviética.

En realidad, en la mayoría de los países se utiliza una combinación de los sistemas de mercado y de economía planificada. En este sistema económico simplificado actúan los individuos, las empresas y el gobierno. Las actividades, es decir, los flujos de bienes y recursos en el sector de mercado privado de la economía (sin incluir en él la actividad del

[1] Tasa de retorno: es la ganancia o pérdida porcentual sobre una inversión, expresada como una tasa anual.

gobierno), dependen del intercambio voluntario. Los flujos de bienes y recursos hacia el gobierno, dependen del resultado neto de la actividad política dentro del marco de referencia institucional existente en materia de leyes, hechos precedentes, tradición y costumbres.

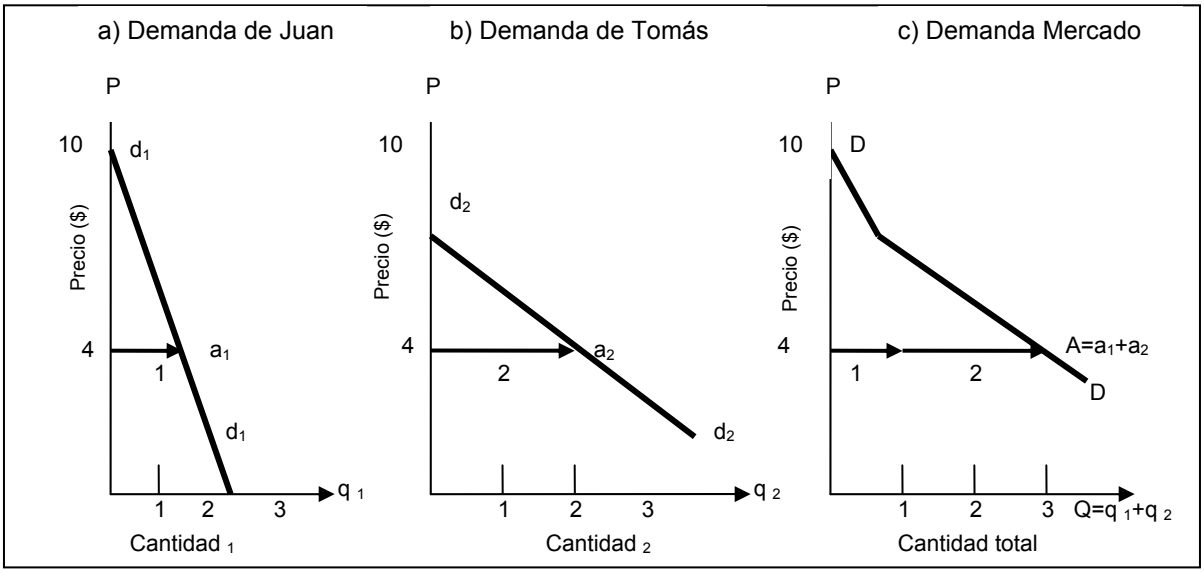
Desde una visión microeconómica, el término mercado se define como: "un mecanismo por medio del cual los compradores y los vendedores interactúan para fijar los precios e intercambiar bienes y servicios"[2]. El modelo económico de Marshall, refleja esta definición de interacción entre oferta y demanda, en la determinación del precio de un bien. Dicho modelo habla de las demandas y ofertas de mercado.

A continuación, se estudiará la demanda de mercado.

1.1 Demanda de Mercado: Suma de Demandas Individuales[3]

Marshall en su modelo económico, estableció que la fijación del precio de equilibrio se logra a través de la interacción entre Oferta y Demanda de Mercado, sin embargo, ¿cómo se obtiene una demanda de mercado? La curva de demanda de mercado no es difícil de obtener, ya que corresponde a la suma de las demandas individuales a los distintos niveles de precio. Cuando se realiza esta suma hasta el punto en que ningún individuo en el mercado demande ninguna cantidad del bien, se le denomina *suma horizontal de las curvas de demanda individuales*. La Figura Nº1, grafica esta suma horizontal.

Figura Nº1: Demanda de Mercado a Partir de Demandas Individuales



[2] Samuelson, P. y Nordhaus, W., Economía, Decimoséptima edición. España, McGraw-Hill, 2002, pág. 22.
[3] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 127-130.

Como se puede observar en la Figura Nº1, cada punto de la demanda de mercado corresponde a la suma de las cantidades demandadas por cada individuo a distintos niveles de precios. Por ejemplo, a un nivel de precios de $4, la demanda de mercado es de 3 unidades: 1 unidad que demanda Juan y 2 unidades que demanda Tomás. La curva de demanda de mercado, es simplemente la "suma horizontal" de las curvas de demanda de todos los individuos[4], y también se le suele llamar Demanda Agregada.

Para definir la función de demanda de mercado de un bien específico, desde una perspectiva matemática, se supondrá que en una economía, sólo existen dos bienes (X e Y) y dos personas (1 y 2). La función de demanda del bien X, por parte de la primera persona, viene dada por:

$$X_1 = d_X^1(P_X, P_Y, I_1) \qquad (1)$$

Y la demanda de X, por parte de la segunda persona, viene dada por:

$$X_2 = d_X^2(P_X, P_Y, I_2) \qquad (2)$$

Para efectos de cualquier análisis de este tipo, bajo el supuesto de información perfecta de los precios, se entiende que ambas personas se enfrentan a los mismos precios (P_X y P_Y) y que cada una es un precio-aceptante, es decir, debe aceptar los precios vigentes en el mercado. Además, la demanda de cada persona depende de su propio ingreso, ya que cada una está sujeta a una restricción presupuestaria que determina lo que puede comprar con el ingreso I_1 e I_2, respectivamente.

Como se mencionó anteriormente, la demanda de mercado es la demanda total de X, lo que, en el ejemplo descrito, es simplemente la suma de las cantidades demandadas por las dos personas. Evidentemente, esta demanda de mercado depende de los parámetros P_X, P_Y, I_1 e I_2. En términos matemáticos,

$$X\ total = X_1 + X_2 = d_X^1(P_X, P_Y, I_1) + d_X^2(P_X, P_Y, I_2) \qquad (3)$$

O bien,

$$X\ total = D_X(P_X, P_Y, I_1, I_2),$$

Donde la función D_X, representa la función de demanda de mercado del bien X. Note que en este caso, la demanda de mercado depende tanto de los precios del bien X, como del bien Y, además del ingreso de cada persona. Para hallar la curva de demanda de mercado, se debe variar P_X, mientras que P_Y, I_1 e I_2 se mantienen constantes. Suponga que la

[4] Aunque, en este caso, la representación se aplica a las curvas de demanda no compensada (es decir, a las curvas en las que la renta nominal se mantienen constante), podría utilizarse un procedimiento idéntico para representar las curvas de demanda compensada del mercado, a partir de las curvas de demanda compensada individuales (utilidad constante).

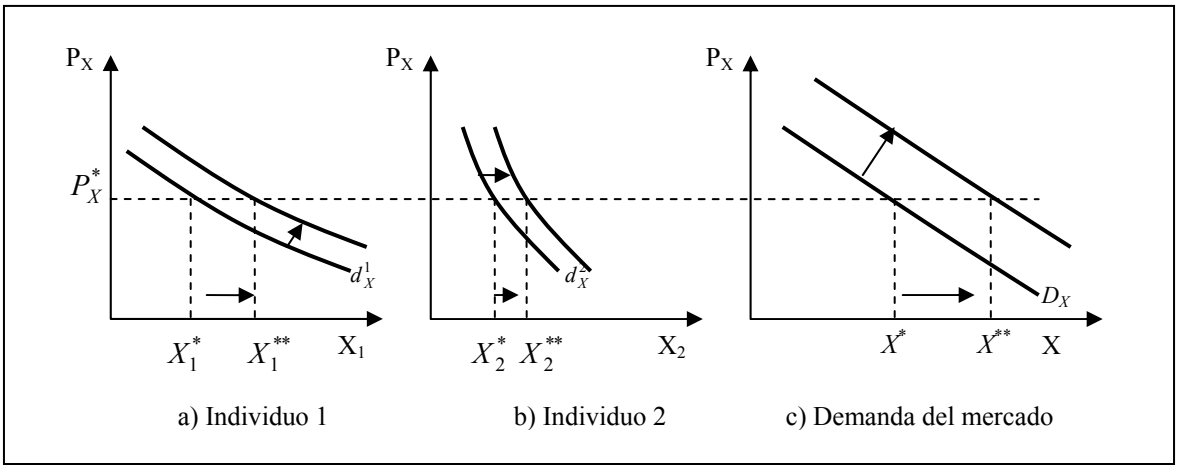
demanda del bien X por parte de cada persona tiene pendiente negativa, la curva de demanda del mercado también la tendrá, es decir, una reducción de P_X hace que aumente la cantidad demandada de X en el mercado, debido a que cada persona demandará más.

La curva de demanda de mercado resume la relación ceteris paribus[5] entre X y P_X, de manera que, si los otros factores determinantes de la demanda que subyacen a la construcción de esta curva no varían, la posición de la curva permanece fija.

Lo anterior lleva a que, si lo que se quiere es analizar el por qué una curva de demanda del mercado podría desplazarse, se debe determinar primero cómo se desplazan las curvas de demanda individuales y, en segundo lugar, identificar las diferencias que se producen entre la suma horizontal de estas nuevas curvas de demanda y la antigua demanda de mercado.

En algunos casos, el sentido en que se desplaza la curva de demanda de mercado es razonablemente inequívoco. Por ejemplo, si aumenta el ingreso de las dos personas y ambas consideran que X es un bien normal[6], la curva de demanda de cada persona se desplazará hacia fuera. Se demandará más, a cada uno de los precios en el mercado, porque ha aumentado la renta de cada persona. La Figura Nº2 muestra esta situación.

Figura Nº2: Desplazamiento de la Curva de Demanda de Mercado ante un Aumento en el Ingreso



Hay otros casos que pueden ser más complejos, por ejemplo, si las curvas de demanda de algunas personas se desplazan hacia la derecha y las de otras se desplazan hacia la izquierda, el efecto producido en la demanda de mercado será ambiguo. Suponga

[5] Recuerde que la frase ceteris paribus significa: manteniendo todo lo demás constante.
[6] Por definición, los bienes normales son aquellos bienes que ante una variación del ingreso experimentan una variación en la cantidad consumida en el mismo sentido, por ejemplo, si se produce un aumento en el ingreso, un bien normal tenderá a aumentar su consumo, por el contrario, si el ingreso disminuye se tenderá a reducir el consumo del bien normal.

que I_1 aumenta e I_2 disminuye; el efecto total producido en la posición de la curva de demanda de mercado, dependerá de los desplazamientos relativos que provoquen estas variaciones del ingreso, en las funciones de demanda de los individuos. Es posible que la curva de demanda total se desplace hacia la izquierda, aún cuando el aumento de I_1 sea superior a la disminución de I_2, esto se puede provocar cuando la reacción de la segunda persona ante la variación en el ingreso, es mayor en relación con la reacción de la primera persona.

El efecto que produzcan en la demanda del mercado, los cambios de ingreso total, dependerán en gran medida de cómo se distribuyan entre los individuos las variaciones del ingreso. Por ejemplo, una reducción del impuesto sobre la renta que favorecerá a las personas de ingreso bajo podría influir significativamente en la demanda de alimentos y en la compra de artículos básicos, pero relativamente poco en los bienes de lujo. Una reducción de los impuestos de la misma magnitud que favorezca a las personas de ingreso alto, podría producir el efecto contrario.

Lo mismo ocurre cuando se analiza el efecto que produce en la demanda de mercado de X una variación del precio de algún otro bien (Y). Por ejemplo, si sube P_Y y la "mayoría" de las personas considera que X e Y son sustitutivos brutos, la demanda de mercado de X se desplazará hacia la derecha. Sería de esperar, por ejemplo, que una subida del precio del pollo desplazará la curva de demanda de mercado de vacuno hacia la derecha.

A continuación, se ilustrará lo expuesto anteriormente, con un sencillo conjunto de funciones de demandas lineales.

Suponga que la demanda de naranjas, por parte del individuo 1 (X, expresada en docenas al año), viene dada por:

$$X_1=10 - 2P_X + 0{,}1I_1 + 0{,}5P_Y \qquad (4)$$

Donde, P_X = precio de las naranjas (pesos por docena)
I_1 = ingreso del individuo 1 (en miles de pesos)
P_Y = precio de los pomelos (sustituto de las naranjas)

Y la demanda de naranjas, por parte del individuo 2, viene dada por:

$$X_2 = 17 - P_X + 0{,}5I_2 + 0{,}5P_Y \qquad (5)$$

Por tanto, la función de demanda de mercado es:

$$D_X\,(P_X, P_Y, I_1, I_2) = X_1+X_2 = 27 - 3P_X + 0{,}1I_1 + 0{,}5I_2 + P_Y \qquad (6)$$

En esta expresión, el coeficiente del precio de las naranjas (3) representa la suma de los coeficientes de las dos personas (2 y 1), al igual que el coeficiente de los precios de los pomelos (1 = 0,5 y 0,5), debido al supuesto de que los mercados de naranjas y de pomelos se caracterizan por la ley de un sólo precio. Sin embargo, como los coeficientes de ingreso son diferentes para los dos individuos, la función de demanda depende de la distribución del ingreso entre ellos.

Si se asignan valores a I_1, I_2 y P_Y en la ecuación (6), por ejemplo, suponga $I_1 = 40$, $I_2 = 20$ y $P_Y = 4$, se obtendrá la curva de demanda del mercado:

$$X = 27 - 3P_X + 4 + 1 + 4 = 36 - 3P_X \qquad (7)$$

Que es una sencilla curva de demanda lineal. Si el precio de los pomelos subiera a $P_Y = 6$, suponiendo que el ingreso de las personas no varía, la curva se desplazaría hacia la derecha a:

$$X = 27 - 3P_X + 4 + 1 + 6 = 38 - 3P_X \qquad (8)$$

Mientras que un impuesto sobre la renta que tomara 10 (mil pesos) del individuo 1 y los transfiriera al 2 desplazaría la curva de demanda hacia la izquierda a:

$$X = 27 - 3P_X + 3 + 1{,}5 + 4 = 35{,}5 - 3P_X \qquad (9)$$

Ya que las variaciones del ingreso del individuo 1 producen un efecto marginal mayor en las compras de naranjas. Todas estas variaciones desplazan la curva de demanda en paralelo, ya que en este caso lineal, ninguna de ellas afecta a ninguno de los coeficientes de P_X de los dos individuos. En todos los casos, una subida de P_X de 1 peso provocaría una reducción de X de 3 docenas al año.

Ahora, se generalizará la definición de demanda de mercado referida sólo a dos bienes y dos personas (ecuación 3). Suponga que existen "n" bienes (representados por X_i, $i = 1, n$) cuyos precios son P_i, $i = 1, n$. Suponga también que existen "m" personas en la sociedad. En ese caso, la demanda del bien i-ésimo por parte de la persona j-ésima dependerá de todos los precios y de I_j, que es el ingreso de esta persona. Las funciones correspondientes pueden representarse de la forma siguiente:

$$X_{ij} = d_{ij}(P_1, \ldots, P_n, I_j) \qquad (10)$$

Donde $i = 1, n$ y $j = 1, m$. Utilizando estas funciones de demanda individuales, se pueden definir de la siguiente manera los conceptos de demanda de mercado.

Demanda de mercado. La función de demanda de mercado de un bien determinado (X_i), es la suma de las demandas de ese bien, por parte de cada persona:

$$X_i = \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = D_i(P_1,...,P_n, I_1,...,I_m) \qquad \textbf{(11)}$$

La curva de demanda de mercado de X_i se obtiene a partir de la función de demanda, modificando P_i y manteniendo constantes todos los demás determinantes de X_i. Suponiendo que la curva de demanda de cada persona tiene pendiente negativa; entonces, la curva de demanda de mercado también la tendrá.

Cabe destacar que esta definición es sólo una generalización del análisis anterior, la que contiene tres aspectos que merece la pena repetir:

a) La representación funcional de la ecuación (11), muestra que la demanda de X_i depende no sólo de P_i sino también de todos los precios de los demás bienes, por lo tanto, es de esperar que la variación de uno de esos otros precios desplazará la curva de demanda a una nueva posición.

b) La notación funcional indica que la demanda de X_i depende de toda la distribución de los ingresos de los individuos[7].

c) Las funciones de demanda de los individuos que se han obtenido, suponen que las preferencias (gustos), aunque quede algo oculto por la notación utilizada, permanecen fijas. La razón de esto, es que en muchos análisis económicos se supone que estos cambios se producen a un ritmo tan lento que pueden mantenerse implícitamente constantes sin falsear la situación.

Para efectos de facilitar el entendimiento de esta unidad, se estudiará a menudo un único mercado, utilizando en la mayoría de los casos la letra Q para referirse a la cantidad del bien demandado en ese mercado y P para representar su precio. Asimismo, se debe tener presente que cuando se traza una curva de demanda en el plano $Q - P$, el supuesto ceteris paribus estará presente.

Realice ejercicios N° 1 al 4

[7] Aunque en algunos análisis económicos es habitual referirse a la influencia de las variaciones del poder adquisitivo total agregado en la demanda de un bien, este enfoque puede ser una simplificación engañosa, ya que el efecto que produzca realmente esas variaciones en la demanda total, dependerá de cómo se distribuyan exactamente las variaciones del ingreso entre los individuos.

CLASE 02

1.2 La Elasticidad

¿Qué pasaría con la demanda de automóviles Mercedes Benz, sí redujeran sus precios a niveles de $5 millones? ¿Qué sucedería con la demanda de viviendas nuevas, si se entregase un subsidio adicional al ya conocido subsidio habitacional? Estas preguntas, que se puede formular un economista como cualquier persona, buscan interpretar la forma en que se ve afectada la demanda o cantidad demandada ante variaciones de una de sus variables determinantes.

La respuesta de la demanda a variaciones del precio, o de alguna otra variable, se interpreta como la sensibilidad de la demanda de un bien X respecto a la variable en estudio, lo que se mide a través de la elasticidad.

Para definir en forma general la Elasticidad, suponga que una variable B depende de otra A; y que esta dependencia se representa de la siguiente manera:

$$B = f(A\ldots) \qquad (12)$$

Donde los puntos suspensivos de la ecuación, indican que B puede depender también de otras variables. Se define entonces, la elasticidad de B con respecto a A (representada por $e_{B,A}$) de la siguiente forma:

$$\boxed{e_{B,A} = \frac{\text{variación porcentual de } B}{\text{variación porcentual de } A} = \frac{\Delta B/B}{\Delta A/A} = \frac{\partial B}{\partial A}\cdot\frac{A}{B}} \qquad (13)$$

Esta expresión muestra cómo responde la variable B, ceteris paribus, a una variación de la variable A del 1%. Aunque la derivada parcial ($\partial B/\partial A$) también muestra cómo varía B cuando varía A, no es tan útil como la elasticidad porque se mide en unidades de B por cada variación unitaria de A. En la elasticidad, la multiplicación de esa derivada parcial por A/B hace que las unidades desaparezcan, por lo que la expresión restante se formula en términos porcentuales puros.

A continuación, se analizarán algunas elasticidades, con las que se aprovechará de demostrar la utilidad que presenta la elasticidad versus la derivada parcial.

1.2.1 Elasticidad – Precio de la Demanda

De las muchas aplicaciones del concepto de elasticidad, probablemente la más importante sea la de elasticidad-precio de la demanda. Ésta muestra la sensibilidad de la cantidad demandada (Q) ante variaciones del precio de un bien (P). Aplicando la ecuación (13), la elasticidad-precio de la demanda se definiría de la forma siguiente:

Elasticidad-precio de la demanda ($e_{Q,P}$)

$$e_{Q,P} = \frac{variación\ porcentual\ de\ Q}{variación\ porcentual\ de\ P} = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} \qquad \textbf{(14)}$$

Esta elasticidad indica cómo varía Q en términos porcentuales en respuesta a una variación porcentual de P. Dado que $\partial Q/\partial P$ normalmente es negativa, es decir, P y Q varían en sentido contrario, el valor de $e_{Q,P}$ normalmente es negativo[8]. Por ejemplo, si el valor de $e_{Q,P}$ fuera -1, significaría que una subida del precio en un 1%, provocará una reducción en la cantidad demandada de un 1%, mientras que si fuera -2, significaría que una subida de precio del 1% provocará una reducción en la cantidad demandada de un 2%.

A modo de ejemplo, suponga que la demanda por tomates es igual a:

$$Q_T = 13 - 0{,}02P_T$$

Donde Q_T es kilos de tomates por semana y P_T es pesos por kilo. Suponga, además, que la demanda por huevos es:

$$Q_H = 27 - 0{,}3P_H$$

Donde Q_H es unidades de huevos por semana y P_H es pesos por unidad. Al calcular las derivadas parciales de ambas demandas, se obtendrá:

$$\frac{\partial Q_T}{\partial P_T} = -0{,}02\ Kilos/pesos \qquad y \qquad \frac{\partial Q_H}{\partial P_H} = -0{,}3\ Huevos/pesos$$

Como se puede apreciar, la derivada parcial de la demanda de tomates ($\partial Q_T / \partial P_T$) indica que ante una variación de $1 en el precio, la cantidad demandada de tomates reaccionará en forma inversa equivalente a 0,02 kilos por semana, es decir, ante un aumento de $50 en el precio, la cantidad semanal demandada disminuye en un kilo. Por su parte, la

[8] A veces la elasticidad de la demanda se define como el valor absoluto de la definición de la Ecuación 14. Por consiguiente, según esta otra definición, la elasticidad nunca es negativa; las curvas se clasifican en elásticas ($|e_{Q,P}| > 1$), de elasticidad unitaria ($|e_{Q,P}| = 1$) o inelásticas ($|e_{Q,P}| < 1$).

derivada parcial de la demanda de huevos ($\partial Q_H / \partial P_H$) indica que ante una variación de $1 en el precio de los huevos, la cantidad demandada de huevos reaccionará en forma inversa equivalente a 0,3 huevos por semana, es decir, ante un aumento de $50 en el precio de los huevos, la cantidad demandada disminuye en 15 huevos a la semana.

¿Qué bien, huevos o tomates, tiene mayor sensibilidad ante un aumento de $50 en su respectivo precio? Como las derivadas parciales entregan la variación del bien respecto de su precio, en unidades distintas (kilos de tomates, unidades de huevos) es difícil poder afirmar que uno es más sensible que el otro frente a una variación de igual magnitud en pesos ($50). Lo anterior conlleva a retomar el argumento de que la elasticidad es mejor que la derivada parcial.

La definición de elasticidad-precio (ver Ecuación 14), toma la derivada parcial y la multiplica por la relación P/Q, lo que permite eliminar las unidades de medida, expresando el resultado en términos porcentuales puros, facilitando la comparación. La elasticidad – precio, para el caso de la demanda de tomates, es:

$$e_{Q,P} = \frac{\partial Q_T}{\partial P_T} \cdot \frac{P_T}{Q_T} = -0{,}02 \, \frac{Kilos}{pesos} \cdot \frac{pesos}{Kilos} = -0{,}02$$

Y para la demanda de huevos:

$$e_{Q,P} = \frac{\partial Q_H}{\partial P_H} \cdot \frac{P_H}{Q_H} = -0{,}3 \, \frac{unidad}{pesos} \cdot \frac{pesos}{unidad} = -0{,}3$$

Dado que la elasticidad-precio se expresa términos porcentuales, se está en condiciones de decir que la demanda de huevos es más sensible a las variaciones de precio comparado con la demanda de tomates

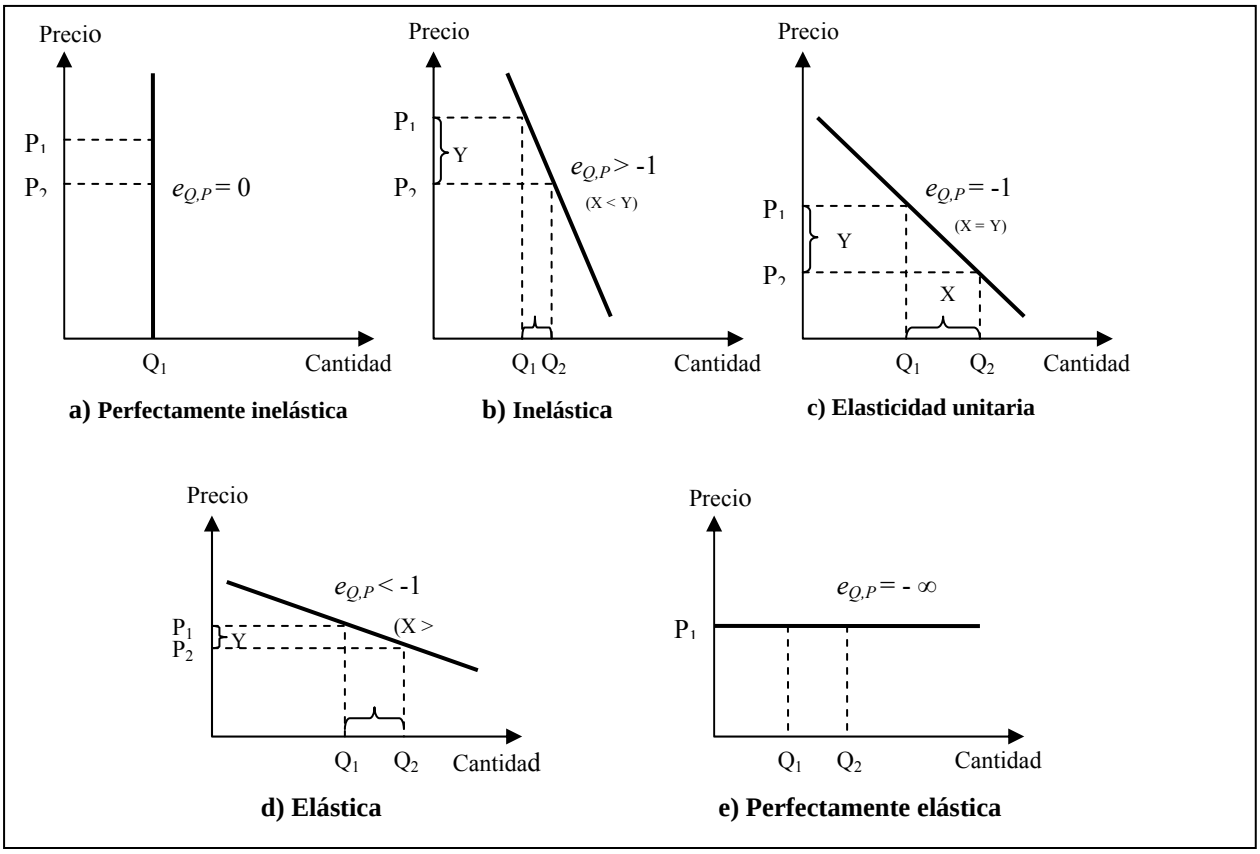
A menudo se hace una distinción entre los valores de $e_{Q,P}$ que son inferiores, iguales o mayores a -1. Concretamente, se utiliza la terminología que se muestra en el Cuadro Nº1. En el caso de una curva elástica, una subida del precio provoca una reducción más que proporcional en la cantidad. En el caso de una curva de elasticidad unitaria, la subida del precio y la reducción de la cantidad son de magnitudes proporcionales idénticas. En el caso de una curva inelástica, el precio sube proporcionalmente más de lo que disminuye la cantidad.

Cuadro Nº1: Terminología de la Elasticidad – Precio de la Demanda

Valor de $e_{Q,P}$ en un punto	Terminología de la curva en ese punto
$e_{Q,P} < -1$	Elástica
$e_{Q,P} = -1$	Elasticidad unitaria
$e_{Q,P} > -1$	Inelástica

Si una curva es elástica, una variación en el precio afecta "mucho" a la cantidad demandada; en cambio, si es inelástica, la variación en el precio no afecta tanto a la cantidad demandada. La Figura Nº3, ilustra las distintas elasticidades que puede tomar la curva de demanda de mercado. Por ejemplo, la cantidad demandada de servicios médicos es indudablemente muy inelástica. En este caso, la curva de demanda del mercado puede ser casi vertical, lo que indica que la cantidad demandada no es sensible al precio, es decir, una variación de x% en el precio, provocará una variación muy pequeña en la cantidad demandada. En cambio, es probable que las variaciones de los precios influyan considerablemente en la cantidad comprada de caramelos (la demanda es elástica). En este caso, la curva de demanda del mercado sería relativamente plana. Si variara el precio de mercado, aunque sólo fuera ligeramente, la cantidad demandada variaría significativamente.

Figura Nº3: Elasticidades en la Curva de Demanda



La elasticidad – precio de la demanda, permite conocer el comportamiento de la cantidad demandada ante variaciones en el precio, sin embargo, ¿cómo se ve afectado el gasto total o presupuesto, ante la variación en el precio de un bien determinado? El gasto total que se realiza en un bien cualquiera, se encuentra multiplicando el precio (P) de dicho bien, por la cantidad elegida (Q). Utilizando el concepto de elasticidad-precio de la demanda, es posible observar cómo varía el gasto total, cuando varía el precio de un bien.

Dado que la propia Q es una función de P, diferenciando PQ con respecto a P, se tiene que:

$$\frac{\partial PQ(P)}{\partial P} = Q + P \cdot \frac{\partial Q}{\partial P} \qquad (15)$$

Dividiendo ambos miembros por Q, se obtiene:

$$\frac{\partial PQ / \partial P}{Q} = 1 + \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} = 1 + e_{Q,P} \qquad (16)$$

Dado que Q tiene un valor positivo, el signo de $\partial PQ/\partial P$ dependerá de que $e_{Q,P}$ sea mayor o menor que -1. Si $e_{Q,P} > -1$ la demanda es inelástica y la derivada es positiva: el precio y los gastos totales varían en el mismo sentido. Por ejemplo, una subida del precio elevaría los gastos totales, ya que P aumentaría proporcionalmente más de lo que disminuiría Q. Esa situación se ha observado en la demanda de productores agrícolas. Dado que la demanda de alimentos es inelástica con respecto al precio, una subida de su precio, provocada, por ejemplo, por el mal tiempo, eleva los gastos totales en alimentos.

En cambio, si $e_{Q,P} < -1$, el precio y los gastos totales varían en sentido contrario. Por ejemplo, una subida del precio reduce los gastos totales, ya que la cantidad comprada disminuye proporcionalmente más de lo que sube el precio. El Cuadro Nº2, que se ha elaborado a partir de la ecuación (16), resume estas respuestas del gasto total a una variación del precio.

Cuadro Nº2: Respuesta del Gasto Total a las Variaciones de los Precios

Demanda	Respuesta de PQ	
	Subida del precio	Bajada del precio
Elástica	Disminuye	Aumenta
Elasticidad unitaria	No varía	No varía
Inelástica	Aumenta	Disminuye

CLASE 03

1.2.2 La Elasticidad – Ingreso de la Demanda

Otro tipo de elasticidad que se encuentra frecuentemente en economía es la elasticidad-ingreso de la demanda ($e_{Q,I}$). Este concepto indica la relación entre las variaciones del ingreso y las variaciones de la cantidad. Esta elasticidad es otra aplicación de la definición general de la ecuación (13).

Elasticidad-ingreso de la demanda ($e_{Q,I}$)

$$e_{Q,I} = \frac{variación\ porcentual\ de\ Q}{variación\ porcentual\ de\ I} = \frac{\partial Q}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q} \qquad \textbf{(17)}$$

La elasticidad-ingreso de la demanda permite conocer, además de la forma en que reacciona la demanda de un bien ante variaciones del ingreso, si el bien es normal o inferior. Un bien normal es aquel cuya cantidad demandada aumenta a medida que aumenta el ingreso y viceversa, mientras que un bien inferior es aquel cuya cantidad demandada disminuye a medida que aumenta el ingreso y viceversa

Cuando un bien es normal, $e_{Q,I}$ tiene un valor positivo, ya que $\partial Q/\partial I$ es positiva. En cambio, cuando es inferior, $e_{Q,I}$ tiene un valor negativo.

En el caso de los bienes normales, tiene mucho interés saber si $e_{Q,I}$ es mayor o menor que 1. Los bienes cuya $e_{Q,I}$ >1 podrían denominarse bienes de lujo, en el sentido de que sus compras aumentan más rápido que el ingreso. Por ejemplo, si la elasticidad-ingreso de la demanda de automóviles es 2, significa que un aumento en el ingreso de 10% provocará un incremento en las compras de automóviles del 20%. En cambio, un bien como los alimentos probablemente tiene una elasticidad-ingreso menor que 1. Si la elasticidad-ingreso de la demanda de alimentos fuera 0,5, significa que un incremento de la renta del 10% sólo provocaría un aumento en las compras de alimentos del 5%.

A continuación, se analizará lo que sucede con la elasticidad – ingreso del ejemplo de naranjas y pomelos.

Es conocido que la demanda de naranjas para el individuo 1 está dada por la ecuación:

$$X_1 = 10 - 2P_X + 0{,}1I_1 + 0{,}5P_Y$$

¿Qué tipo de bien, representan para el individuo 1, las naranjas? Para responder esto, se aplicará la elasticidad-ingreso a la función de demanda, de lo que se obtiene $e_{Q,I} = 0{,}1$, es

decir, es un bien normal ($e_{Q,I} < 1$). Si se realiza el mismo procedimiento para la demanda de naranjas del individuo 2 (definida como $X_2 = 17 - P_X + 0{,}5I_2 + 0{,}5P_Y$), se encontrará que la elasticidad ingreso es $e_{Q,I} = 0{,}5$, es decir, también es un bien normal ($e_{Q,I} < 1$) para el individuo 2.

El Cuadro Nº3, muestra la clasificación de los bienes de acuerdo al valor de la elasticidad – ingreso.

Cuadro Nº3: Clasificación de las Elasticidades Ingreso

Valor elasticidad-ingreso	Clasificación del bien
$e_{Q,I} < 0$	Bien Inferior
$e_{Q,I} > 0$	Bien Normal
$e_{Q,I} > 1$	Bien Superior o de lujo

Hasta el momento se ha analizado la elasticidad – ingreso de un bien específico, sin embargo, es necesario considerar que si una variación en el ingreso (restricción presupuestal), provoca un cambio más que proporcional en el consumo de un bien, entonces implicará un cambio menos que proporcional en otro. Esto lleva a decir que "las elasticidades – ingreso de la demanda de diversos bienes considerados en el patrón de gastos de un consumidor se encuentran relacionadas entre sí, debido a la restricción presupuestal misma."[9].

Desde un punto de vista algebraico, se sabe que la restricción presupuestal, viene dada por la suma de los productos precio – cantidad, la que debe ser igual al total del ingreso, suponiendo que todo el ingreso se gasta en el consumo de diversos bienes.

$$\sum_{i=1}^{n} P_i X_i = I$$

Para efectos demostrativos, se supondrá que existen sólo dos bienes (X e Y), lo que dejaría la restricción presupuestaria expresada como:

$$P_X \cdot X + P_Y \cdot Y = I \qquad (18)$$

[9] Miller, R. y Meiners, R., Microeconomía, Tercera edición. México, McGraw-Hill, 2001, pág. 174.

Diferenciando la restricción presupuestaria con respecto a I, se tiene que:

$$\frac{\partial P_X}{\partial I} X + P_X \frac{\partial X}{\partial I} + \frac{\partial P_Y}{\partial I} Y + P_Y \frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{\partial I}{\partial I}$$
$$P_X \frac{\partial X}{\partial I} + P_Y \frac{\partial Y}{\partial I} = 1 \qquad (19)$$

Multiplicando cada uno de los términos por (una forma compleja de) 1, se tiene:

$$P_X \cdot \frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{I}{I} \cdot \frac{X}{X} + P_Y \cdot \frac{\partial Y}{\partial I} \cdot \frac{I}{I} \cdot \frac{Y}{Y} = 1$$

Reordenando la ecuación:

$$\frac{P_X X}{I} \cdot \frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{I}{X} + \frac{P_Y Y}{I} \cdot \frac{\partial Y}{\partial I} \cdot \frac{I}{Y} = 1 \qquad (20)$$

Ahora bien, $P_X \cdot X/I$ es simplemente la proporción de la renta que se gasta en el bien X y $P_Y \cdot Y/I$ es una expresión similar en el caso del bien Y. Utilizando s_X para representar la proporción del ingreso que se gasta en X, s_Y para la proporción del ingreso que se gasta en Y y la definición de la elasticidad-ingreso de la demanda (Ecuación 17), se tiene que:

$$s_X e_{X,I} + s_Y e_{Y,I} = 1 \qquad (21)$$

La suma ponderada de las elasticidades-ingreso de la demanda de todos los bienes debe ser igual a uno; es decir, cuando la renta aumenta un 10%, la restricción presupuestaria exige que las compras en su conjunto aumenten un 10%. La ecuación (21), muestra que para “todo” bien (o grupo de bienes) que tenga una elasticidad-ingreso de la demanda menor que 1, deben existir bienes que tengan una elasticidad-ingreso mayor que 1. De la ecuación (21) se desprende que, si sólo hay dos bienes en la economía, conociendo la elasticidad-ingreso de uno de ellos y la proporción del ingreso que se dedica a él, es posible calcular la elasticidad-ingreso del otro.

1.2.3 La Elasticidad – Precio Cruzada

El último concepto de elasticidad que se tratará en este capítulo, mide la reacción de la cantidad demandada (Q) ante las variaciones del precio de algún otro bien (P'). Esta elasticidad-precio cruzada de la demanda se define de la forma siguiente:

Elasticidad-precio cruzada de la demanda ($e_{Q,P'}$)

$$e_{Q,P'} = \frac{\partial Q}{\partial P'} \cdot \frac{P'}{Q} \qquad (22)$$

Si Q y el otro bien son sustitutivos brutos[10], $\partial Q/\partial P'$ será positiva, al igual que $e_{Q,P'}$. Cuando los bienes son complementarios brutos[11], $\partial Q/\partial P'$ y $e_{Q,P'}$ tendrán un valor negativo.

Aplicando esta definición a la demanda de naranjas del consumidor 1, quien tiene como bienes de consumo sólo naranjas y pomelos. La ecuación de demanda está definida por:

$$X_1 = 10 - 2P_X + 0{,}1I_1 + 0{,}5P_Y$$

Al aplicar la definición de la ecuación (22), se obtiene que la elasticidad – precio cruzada es igual a $e_{Q,Py} = 0{,}5$, lo que implica que las naranjas y los pomelos son sustitutos, lo que es correcto de acuerdo a cómo se definió la relación entre estos bienes en la ecuación (4).

Se debe ser cuidadoso en el tratamiento de los bienes sustitutos y complementarios. La sustitución está dada fundamentalmente como una función de los precios relativos. Un ejemplo común de bienes sustitutivos es el de la margarina y la mantequilla, sin embargo, si un pote de mantequilla cuesta $5.000 y uno de margarina $500, lo más probable es que si el precio del pote de margarina sube su precio un 100%, pocos consumidores se sentirán incentivados a cambiarse al consumo de mantequilla. Lo anterior, lleva a precisar que estos dos bienes, clásicamente sustitutos, no lo serían tanto a este nivel de precios relativos, como sí lo serían si el pote de mantequilla costara $600 y el de margarina $500.

Realice ejercicios N° 5 al 7

[10] Bienes sustitutos, son bienes que compiten en los mercados, es decir, un bien es competencia de otro; en consecuencia, si el precio de uno de ellos aumenta, la cantidad demandada de dicho bien disminuirá; provocando que la demanda por el bien sustituto aumente, pues entrará a reemplazar al que aumentó de precio. Se puede decir que dos bienes son sustitutos cuando satisfacen una misma necesidad. Por ejemplo, son bienes sustitutos el té y el café.

[11] Bienes complementarios, son aquellos bienes que tienden a utilizarse en conjunto; por lo tanto, si baja la cantidad demandada de uno de ellos (por ejemplo, por un aumento de su precio), esto afectará la demanda del otro bien en forma negativa; es decir, disminuyendo su demanda. Por ejemplo, son bienes complementarios el té y el azucar.

CLASE 04

2. ELECCIÓN INTERTEMPORAL

Sin lugar a dudas, entre la cantidad de bienes escasos que existen, el tiempo es uno de los más limitados, ya que su cantidad no se puede incrementar (existen personas que desearían que el día tuviera más de 24 horas). Esta limitación obliga a todos los individuos a tener que distribuir el tiempo en dos grandes clasificaciones: ocio y trabajo, siendo el ocio más preferible que el trabajo, lo que da la idea de que el tiempo entrega una utilidad marginal a partir de la distribución que se haga del tiempo entre estos dos ítems[12] (ocio v/s trabajo).

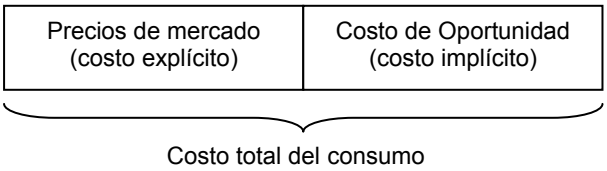
Debido a que el tiempo es uno de los factores que se requieren en el proceso de producción de bienes, ya sea en la forma de trabajo o como parte del proceso de acumulación de capital humano, se dirá que el tiempo tiene un valor de mercado, el que debiera compensar el tiempo restado a las horas de ocio.

Asimismo, es importante reconocer que no da lo mismo, por ejemplo, consumir un helado en invierno que en verano, lo que conlleva a la idea de que los consumidores le asignan distintos valores al consumo de bienes en función del instante en que realicen el proceso de consumo, es decir, el tiempo juega un papel importante en el consumo de distintos bienes.

A continuación, se ahondará en lo que se ha denominado economía del tiempo.

2.1 La Economía del Tiempo

Cuando asiste a la peluquería por un corte de cabello, ¿cuáles son los costos asociados al consumo de este servicio?, sin duda el costo monetario no lo es todo, ya que además, se requiere la utilización de tiempo para que el consumo del servicio se lleve a cabo (tiempo de espera, además del tiempo en la silla mientras se realiza el corte), tiempo que podría utilizar en alguna actividad remunerativa o rentable, es decir, existe un costo asociado que se denomina "costo de oportunidad"[13].



[12] Generalmente los autores se inclinan por considerar el ocio como un "bien" y el trabajo como un "no bien" o "mal". (*N de a.*: El trabajo puede ser considerado un mal necesario).
[13] Las decisiones tienen costos de oportunidad, porque elegir una cosa en un mundo de escasez significa renunciar a otra. El costo de oportunidad es el valor del bien o del servicio más valioso al que se renuncia. (Samuelson, P. y Nordhaus, W., Economía, Decimoséptima edición. España, McGraw-Hill, 2002, pág. 117).

Lo anterior lleva a establecer que el precio total de consumir cualquier bien, es la suma de su precio de mercado más el costo de oportunidad del tiempo requerido para consumir dicho bien. De esta manera, es posible decir que el precio total de consumir un producto que se vende a un precio monetario fijo, varía con el costo de oportunidad que le asigna el individuo que esté consumiendo el bien. Por consiguiente, un corte de cabello de 15 minutos que "cuesta" $2.000, es más caro para un individuo para el cual el costo de oportunidad que le asigna a su tiempo es más elevado (por ejemplo, un gerente general), que el de algún otro individuo (por ejemplo, un estudiante).

Esto permite plantear una hipótesis interesante: si se incluye en el costo del corte de cabello el costo de esperar a ser atendido, se tendrá que un incremento del precio de un corte de cabello causará una disminución del costo total del consumo por parte de determinados individuos. ¿Cómo puede ocurrir esto? Si la elasticidad – precio de la demanda de cortes de cabello es muy elástica, un incremento en el precio del corte de cabello reducirá significativamente la cantidad demandada que enfrenta cierta peluquería, ya que algunas personas no podrán cortarse el cabello a esos precios o, tal vez, no lo hagan con la frecuencia acostumbrada hasta el momento.

Por lo tanto, la cantidad de tiempo que se debe esperar para que el peluquero atienda disminuirá. De esta forma, por definición, aquellas personas relativamente mejor remuneradas y cuyo costo de oportunidad de su tiempo sea mayor que el de otros individuos, podrán ahora encontrar que el costo total de un corte de cabello ha descendido, a pesar de que deben ahora pagar un mayor precio relativo en términos monetarios. El Cuadro Nº4 muestra un ejemplo de esta hipótesis.

Cuadro Nº4: Variación del Costo Total del Corte de Cabello

DETALLE	INDIVIDUO 1	INDIVIDUO 2
Costo oportunidad por hora	$8.000	$2.000
Costo oportunidad por minuto	$133,3	$33,3
Situación 1		
Tiempo espera: 15 minutos	1.999,5	499,5
Tiempo corte: 15 minutos	1.999,5	499,5
Precio corte de cabello	2.000,0	2.000,0
Costo total corte de cabello	5.999,0	2.999,0
Situación 2		
Tiempo espera: 5 minutos	666,5	166,5
Tiempo corte: 15 minutos	1.999,5	499,5
Precio corte de cabello	3.000,0	3.000,0
Costo total corte de cabello	5.666,0	3.666,0

Basado en esta hipótesis, se puede explicar, parcialmente al menos, el comportamiento de ciertos grupos de individuos pertenecientes a determinados rangos de ingreso, quienes están dispuestos a dedicar un número relativamente elevado de horas a consumir ciertos bienes, por ejemplo, los adolescentes están mucho más dispuestos que los adultos a hacer largas colas para comprar entradas para eventos deportivos, ya que el precio al que los adolescentes compran un boleto para un evento deportivo importante, más el tiempo que se debe dedicar a observar el evento, será menor que el costo en que incurre un adulto que tenga un costo de oportunidad más elevado de su tiempo.

¿Cuál es el incentivo de trabajar horas extras sacrificando el tiempo de ocio? Desde un punto de vista básico, se concluye que es para aumentar el ingreso. Lo anterior, lleva a decir entonces que el ingreso de una persona es, en parte, una función de la distribución entre el tiempo dedicado al trabajo y el tiempo dedicado al ocio. Asimismo, la utilidad que finalmente percibe el consumidor estará en función de los costos incurridos como resultado del tiempo que éste debe dedicar a aquellos bienes que elige consumir.

Un consumidor sacrifica la oportunidad de consumir bienes a medida que decide gastar su ingreso en unidades determinadas de cierto bien; la oportunidad de consumir otros bienes, también debe sacrificarse a medida que el tiempo se dedica al consumo de cierto bien[14]. De esta forma, la elección que enfrenta el individuo que intenta maximizar su utilidad no consiste simplemente en encontrar cierto balance entre su ingreso y el tiempo dedicado al ocio. La asignación del tiempo con que se cuenta entre las diferentes formas de ocio debe ser asimismo considerada.

2.2 La Preferencia por el Tiempo

En todo curso de economía se plantea que el problema que enfrenta el consumidor es la elección entre dos o más bienes. Generalmente, esta elección se sitúa en tiempo presente, sin embargo, en la práctica los consumidores, además de elegir entre dos o más bienes, deben seleccionar entre el consumo de bienes “hoy” y el consumo de bienes “mañana”.

¿Cuántas veces ha postergado el consumo de hoy, para poder consumir mañana? Las veces que lo ha hecho significa, en términos económicos, que ha sacrificado el gasto de una parte de su ingreso hoy para utilizarlo mañana. Es más, es posible que en algunas ocasiones haya conseguido prestado dinero para poder consumir más hoy, con la promesa de cancelar la deuda con su ingreso futuro, reduciendo consecuentemente, el consumo futuro.

[14] Estos dos conceptos, sin embargo, no siempre corresponden. Por ejemplo, la pesca puede tener un muy bajo costo monetario, a pesar de que puede tener un costo alto en cuanto se refiere al tiempo que debe emplearse para desarrollar esa actividad. El juego de la ruleta puede, de otro lado, tener un bajo costo en cuanto al tiempo que se debe dedicar, a pesar de que tiene un alto costo monetario.

Al dilema entre consumir hoy o consumir mañana, se le denomina generalmente *teoría de las preferencias por el tiempo*. Existe un mercado que tiene que ver con la preferencia por el tiempo, éste es el mercado del crédito, el cual permite a los individuos satisfacer dichas preferencias.

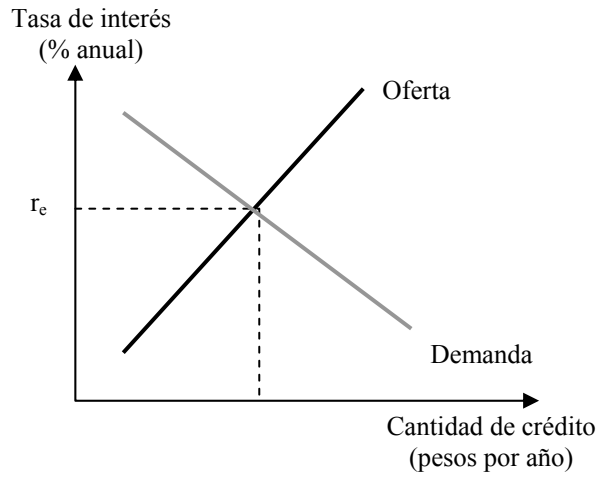
Para que el consumidor esté en una situación de equilibrio con respecto al consumo de dos bienes (bienes presentes y bienes futuros), se debe considerar tanto sus preferencias, como la curva de restricción presupuestal que enfrenta.

Para derivar la mencionada restricción presupuestaria, se introducirá en el análisis un precio especial: el precio de la preferencia por el tiempo (tasa de interés, r). La tasa de interés se puede definir como: la tasa a la cual se intercambian bienes hoy por los que se consumirán mañana. Dicha tasa de interés se determina en el mercado del crédito.

En el mercado del crédito, los oferentes están dispuestos a intercambiar (sacrificar) consumo presente a cambio de tener un mayor consumo en el futuro. Los demandantes de crédito, por el contrario, están dispuestos a intercambiar (sacrificar) su consumo de bienes futuro a cambio de un mayor consumo presente.

En la Figura Nº4, se muestra un modelo simple de oferta y demanda para el mercado del crédito. La curva de demanda muestra los deseos y los recursos con que cuentan los prestatarios, mientras que la curva de oferta muestra los deseos y los recursos de los prestamistas. La intersección entre las curvas de oferta y demanda, determina la tasa de interés de mercado.

Figura Nº4: Determinación de la Tasa de Interés



El mercado del crédito es esencialmente un mercado en el cual los deudores potenciales se encuentran en la búsqueda por adquirir los derechos sobre consumo presente, en tanto que los prestamistas están esperando poder vender estos derechos, a la expectativa de poder contar con un mayor nivel futuro de consumo.

La intersección entre ambas curvas da como resultado una tasa de interés de equilibrio (r_e). En este modelo se asume que no existe ninguna expectativa de inflación futura.

Se debe asumir que el consumidor individual constituye una parte muy pequeña de la totalidad del mercado de crédito[15] y que, por lo tanto, puede prestar o pedir prestado tanto dinero como guste a la tasa de interés existente (r). El consumo futuro estará entonces dado por uno más la tasa de interés ($1+r$), la cual constituye el precio del consumo presente. Para consumir $1 hoy, se debe sacrificar $($1+r$) en el futuro.

A continuación, se explicará lo expuesto anteriormente, a través de un ejemplo.

Ejemplo: si la tasa de interés de mercado es 10% anual, y suponiendo que no existe el fenómeno de la inflación, un individuo puede ahorrar (no consumir) $100 hoy y tener $110 dentro de un año, es decir, [$100*(1+10%)] al esperar un año y no consumir los $100 en este momento. En general se dirá que, si el ingreso del consumidor es $100 en el período 1 y $0 en el período 2, el consumidor puede ahorrar la totalidad de los $100 en el período 1 y tener un nivel de riqueza de $110 al comienzo del período 2.

A continuación, se verá el ejemplo anterior desde una perspectiva distinta: suponga que el ingreso del consumidor es $0 en el período 1 (tiempo presente) y $110 en el período 2 (tiempo futuro). El consumidor para gastar hoy puede conseguir en el banco un préstamo de $100 a una tasa de interés del 10%[16], colocando como garantía los $110 que percibirá con certeza en el período 2. Una vez llegado el período 2, el consumidor deberá pagar los $110 que percibe como ingreso, el que se descompone en los $100 del préstamo más los $10 de intereses acordados con el banco.

Como se puede observar, en ambos ejemplos el individuo puede maximizar su consumo para un período en el cual no percibe ingreso alguno. Considerando el supuesto de que el individuo puede prestar (aumentando el consumo futuro) o pedir prestado (aumentando el consumo presente), se puede desarrollar una fórmula general que proporcione la restricción presupuestal a la que el individuo debe enfrentarse, considerando el momento de consumo presente o futuro.

Suponga que en el período 1, el individuo puede consumir todo lo que perciba en ese período (M_1), más la suma que pueda pedir prestada, en base al ingreso que espera recibir en el período 2 (M_2), a la tasa de interés r. La fórmula para la cantidad máxima de consumo que el individuo puede realizar en el período 1 será:

$$\boxed{M_1 + \frac{M_2}{1+r} = Máximo \;\; consumo \;\; en \; el \;\; período \;\; 1} \qquad (23)$$

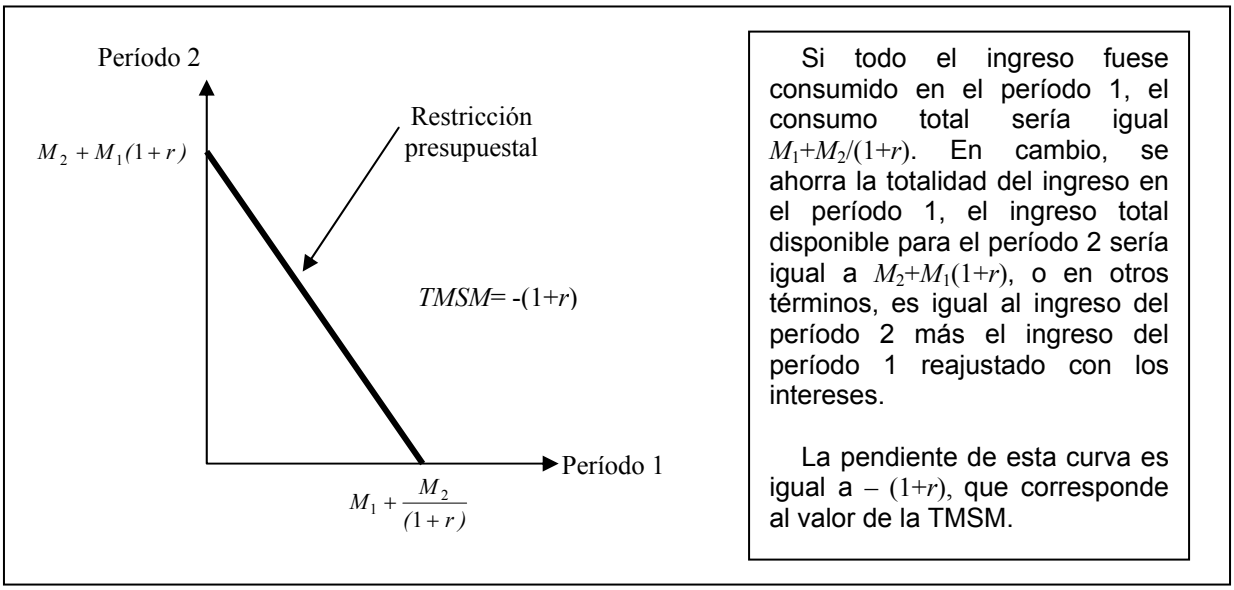
[15] Este supuesto indica que un individuo no puede influir significativamente en la determinación de la tasa de interés, la que es determinada por las fuerzas de oferta y demanda del mercado del crédito.
[16] En este análisis, se asume que las tasas a las cuales se presta y se toma prestado el dinero son siempre iguales. Por lo tanto, no existe un "margen o spread" entre ambas tasas.

Para el período 2, el máximo consumo corresponde a la cantidad total de ingreso monetario disponible en el período 2 (M_2), más la cantidad del ingreso monetario disponible en el período 1 que se ahorró (M_1), más el interés que generó dicho ahorro.

$$\boxed{M_2 + M_1(1+r) = Máximo\,consumo\,en\,el\;período\,2} \qquad (24)$$

Con la ecuación (23) y (24), se obtienen los puntos extremos a partir de los cuales se puede construir una restricción presupuestaria en el tiempo, la que se muestra en la Figura Nº5. La tasa marginal de sustitución de mercado (TMSM)[17], entre consumir un bien hoy y consumir un bien mañana, es igual a – (1 + r), que corresponde a la pendiente de la curva.

Figura Nº5: Restricción Presupuestaria en el Tiempo



Ahora que ya se ha mencionado el concepto de restricción presupuestaria, se analizará la curva de preferencias del individuo por bienes hoy, comparada con aquella existente para bienes mañana.

Suponga que el consumo presente se prefiere al consumo futuro, ceteris paribus, por ejemplo, si le ofrecen en estos momentos un automóvil, y tiene que escoger entre tenerlo hoy mismo o tenerlo el próximo año, lo más probable, suponiendo la no existencia de costos de almacenamiento y de seguros, es que preferirá tener el automóvil hoy (¿después de todo, por qué esperar?). Si alguien desea que usted quiera tenerlo el próximo año, deberá compensarle por la acción de no consumo en el período actual, lo que en el mercado del

[17] Tasa de mercado factible a la cual los individuos pueden sustituir consumo presente por consumo futuro, o consumo futuro por consumo presente.

crédito corresponde a la tasa de interés que se cancela por ahorrar, es decir, esa recompensa será el interés percibido.

Asumiendo entonces que se prefiere el consumo presente al consumo futuro, ceteris paribus, se puede definir la preferencia del consumo que un individuo realiza hoy, comparada ésta con la que él le asigna al consumo futuro, como tasa personal de descuento, la cual se define de la siguiente manera:

$$\boxed{\begin{matrix}\text{Tasa personal} \\ \text{de descuento}\end{matrix} = \begin{pmatrix}\text{el valor que un indivduo le asigna a los} \\ \text{bienes este año en términos de los} \\ \text{bienes sacrificados en el proximo año}\end{pmatrix} - 1} \qquad (25)$$

Para expresarla en forma algebraica, se debe considerar la relación marginal de sustitución, que corresponde a la tasa a la cual el individuo está dispuesto a sacrificar alguna parte del consumo de este año (C_1), para disfrutar de cantidades adicionales de consumo en el próximo año (C_2). La relación marginal de sustitución será $RMS_{1,2} = \Delta C_2/\Delta C_1$, la que se reemplaza en la ecuación (25), asignando con la letra "rho" (ρ) la tasa personal de descuento.

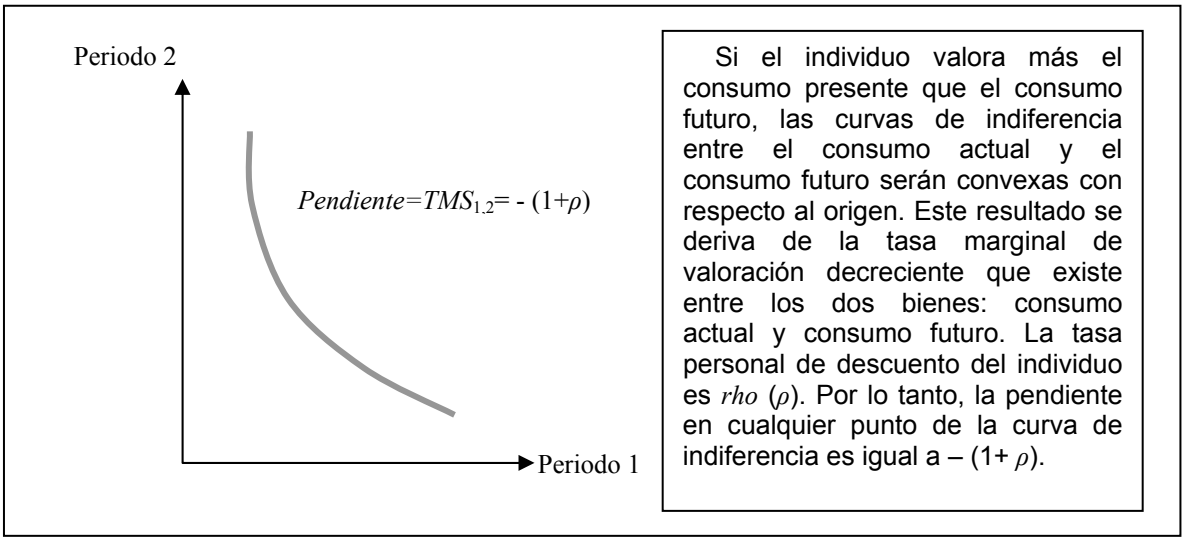
$$\rho = \left|\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1}\right| - 1 \qquad (26)$$

Por ejemplo: cierto individuo, a quien le gusta tomar bebidas, debe escoger entre consumir 10 litros más de bebida este año ó 12 litros más el año entrante. Suponiendo que el individuo es indiferente entre las dos opciones, entonces, la relación marginal de sustitución del individuo por las bebidas de este año, en términos de las del próximo año es $1{,}2$ ($=12/10$) en ese punto. Por lo tanto, la tasa personal de descuento de este individuo es

$$\rho = \frac{12}{10} - 1 = 0{,}2$$

La tasa personal de descuento del individuo es la que determina la forma que toma la curva de indiferencia entre el consumo actual y el consumo del próximo año. En la Figura Nº6, se ha dibujado una curva de indiferencia típica, en donde los dos bienes en cuestión son, respectivamente, el consumo de bienes en el período 1 (C_1) y el consumo de bienes del próximo año (C_2).

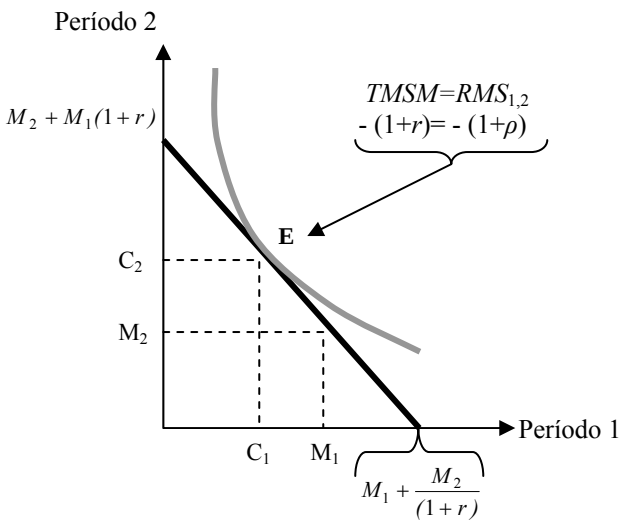
Figura Nº6: Curva de Indiferencia Temporal



En cualquier punto a lo largo de la curva de indiferencia, la pendiente medida a través de la pendiente de la línea tangente en ese punto, representa la relación marginal de sustitución entre el consumo futuro y el consumo presente ($RMS_{1,2}$). Utilizando la ecuación (26), se puede establecer que $|\Delta C_2/\Delta C_1|=1+\rho$. Sin embargo, debido a que la curva de indiferencia tiene pendiente negativa, $\Delta C_2/\Delta C_1 = -(1+\rho)$. Por lo tanto, la pendiente de la curva de indiferencia 1 que aparece en la Figura Nº6 es $-(1+\rho)$.

Al combinar la curva de indiferencia presentada en la Figura Nº6 con la restricción presupuestaria de la Figura Nº5, se puede encontrar el punto de consumo óptimo del consumidor, como se muestra en la Figura Nº7, en donde se puede apreciar que este punto corresponde al punto de tangencia E. Nótese que con niveles de ingresos hipotéticos de M_1 en el período 1 y M_2 en el período 2, existirán ahorros iguales a la distancia comprendida entre M_1 y C_1. En el período 2, el ingreso es M_2; sin embargo, el consumo es mayor debido al ahorro realizado durante el primer período y al interés percibido por el mismo. La distancia entre C_2 y M_2 representa el principal, (M_1–C_1) más el interés.

Figura Nº7: Óptimo de Consumo



El óptimo de consumo entre los dos períodos se encuentra en el punto E, donde la tasa marginal de sustitución de mercado (TMSM) se iguala a la relación marginal de sustitución ($RMS_{1,2}$), es decir, en el punto de tangencia de la restricción presupuestal con la curva de indiferencia temporal.

El ahorro en el período 1 corresponde a la diferencia entre el ingreso (M1) y el consumo (C1) en dicho período, lo que se traduce en un mayor consumo en el período 2, que sería la diferencia entre el consumo (C2) y el ingreso (M2) en dicho período.

En el punto óptimo del consumidor, E, la tasa a la cual el individuo *puede* intercambiar bienes futuros por bienes presentes (la tasa marginal de sustitución de mercado, o TMSM) es igual a la tasa a la que *desea* intercambiar bienes futuros por bienes presentes (la relación marginal de sustitución, o RMS). Dicho en otros términos, existe un óptimo del consumidor en el punto E, en donde la pendiente de la línea de presupuesto iguala a la pendiente de la curva de indiferencia,

$$-(1+r) = -(1+\rho) \qquad (27)$$

De esta forma, un punto óptimo de consumo requiere que $r=\rho$; es decir, la tasa de interés de mercado debe ser igual a la tasa personal de descuento. En general, se puede decir que los individuos, para sacrificar consumo presente, requieren generalmente tasas de interés positivas.

2.3 Valor Presente

Al hablar de valor presente, se está refiriendo en general, al valor que tiene un determinado número de unidades en el futuro en términos de unidades presentes. Esto se puede visualizar en el siguiente ejemplo: suponga que un individuo desea estudiar una carrera universitaria el próximo año, para lo que necesita contar con $1.449.000 para cancelar el arancel del primer año ¿Cuánto debe depositar hoy para tener esa cantidad, considerando que la tasa de interés de mercado es de 15% anual? Para responder esta interrogante, se debe resolver la siguiente ecuación:

$$M + M \cdot 0{,}15 = \$1.449.000$$

Factorizando, se tiene:

$$M \cdot (1 + 0{,}15) = \$1.449.000$$

$$M = \frac{\$1.449.000}{1 + 0{,}15}$$

$$M = \$1.260.000$$

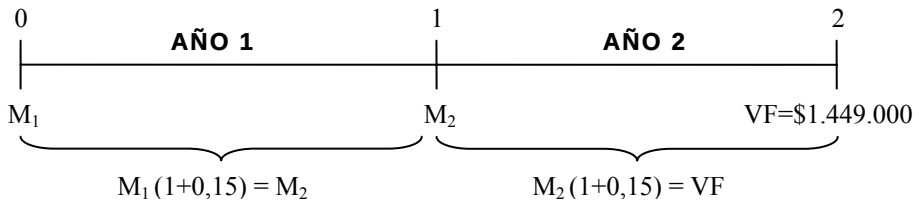
Con un ahorro de $1.260.000 hoy, a una tasa de interés de 15% anual, se podrá tener el dinero necesario para cancelar dentro de un año el arancel universitario. A partir de este ejemplo, se puede generalizar la fórmula de valor presente como:

$$VP = \frac{VF}{1 + r} \qquad (28)$$

En donde:

VP = *Valor presente de una suma que será pagada o recibida en un período futuro.*
VF = *Suma de dinero pagada o recibida en un período futuro.*
r = *Tasa de interés de mercado.*

Sin embargo, qué sucede si se desea ahorrar ese dinero en un lapso de 2 años, es decir, cuánto se debe depositar hoy, a una tasa de interés compuesto de 15% anual, para que en un lapso de dos años se retiren $1.449.000. Para resolver esta cuestión, se analizará la siguiente línea de tiempo.



Como se puede observar en la línea de tiempo, durante el año 1 el monto que se ahorra al inicio, más los intereses de ese período, se convierte en M_2 el que a su vez se transforma en el valor futuro buscado, una vez agregados los intereses correspondientes al año 2. Lo anterior lleva a establecer que si,

$$M_2 \cdot (1+0{,}15) = \$1.449.000 \quad \text{y} \quad M_1 \cdot (1+0{,}15) = M_2$$

Entonces,

$$M_2 \cdot (1+0{,}15) = [M_1 \cdot (1+0{,}15)] \cdot (1+0{,}15) = M_1 \cdot (1+0{,}15)^2 = \$1.449.000$$

Por lo tanto,

$$M_1 = \frac{\$1.449.000}{(1+0{,}15)^2} = \$1.095.652{,}17$$

Al resolver la ecuación se obtiene que M_1 es igual a $1.095.652,17, que corresponde a la cantidad que se debe depositar hoy para tener en dos años más $1.449.000.

La fórmula general, para realizar el proceso de descuento es la misma ecuación 28, con la inclusión de una potencia t en el denominador del término derecho de la ecuación:

$$\boxed{VP = \frac{VF}{(1+r)^t}} \qquad (29)$$

Donde t representa el número de años en que se pagará o recibirá el dinero. Las tasas de interés que se utilizan para derivar el valor presente también se les denomina *tasas de descuento*.

De lo expuesto anteriormente, se pueden destacar dos conclusiones importantes que tienen que ver con la tasa de descuento y con el valor presente de una suma futura de dinero:

- Cuanto más lejano sea el tiempo en que se pague o se reciba cierta suma de dinero, menor será su valor presente para una determinada tasa de descuento.

- Entre más alta sea la tasa de interés utilizada, menor será el valor presente de cualquier suma de dinero que se gaste o se reciba en cierto momento en el futuro.

Realice ejercicios N° 8 al 13

2.3.1 El Valor Presente de una Anualidad

La anualidad se define como una suma específica de dinero que se ahorra (o gasta) hoy, con el propósito de recibir (o pagar) un flujo fijo de dinero en intervalos regulares a lo largo de cierto período en el futuro, un ejemplo de esto son las pensiones de vejez y las rentas vitalicias. Cuando se trabaja con anualidades, el problema a resolver generalmente, es el de encontrar la suma de dinero que debe ahorrarse hoy, para "asegurar" un flujo regular fijo durante un período determinado, dada una tasa de interés específica.

Para efectos de encontrar esta suma, es decir, el valor presente de la misma se debe descontar cada peso que se reciba a lo largo del período en el futuro. Asumiendo un período de 20 años y una tasa de interés r, de manera que A_1 es el monto que será recibido dentro de un año, A_2 el monto recibido dentro de 2 años, y así sucesivamente, hasta A_{20} que es el monto recibido dentro de 20 años, el valor presente de la anualidad será:

$$VP_{20} = \frac{A_1}{(1+r)} + \frac{A_2}{(1+r)^2} + \frac{A_3}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{A_{20}}{(1+r)^{20}} \qquad (30)$$

Cuando se espera que el flujo de recursos (o costos) continúe indefinidamente hasta alcanzar infinito, la ecuación (30) se expresaría como,

$$VP = \frac{A_1}{(1+r)} + \frac{A_2}{(1+r)^2} + \frac{A_3}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{A_\infty}{(1+r)^\infty}$$

Donde en este caso $A_1 = A_2 = \ldots = A_\infty$, por lo tanto, se puede reescribir la ecuación como:

$$VP = \frac{A}{(1+r)} + \frac{A}{(1+r)^2} + \frac{A}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{A}{(1+r)^\infty} \qquad (31)$$

Representando A la suma que será recibida o gastada una vez por año en perpetuidad. Esta fórmula puede simplificarse aún más, para ello se suma y resta A al lado derecho de la ecuación, con lo que no se altera el enunciado inicial, quedando:

$$VP = -A + A + \frac{A}{(1+r)} + \frac{A}{(1+r)^2} + \frac{A}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{A}{(1+r)^\infty} \qquad (32)$$

Factorizando por A se obtiene:

$$VP = -A + A\left[\frac{1}{1+r} + \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 + \left(\frac{1}{1+r}\right)^3 + \ldots + \left(\frac{1}{1+r}\right)^\infty\right] \qquad (33)$$

La expresión en corchetes es igual[18] a $1/[r/(1+r)]$, de forma que:

$$VP = -A + A\left[\frac{1}{r/(1+r)}\right]$$

$$VP = -A + \frac{A}{r/(1+r)} = -A + \frac{A}{r} + \frac{Ar}{r} = -A + \frac{A}{r} + A \qquad (34)$$

$$VP = \frac{A}{r}$$

Para que la fórmula sea correcta, la suma anual debe ser necesariamente fija. La ecuación (34) es una buena aproximación, aplicable aún en el caso en que la serie de pagos anuales se detenga antes de alcanzar el infinito mismo, cuando la tasa de interés utilizada es alta. Por ejemplo, suponga que una persona de 35 años recibirá todos los finales de año un bono de $200.000 hasta que fallezca. Si esta persona quiere vender los próximos 50 años de este beneficio, tiene dos opciones para poder obtener el precio a cobrar: calcular el valor presente de cada flujo por los próximos 50 años y luego sumarlos, o utilizar la ecuación (34). La segunda opción, se aproximará al precio real a cobrar por la venta del beneficio, por el periodo señalado, a medida que la tasa de descuento utilizada sea mayor. El cuadro 5 muestra un resumen de los valores presentes a distintos periodos y distintas tasas de descuento.

[18] Suponga que $R = 1/(1+r)$ y que:

$$S = 1+R+R^2+\ldots+R^t$$

Representa una anualidad en t períodos. Multiplicando por R ambos lados de la ecuación, se obtiene:

$$RS = R+R^2+R^3+\ldots+R^{t+1}$$

Al restar ahora a la ecuación obtenida, la ecuación S original, se obtiene:

$$S - RS = 1 - R^{t+1}$$

Si se factoriza el primer término de la ecuación:

$$S(1-R) = 1 - R^{t+1}$$

Y se reordenan los términos:

$$S = (1-R^{t+1})/(1-R) = \frac{1}{1-R} - \frac{R^{t+1}}{1-R}$$

Si $R<1$, a medida que t se acerca a infinito el numerador del segundo término derecho se acerca a 0, de igual manera que la expresión, queda reducida a $S=1/(1-R)$, y como $R=1/(1+r)$, entonces:

$$S = \frac{1}{r/(1+r)}$$

Cuadro Nº5: Valor Presente de M$200 Recibidos Anualmente a Distintas Tasas de Descuento

$$VP = \frac{200.000}{1.05} + \frac{200.000}{1.05^2}$$

Año	5%	10%	15%	20%	30%	40%	50%	Año
1	190.476,19	181.818,18	173.913,04	166.666,67	153.846,15	142.857,14	133.333,33	1
2	371.882,09	347.107,44	325.141,78	305.555,56	272.189,35	244.897,96	222.222,22	2
3	544.649,61	497.370,40	456.645,02	421.296,30	363.222,58	317.784,26	281.481,48	3
4	709.190,10	633.973,09	570.995,67	517.746,91	433.248,14	369.845,90	320.987,65	4
5	865.895,33	758.157,35	670.431,02	598.122,43	487.113,95	407.032,78	347.325,10	5
6	1.015.138,41	871.052,14	756.896,54	665.102,02	528.549,19	433.594,85	364.883,40	6
7	1.157.274,68	973.683,76	832.083,95	720.918,35	560.422,46	452.567,75	376.588,93	7
8	1.292.642,55	1.066.985,24	897.464,30	767.431,96	584.940,35	466.119,82	384.392,62	8
9	1.421.564,34	1.151.804,76	954.316,78	806.193,30	603.800,27	475.799,87	389.595,08	9
10	1.544.346,99	1.228.913,42	1.003.753,73	838.494,42	618.307,90	482.714,19	393.063,39	10
15	2.075.931,61	1.521.215,90	1.169.474,02	935.094,53	653.642,24	496.785,97	399.086,54	15
20	2.492.442,07	1.702.712,74	1.251.866,29	973.915,95	663.158,81	499.402,40	399.879,71	20
30	3.074.490,21	1.885.382,89	1.313.195,93	995.787,28	666.412,21	499.979,34	399.997,91	30
40	3.431.817,27	1.955.810,14	1.328.355,67	999.319,62	666.648,21	499.999,29	399.999,96	40
50	3.651.185,09	1.982.962,90	1.332.102,93	999.890,12	666.665,33	499.999,98	400.000,00	50
∞	4.000.000,00	2.000.000,00	1.333.333,33	1.000.000,00	666.666,67	500.000,00	400.000,00	∞

$$VP = \frac{200.000}{0.05}$$

El valor presente de flujos futuros de ingresos o de costos, se torna de vital importancia para entender el precio que las personas están dispuestas a pagar por los bienes que perduran por períodos mayores a un año.

2.4 La Demanda de Bienes Durables

La demanda de bienes durables se entiende como la demanda de bienes que se espera proporcionen un flujo neto[19] de servicios o de satisfacción durante un tiempo mayor al del periodo actual. Por ejemplo, la demanda de un automóvil no se va a tratar como la demanda del vehiculo *per se*, sino como la demanda por el derecho de utilizar dicho automóvil diariamente durante un periodo de tiempo especificado.

Suponga que A es igual a la valoración monetaria de los servicios futuros (costos operativos netos) que proporciona el automóvil cada año, y que ésta permanece constante a

[19] El término "neto" se refiere al hecho de que se está considerando dicho flujo de servicios después de tener en cuenta todos los costos asociados al uso del bien durable.

través de la vida útil del vehículo; y además, que r corresponde a la tasa de interés. Lo anterior conlleva a expresar el valor presente del flujo de servicios generado como:

$$VP_t = \frac{A_1}{(1+r)} + \frac{A_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{R_t}{(1+r)^t} \qquad (35)$$

Donde R_t es el valor de reventa o el valor de la chatarra del vehículo cuando el consumidor considera que no lo necesita más. El denominador del último término que aparece al lado derecho de la ecuación (35) es $1+r$ elevado a la potencia t, donde t es el número esperado de años en que el individuo mantendrá el vehículo. Claramente, cuanto mayor sea el flujo futuro de servicios recibidos al año, mayor será el valor presente. Asimismo, cuanto mayor sea el valor del vehículo una vez usado, ceterís paribus, mayor será el valor presente.

En lugar de hablar únicamente de bienes de consumo durables, se puede, en general, referirse a ellos en términos de activos. Un activo se puede definir como cualquier bien que proporciona un flujo de utilidad y/o de ingreso en el futuro. Los activos incluyen acciones, bonos, automóviles, televisores, un grado universitario, etc.

El valor presente de cualquier activo está constituido por el flujo de ingresos netos futuros descontados (o el valor monetario del flujo futuro de servicios) percibidos de ese activo. De esta forma, se puede esperar que el precio de un activo refleje su valor presente. En efecto, se dice que el precio de la demanda de cualquier activo es el valor presente descontado del flujo de servicios o del ingreso neto derivado de cierto activo.

Por lo tanto, la ecuación (35) se puede aplicar para describir el precio al cual se vende una acción de cierta compañía en cualquier momento. Así, dicha ecuación puede utilizarse para explicar el precio de cualquier activo.

Realice ejercicios N° 14 al 16

CLASE 06

3. ELECCIÓN BAJO INCERTIDUMBRE[20]

Hasta el momento se ha establecido que los individuos se desenvuelven en un entorno cierto, es decir, conocen perfectamente los beneficios y costos que obtendrán de sus acciones. Sin embargo, el mundo real es muy diferente, la incertidumbre es una constante en las decisiones que debe enfrentar un individuo, y éstas pueden ser de varios tipos, por ejemplo, incertidumbre en el consumo, cuando no se conoce con certeza el beneficio o utilidad que se obtendrá, como sucede cuando se compra un televisor o se consume un servicio de comida, es decir, la utilidad deseada o esperada se vuelve una probabilidad.

Otro tipo de incertidumbre, es el que se encuentra en las relaciones entre personas, especialmente cuando adoptan la forma de relaciones entre adversarios en las que la recompensa que recibe una de ellas depende de lo que haga o hagan los demás. Un ejemplo de esto se aprecia en los juegos de póquer, donde gana el que hace pensar a los demás que tiene una buena mano, no siendo necesario que la tenga realmente.

Por último, el individuo se encuentra en una situación de incertidumbre cuando no comprende el problema que debe resolver o carece de información sobre él. Una persona no puede predecir el tiempo con ningún grado de certeza, ni saber específicamente qué frigorífico ofrece la máxima calidad por el dinero. En estas situaciones, carece de información y puede estar dispuesta a pagar algo por obtenerla.

De estos tres tipos de incertidumbre, el primero es el más fácil de investigar y es el que se utilizará en la mayor parte de este apartado, es decir, se dedicará principalmente, a ver cómo eligen los individuos en situaciones arriesgadas, en las que comprenden razonablemente bien la probabilidad de que obtengan diversos resultados.

3.1 La Probabilidad y el Valor Esperado

Imagine, por ejemplo, que alguien apuesta $5.000 a que al lanzar una moneda al aire, saldrá cara. Si se utiliza una moneda equilibrada, la probabilidad de ganar o perder es de 50%. Una persona que está interesada en el resultado (pérdidas y ganancias) en que puede incurrir al realizar dicha apuesta, puede efectuar el siguiente cálculo:

$$\textit{Valor de la probabilidad de ganar} = 0{,}5 \cdot \$5.000 = \$2.500$$
$$\textit{Valor de la probabilidad de perder} = 0{,}5 \cdot \$5.000 = \$2.500$$

[20] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, “Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones”, Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 165-179.

El valor ponderado de la probabilidad de ganar o perder la apuesta es el mismo, por lo tanto, si la persona es indiferente entre apostar o no, considerando sólo las probabilidades, se dice que es una persona *neutral al riesgo*; sin embargo, si la decisión la toma considerando además el riesgo en sí mismo como un bien, pueden darse dos situaciones:

- Si la persona considera el riesgo como un bien bueno, aceptará la apuesta. A estas personas se les conoce como personas con *inclinación a aceptar riesgos* (amante al riesgo).

- Si la persona considera el riesgo como un bien malo, rechazará la apuesta. A estas personas se les conoce como *aversas al riesgo*.

La probabilidad de que se produzca un acontecimiento repetitivo es, en términos generales, la frecuencia relativa con que ocurrirá. Por ejemplo, decir que la probabilidad de que salga cara si se tira una moneda equilibrada es del 50% significa que si se tirara muchas veces al aire, sería de esperar que saliera cara aproximadamente la mitad de las veces. Asimismo, la probabilidad de que salga 2 con un único dado es de un sexto, es decir, saldrá 2 aproximadamente en una de cada seis tiradas.

En términos algebraicos, suponga que una lotería ofrece n premios (algunos de los cuales pueden ser 0 o incluso negativos), $X_1, X_2,\ldots, X_n$, y que las probabilidades de ganarlos son $\pi_1, \pi_2,\ldots, \pi_n$. Si se supone que un jugador será recompensado con un premio y sólo uno, debe cumplirse lo siguiente:

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1 \qquad (36)$$

La ecuación (36), establece simplemente que la lista comprende todos los resultados posibles de la lotería y que tiene que producirse uno de ellos. Para tener una medida del rendimiento medio de esta lotería, hay que definir el valor esperado de la forma siguiente:

El *valor esperado* de una lotería (X) cuyos premios sean $X_1,X_2,\ldots,X_n$, y cuyas probabilidades de ganar sean $\pi_1,\pi_2,\ldots\pi_n$ es

$$\begin{aligned} valor\ esperado = E(X) &= \pi_1 X_1 + \pi_2 X_2 + \ldots + \pi_n X_n \\ &= \sum_{i=1}^{n} \pi_i X_i \end{aligned} \qquad \textbf{(37)}$$

Se revisará esta definición de valor esperado por medio del siguiente ejemplo. Suponga que Juan y Pedro deciden apostar tirando una moneda al aire. Si sale cara, Juan pagará $1 a Pedro, si sale cruz, Pedro pagará $1 a Juan. Para Pedro, hay dos opciones en

este juego: si sale cara, X_1=+$1 (Pedro gana); si sale cruz, X_2= -$1 (Pedro pierde). Para Juan, el juego es exactamente igual, con la diferencia de que los signos de los resultados están al revés. El valor esperado del juego para Pedro es:

$$E(X) = 0{,}5X_1 + 0{,}5X_2 = 0{,}5(\$1) + 0{,}5(-\$1) = 0 \qquad (38)$$

Para Juan, el juego también tendría un valor esperado de 0.

Suponga ahora que los premios del juego fueran algo distintos, de tal manera que Pedro tiene como opciones X_1=$10 si gana y X_2= -$1 si pierde. El valor esperado de este juego es:

$$E(X) = 0{,}5X_1 + 0{,}5X_2 = 0{,}5(\$10) + 0{,}5(-\$1) = \$5 - \$0{,}5 = \$4{,}5 \qquad (39)$$

Si este juego se realizara muchas veces, Pedro acabaría siendo, sin lugar a dudas, el gran vencedor, y es posible que esté dispuesto a pagar hasta $4,5 por poder jugar. Los juegos como el de la ecuación (38), que tiene un valor esperado de 0, o los de la ecuación (39), en los que el derecho a jugar cuesta sus valores esperados, en este caso $4,5, se denominan juegos justos.

La gente, generalmente, no está dispuesta a participar en juegos justos (esta observación es fundamental para comprender la teoría de la incertidumbre). Es posible que a veces acepte tirar una moneda al aire a cambio de pequeñas cantidades de dinero, pero si se le brindara la oportunidad de apostar $1.000 en este juego, la rechazaría sin lugar a dudas. Asimismo, a veces paga una pequeña cantidad de dinero por participar en un juego "injusto" como una lotería, pero evitará pagar mucho dinero por participar en juegos arriesgados, pero justos[21]. En otras palabras, la mayor parte de las personas asumirán ciertos riesgos en aquellos juegos o acciones en donde las posibles pérdidas sean pequeñas en relación a su nivel de ingreso o riqueza.

3.2 Aversión al Riesgo

Dos loterías pueden tener el mismo valor monetario esperado, pero un riesgo diferente. Por ejemplo, tirar una moneda al aire por $1 y tirarla por $1.000 son ambos juegos justos y tienen el mismo valor esperado. Sin embargo, el segundo es en cierto sentido más "arriesgado" que el primero, por lo que participarían menos personas en un juego en el que el premio consistiera en ganar o perder $1.000.

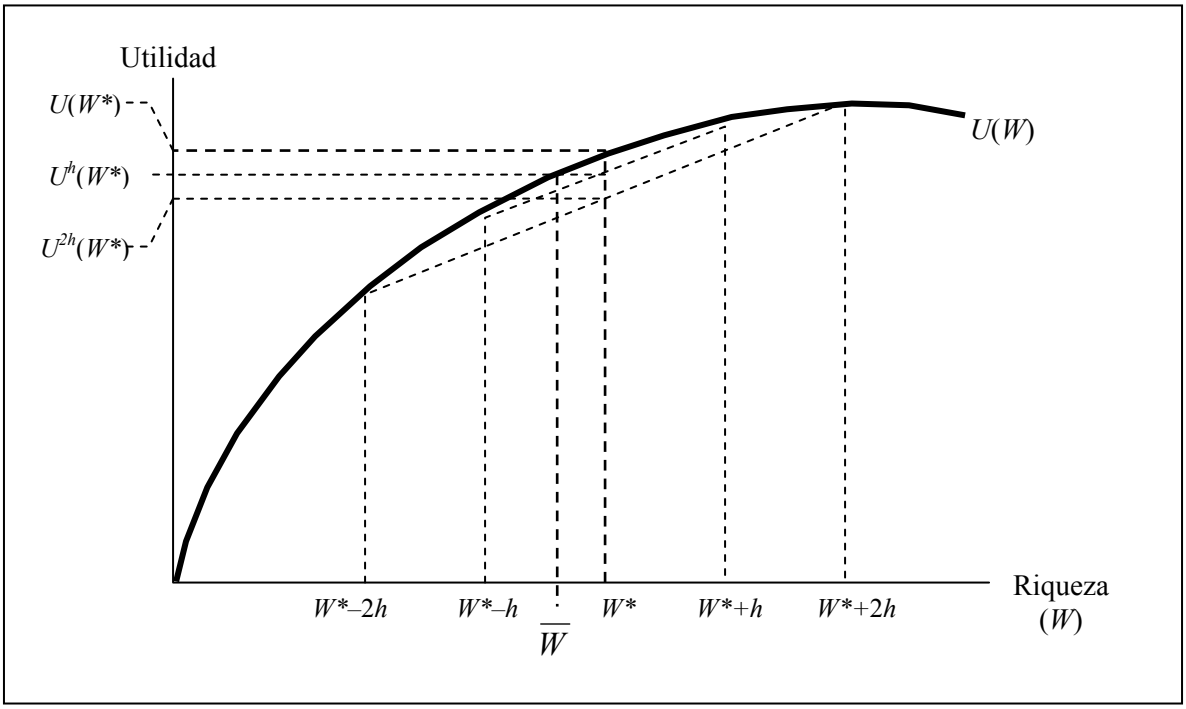
[21] Se supone que la participación en los juegos aquí analizados no reporta ninguna utilidad, salvo los premios; por lo tanto, la observación de que muchas personas apuestan aunque el cociente de probabilidades sea "injusto" (por ejemplo, en el juego de la ruleta, en el que hay 38 resultados posibles, pero la casa paga sólo 36 a 1 al número ganador) no es necesariamente una refutación de esta afirmación, sino que es razonable suponer que esas personas obtienen alguna utilidad de las circunstancias que rodean al juego. Por lo tanto, conceptualmente es posible diferenciar el aspecto de consumo del juego del aspecto puro del riesgo.

El término *riesgo* se refiere a la variabilidad de los resultados de algunas actividades inciertas[22]. Si la variabilidad es baja, la actividad puede ser más o menos segura. Sin un concepto de variabilidad más preciso que éste, no es posible demostrar por qué los individuos, cuando tienen que elegir entre dos juegos que tienen el mismo valor esperado, normalmente eligen aquel cuyo rendimiento es menos variable.

Intuitivamente, la razón se encuentra en que normalmente se supone que la utilidad marginal del dinero obtenido con los premios (la riqueza) disminuye conforme aumenta el premio. El juego consistente en tirar una moneda al aire por $1.000 promete un aumento relativamente pequeño de la utilidad si se gana, pero una gran reducción si se pierde. Apostar $1 solamente es algo "intranscendente", y el aumento que experimenta la utilidad si se gana, contrarresta aproximadamente la reducción que se experimenta si se pierde.

Este argumento se muestra en la Figura Nº8, en la que W^* representa la riqueza actual del individuo y $U(W)$ es un índice de utilidad que refleja lo que piensa el individuo sobre diversos niveles de riqueza. $U(W)$ es una función cóncava de W; para reflejar el supuesto de la utilidad marginal decreciente.

Figura Nº8: Utilidad de la Riqueza Generada por Dos Juegos Justos de Diferente Variabilidad



[22] A menudo, se utiliza el concepto estadístico de "varianza" como variable que recoge aproximadamente el riesgo.

Se supone que la obtención de un dólar adicional produce menos placer a medida que aumenta la riqueza total. Suponga ahora, que se le ofrece al individuo la posibilidad de participar en dos juegos con un 50% de probabilidades de ganar o de perder h\$ o un 50 por ciento de probabilidades de ganar o de perder 2h\$. La utilidad de la riqueza actual es $U(W^*)$. La utilidad esperada si participa en el juego 1 viene dada por $U^h(W^*)$:

$$U^h(W^*) = 0{,}5(W^* + h) + 0{,}5(W^* - h) \qquad (40)$$

Y la utilidad esperada del juego 2 viene dada por $U^{2h}(W^*)$:

$$U^{2h}(W^*) = 0{,}5U(W^* + 2h) + 0{,}5U(W^* - 2h) \qquad (41)$$

Está geométricamente claro en la Figura Nº8 que[23]

$$U(W^*) > U^h(W^*) > U^{2h}(W^*) \qquad (42)$$

Por tanto, el individuo preferirá tener la riqueza actual a tenerla combinada con un juego justo y preferirá un juego pequeño a uno grande. La razón se halla en que ganar un juego justo aumenta el placer del individuo menos de lo que le perjudica perderla. Aunque los premios son iguales desde el punto de vista del valor esperado, la pérdida es más seria desde el punto de vista de la utilidad.

De hecho, el individuo podría estar dispuesto a pagar algo por no participar en ningún juego. Obsérvese que una riqueza segura de $\overline{W}$ reporta la misma utilidad que participar en el juego 1. El individuo estará dispuesto a pagar $W^* - \overline{W}$ por evitar participar en el juego, lo que explica indudablemente por qué la gente compra seguros, es decir, renuncia a una pequeña cantidad segura (la prima) para evitar el resultado arriesgado contra el que se asegura (por ejemplo, un accidente automovilístico). El frecuente uso de ese tipo de seguro parece implicar que la aversión al riesgo es bastante frecuente.

[23] Para ver por qué las utilidades esperadas de la apuesta *h* y de la apuesta *2h* son las que se muestran, obsérvese que estas utilidades esperadas son simplemente la media de las utilidades de un resultado favorable y uno desfavorable. Dado que W^* se encuentra a mitad de camino entre W^*+h y W^*-h, U^h también se encuentra entre $U(W^*+h)$ y $U(W^*-h)$.

Analizando la relación entre la aversión al riesgo y el seguro, considere una persona que tiene una riqueza actual de $10.000.000 y la perspectiva de perder el próximo año su automóvil de $5.000.000 presenta una probabilidad del 25% como consecuencia de un robo. Suponga, además, que el índice de utilidad de esta persona es logarítmico, es decir, $U(W) = ln\,(W)$. Si no tiene un seguro el año que viene, la utilidad esperada será:

$$\begin{aligned} utilidad\ esperada &= 0{,}75U(10.000.000) + 0{,}25U(5.000.000) \\ &= 0{,}75\ln(10.000.000) + 0{,}25\ln(5.000.000) \\ &= 15{,}94480 \end{aligned} \qquad (43)$$

En esta situación, la prima justa seria de $1.250.000 (un 25% de $5.000.000, suponiendo que la compañía de seguros sólo incurre en los costos de tramitar las indemnizaciones y que sus costos administrativos son cero). Por consiguiente, si esta persona asegura el automóvil a todo riesgo, su riqueza será de $8.750.000, independientemente de que le roben o no el automóvil. En este caso, pues,

$$utilidad\ \ esperada\ = U(8.750.000) = ln(8.750.000) = 15{,}98456 \qquad (44)$$

Esta persona disfruta claramente de un bienestar mayor cuando compra un seguro justo. De hecho, es posible averiguar la cantidad máxima que podría pagarse por esta protección del seguro, planteando que:

$$\begin{aligned} utilidad\ esperada &= U(10.000.000 - x) \\ 15{,}94480 &= \ln(10.000.000 - x) \end{aligned} \qquad (45)$$

Despejando x (que representa la prima) en esta ecuación, se tiene que:

$$10.000.000 - x = e^{15{,}94480} \qquad (46)$$

Por tanto, la prima máxima que se está dispuesto a pagar es de $x = \$1.591.110$.

Esta persona estaría dispuesta a pagar hasta $341.110 en costos administrativos a una compañía de seguros (además de la prima de $1.250.000 para cubrir el valor esperado de la pérdida). Aún pagando esos costos, disfrutaría del mismo bienestar que si fuera obligada a enfrentarse al mundo sin seguro.

En el estudio de las decisiones económicas en situaciones de riesgo, a veces resulta útil contar con una medida cuantitativa del grado de aversión al riesgo. La más utilizada fue desarrollada inicialmente por J. W. Pratt en la década de 1960. Esta medida de la aversión al riesgo, $r(W)$, se define de la forma siguiente:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} \qquad (47)$$

Dado que el rasgo distintivo de las personas aversas al riesgo es que la riqueza tiene una utilidad marginal decreciente $[U''(W) < 0]$, la medida de Pratt es positiva en esos casos.

CLASE 07

3.2.1 La Aversión al Riesgo y las Primas de los Seguros

Tal vez, la característica más útil de la medida de la aversión al riesgo de Pratt sea que puede demostrarse que es proporcional a la cantidad que pagará una persona por un seguro contra un juego justo. Suponga que los premios de ese juego justo se representan por medio de la variable aleatoria h (esta variable puede ser positiva o negativa). Dado que el juego es justo, el valor esperado es $E(h)=0$. Sea ahora p la magnitud de la prima del seguro con la que al individuo le daría exactamente lo mismo aceptar el juego justo h que pagar p con certeza por evitarlo:

$$E[U(W+h)]=U(W-p) \qquad (48)$$

Donde W es la riqueza actual del individuo. Ahora se deben expandir los dos miembros de la ecuación (48) utilizando una serie de Taylor[24]. Dado que p es una cantidad fija, bastará una sencilla aproximación lineal al segundo miembro de la ecuación:

$$U(W-p)=U(W)-pU'(W) + \textit{términos de orden superior} \qquad (49)$$

En el caso del primer miembro, se necesita de una aproximación cuadrática para tener en cuenta la variabilidad del juego, h:

$$E[U(W+h)]=E\left[U(W)+hU'(W)+\frac{h^2}{2}U''(W)+\textit{términos de orden superior}\right] \qquad (50)$$

$$=U(W)+E(h)U'(W)+\frac{E(h^2)}{2}U''(W)+\textit{términos de orden superior} \qquad (51)$$

[24] La serie de Taylor permite una aproximación a cualquier función diferenciable en torno a un punto. Si $f(x)$ tiene derivadas de todos los órdenes, puede demostrarse que:

$$f(x+h)=f(x)+hf'(x)+h^2/2\, f''(x)+ \textit{términos de orden superior}$$

La fórmula de la pendiente en un punto que se aprende en álgebra, es un sencillo ejemplo de la serie de Taylor.

Ahora, recordando que $E(h)=0$, dejando de lado los términos de orden superior y utilizando la constante k para representar $E(h^2)/2$, se pueden igualar las ecuaciones (49) y (51) y obtener:

$$U(W) - pU'(W) \cong U(W) + kU''(W) \qquad (52)$$

O sea,

$$p \cong -\frac{kU''(W)}{U'(W)} = kr(W) \qquad (53)$$

Tal como se quería demostrar. Es decir, la cantidad que está dispuesta a pagar una persona renuente al riesgo, por evitar un juego justo es aproximadamente proporcional a la medida de aversión al riesgo de Pratt. Dado que las primas son observables en el mundo real, suelen utilizarse para estimar los coeficientes de aversión al riesgo de las personas o para comparar los coeficientes de distintos grupos de individuos. Por lo tanto, es posible utilizar la información de mercado para conocer algo las actitudes hacia las situaciones arriesgadas.

3.2.2 La Aversión al Riesgo y la Riqueza

Una cuestión importante es saber si el grado de aversión al riesgo de una persona aumenta o disminuye conforme son mayores los niveles de renta. Intuitivamente, cabría suponer que la disposición a pagar por evitar un juego justo disminuye a medida que aumenta la riqueza, ya que la utilidad marginal decreciente haría que las posibles pérdidas fueran menos graves para las personas ricas. Sin embargo, esa respuesta intuitiva no es necesariamente correcta, ya que la utilidad marginal decreciente también hace que las ganancias que se obtienen sean menos atractivas, por lo tanto, el resultado neto es indeterminado y depende de la forma exacta de la función de utilidad. De hecho, si la utilidad es cuadrática en la riqueza,

$$U(W) = a + bW + cW^2 \qquad (54)$$

Donde $b > 0$, $c < 0$, la medida de la aversión al riesgo de Pratt es:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{-2c}{b + 2cW} \qquad (55)$$

Que en contra de lo que sugiere la intuición, aumenta conforme es mayor la riqueza. En cambio, si la utilidad es logarítmica en la riqueza:

$$U(W) = ln(W) \qquad (W > 0) \qquad (56)$$

Se tiene que:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{1}{W} \qquad (57)$$

Que de hecho, disminuye conforme aumenta la riqueza. La función de utilidad:

$$U(W) = -e^{-AW} = -\exp(-AW) \qquad (58)$$

(Donde A es una constante positiva), muestra una aversión constante al riesgo en todos los intervalos de riqueza, ya que ahora:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{A^2 e^{-AW}}{Ae^{-AW}} = A \qquad (59)$$

Esta característica de la función de utilidad exponencial, puede utilizarse para realizar algunas estimaciones numéricas de la disposición a pagar por evitar los juegos, como muestra el ejemplo siguiente.

Suponga que una persona cuya riqueza inicial es W_0 y cuya utilidad viene dada por la función de la ecuación (58), se enfrenta a una probabilidad del 50% de ganar o de perder $1.000. ¿Cuánto pagaría por evitar el riesgo? Para hallar este valor, se iguala la utilidad de $W_0 - F$ (donde F representa el pago) y la utilidad esperada del juego:

$$-exp[-A(W_0 - F)] = -0{,}5\, exp[-A(W_0 + 1.000)] - 0{,}5\, exp[-A(W_0 - 1.000)] \qquad (60)$$

Reescribiendo la ecuación, se obtiene:

$$-exp[-AW_0 + AF] = -0{,}5\, exp[-AW_0 - 1.000A] - 0{,}5\, exp[-AW_0 + 1.000A]$$
$$[-exp(-AW_0)] \cdot [exp(AF)] = 0{,}5 \cdot [-exp(-AW_0)] \cdot [exp(-1.000A)] + 0{,}5 \cdot [-exp(-AW_0)] \cdot [exp(1.000A)]$$

Y dado que el factor -$exp(-AW_0)$, está contenido en todos los términos de la ecuación (60), puede simplificarse, mostrando así que (en el caso de la función de utilidad exponencial) la disposición a pagar por evitar la incertidumbre es independiente de la riqueza. Ahora se pueden utilizar los términos restantes:

$$exp(AF) = 0{,}5\, exp(-1.000A) + 0{,}5\, exp(1.000A) \qquad (61)$$

Para encontrar el valor de F correspondiente a diversos valores de A, se debe despejar F de la ecuación (61), obteniendo la siguiente ecuación,

$$F = \frac{ln\left[0{,}5\, exp\left(-1.000\, A\right) + 0{,}5\, exp\left(1.000\, A\right)\right]}{A} \qquad (62)$$

Si $A = 0{,}0001$, $F = 49{,}9$: una persona que tenga este grado de aversión al riesgo pagaría alrededor de $50 por evitar un juego justo de $1.000. Si $A = 0{,}0003$, esta persona más renuente al riesgo, pagaría $F = 147{,}8$ por evitar el juego. Dado que la intuición sugiere que estos valores son razonables, los valores de la aversión al riesgo, en estos intervalos, se utilizan a veces para realizar investigaciones empíricas.

3.2.3 La Aversión Relativa al Riesgo

Parece improbable que la disposición a pagar por evitar un juego sea independiente del nivel de riqueza del individuo. Es más atractivo suponer que esa disposición a pagar es inversamente proporcional a la riqueza y que cabría esperar en ese caso que la expresión

$$rr(W) = Wr(W) = -W\frac{U''(W)}{U'(W)} \qquad (63)$$

Fuera aproximadamente constante. Siguiendo la terminología propuesta por J. W. Pratt, la función $rr(W)$ definida en la ecuación (63), ha acabado llamándose "*aversión relativa al riesgo*". La función de utilidad exponencial[25],

$$U(W)\begin{cases} U(W) = \dfrac{W^R}{R} & \left(para\ R < 1,\ R \neq 0\right) \\ U(W) = ln\, W & \left(para\ R = 0\right) \end{cases} \qquad (64)$$

Muestra una *aversión absoluta* decreciente al riesgo:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}\begin{cases} -\dfrac{(R-1)W^{R-2}}{W^{R-1}} = -\dfrac{(R-1)}{W} & \left(para\ R < 1,\ R \neq 0\right) \\ -\dfrac{1/W^2}{1/W} = -\dfrac{1}{W} & \left(para\ R = 0\right) \end{cases} \qquad (65)$$

[25] El parámetro *R* determina tanto el grado de aversión al riesgo como el grado de curvatura de las curvas de indiferencia que implica la función.

Pero una *aversión relativa* constante al riesgo:

$$rr(W) = Wr(W)\begin{cases} 1-R & (para\ R<1,\ R\neq 0) \\ -1 & (para\ R<1,\ R\neq 0) \end{cases} \qquad (66)$$

La evidencia empírica, generalmente, es coherente con los valores de R en el intervalo que va de -3 a -1. Por tanto, parece que los individuos son algo más renuentes al riesgo de lo que implica la función de utilidad logarítmica, aunque en muchas aplicaciones esa función constituye una aproximación razonable.

A una persona, cuya conducta se caracteriza por mostrar una aversión relativa constante al riesgo, le interesarán las ganancias o pérdidas proporcionales de riqueza. Por tanto, es posible preguntarse ¿a qué proporción de la riqueza inicial (F) estaría dispuesta una persona a renunciar, para evitar una apuesta justa del 10% de su riqueza inicial? Suponiendo que $R = 0$, la función de utilidad que se debe utilizar es la logarítmica. Igualando la utilidad de la riqueza restante segura de esta persona y la utilidad esperada de la apuesta del 10 por ciento, se tiene que:

$$ln[(1-F)W_0] = 0{,}5\,ln(1{,}1W_0) + 0{,}5\,ln(0{,}9W_0) \qquad (67)$$

Reescribiendo la ecuación, se obtiene:

$$\begin{aligned} ln(1-F) + ln(W_0) &= 0{,}5[ln(1{,}1) + ln(W_0)] + 0{,}5[ln(0{,}9) + ln(W_0)] \\ ln(1-F) + ln(W_0) &= 0{,}5[ln(1{,}1) + ln(0{,}9)] + 0{,}5[ln(W_0) + ln(W_0)] \\ ln(1-F) + ln(W_0) &= 0{,}5\,ln(0{,}99) + 0{,}5\,ln(W_0^2) \\ ln(1-F) + ln(W_0) &= ln(0{,}99^{0{,}5}) + ln(W_0) \end{aligned}$$

Dado que cada término contiene $ln\ (W_0)$, la riqueza inicial puede eliminarse de esta expresión:

$$ln(1-F) = ln(0{,}99^{0{,}5}) \qquad (68)$$

Por lo que:

$$\begin{aligned} (1-F) &= (0{,}99)^{0{,}5} \\ (1-F) &= 0{,}995 \qquad (69) \\ F &= 0{,}005 \end{aligned}$$

Por tanto, esta persona sacrificará hasta 0,5% de la riqueza para evitar la apuesta del 10%. Si se analiza lo que sucede en el caso que $R = -2$, se obtiene:

$$\frac{[(1-F)W_0]^{-2}}{-2} = \frac{0{,}5(1{,}1W_0)^{-2}}{-2} + \frac{0{,}5(0{,}9W_0)^{-2}}{-2} \qquad (70)$$

Una vez más, simplificando la ecuación, se eliminan los términos en W_0, por lo que queda:

$$\begin{aligned} (1-F)^{-2} &= 0{,}5(1{,}1)^{-2} + 0{,}5(0{,}9)^{-2} \\ (1-F)^{-2} &= 1{,}0305 \qquad (71) \\ F &= 0{,}015 \end{aligned}$$

Por tanto, esta persona que es más renuente al riesgo, estaría dispuesta a renunciar incluso a un 1,5% de su riqueza inicial para evitar una apuesta del 10%.

Realice ejercicios N° 17 al 20

CLASE 08

3.3 Modelo de Preferencias por Distintos Estados

Hasta el momento se ha visto como se comporta un individuo frente a situaciones inciertas que conllevan algún riesgo. Como se dijo al principio de este apartado, en la vida real los individuos se enfrentan a situaciones de consumo en las cuales la certeza de la utilidad o beneficio que obtendrán con su decisión no es total, lo que lleva al punto de que, el modelo básico de maximización de la utilidad sujeto a una restricción presupuestaria parece haber perdido sentido.

Para seguir avanzando en el examen de la conducta en condiciones de incertidumbre, se estudiará una terminología nueva, la que permite reintroducir el análisis de esa conducta en el modelo convencional de la teoría de la elección. Se debe comenzar suponiendo que los resultados de un acontecimiento aleatorio pueden clasificarse en un cierto número de

estados del mundo, sin embargo, para efectos de análisis se utilizarán sólo dos estados posibles[26]: "situación buena" o "situación mala".

Una idea conceptual que puede desarrollarse junto con la de estados del mundo es la de *mercancías contingentes*, que son bienes que sólo se consiguen si se produce un determinado estado del mundo, por ejemplo, "$1 si la situación es buena" es una mercancía contingente que promete al individuo $1 si la situación es buena, pero nada si mañana la situación es mala.

Suponga que se puede comprar esta mercancía contingente, sin embargo, como mañana la situación podría ser mala, probablemente se comprará este bien por menos de $1, reconociendo así el riesgo de perder el dinero pagado por el bien. Suponga también que se puede comprar la mercancía contingente "$1 si la situación es mala", asegurando así que mañana se tendrá $1, independiente de cual sea la situación. Nótese que aún cuando se compren ambas mercancías hoy, sólo se conseguirá una mañana, dado que mañana la situación será buena o mala, pero no las dos cosas a la vez.

Considerando lo anterior, se dirá que el examen de las elecciones maximizadoras de la utilidad entre mercancías contingentes se diferencia del análisis de las elecciones, anteriormente estudiado[27], en el hecho de que el individuo, una vez hecha la elección, obtendrá sólo un bien contingente, dependiendo de que la situación sea buena o mala.

Antes de conocer la situación real de mañana, el individuo tiene que escoger hoy, en un ambiente de incertidumbre, entre dos bienes contingentes, los que se representarán por medio de W_b (riqueza si la situación es buena) y W_m (riqueza si la situación es mala). Suponiendo que la utilidad es independiente del estado que se produzca[28] y que este individuo cree que la situación será buena con una probabilidad π, la utilidad esperada correspondiente a estos dos bienes contingentes es:

$$V(W_b, W_m) = \pi U(W_b) + (1-\pi)U(W_m) \qquad (72)$$

Ésta es la magnitud que la persona trata de maximizar dada su riqueza inicial, W. Suponiendo que esta persona puede comprar $1 de riqueza si la situación es buena por P_b y $1 de riqueza si la situación es mala por P_m, su restricción presupuestaria es:

$$W = P_b W_b + P_m W_m \qquad (73)$$

[26] Se puede hacer una gradación mucho más estricta de los estados del mundo, en la que hubiera incluso millones de estados posibles, pero la mayoría de los elementos esenciales de la teoría pueden desarrollarse utilizando solamente dos, por lo que no se empleara aquí una definición más compleja.

[27] En el modelo estudiado anteriormente, se plantea que los individuos al maximizar su utilidad eligen cestas de bienes, las que obtienen plenamente.

[28] Este supuesto es insostenible en las circunstancias en las que la utilidad de la riqueza depende del estado del mundo. Por ejemplo, la utilidad que reporta un determinado nivel de riqueza puede variar dependiendo de que el individuo esté "enfermo" o "sano". Sin embargo, no se analizará aquí este tipo de complicaciones. En la mayor parte del análisis, se supondrá que la utilidad es cóncava en la riqueza: $U'(W) > 0$, $U''(W) < 0$.

La relación de precios P_b/P_m muestra cómo puede intercambiar esta persona pesos de riqueza de la situación buena por pesos de riqueza de la situación mala. Por ejemplo, si $P_b = 0{,}80$ y $P_m = 0{,}20$, el sacrificio de $1 de riqueza de la situación buena le permitiría comprar mercancías contingentes que generaran $4 de riqueza si la situación resultara ser mala. Ese intercambio mejoraría la utilidad dependiendo, por supuesto, de los detalles de la situación. Pero el examen de los problemas en los que hay incertidumbre, concibiéndolos como situaciones en las que se intercambian diversos derechos contingentes, es la idea clave que ofrece el modelo de las preferencias por los distintos estados.

Si los mercados de derechos contingentes sobre la riqueza están perfectamente desarrollados y existe unanimidad sobre la probabilidad de que la situación sea buena (π), los precios de estos derechos serán actuarialmente justos, es decir, serán iguales a las probabilidades subyacentes:

$$\begin{aligned} P_b &= \pi \\ P_m &= (1-\pi) \end{aligned} \qquad (74)$$

Por tanto, la relación de precios P_b/P_m reflejará simplemente el cociente de probabilidades en favor de la situación buena:

$$\frac{P_b}{P_m} = \frac{\pi}{1-\pi} \qquad (75)$$

En nuestro ejemplo anterior, si $P_b = \pi = 0{,}8$ y $P_m = (1-\pi) = 0{,}2$, entonces $\pi/(1-\pi) = 4$. En este caso, el cociente de probabilidades en favor de la situación buena se formularía de la manera siguiente: “4 a 1”. Los mercados justos de derechos contingentes (como los mercados de seguros), también reflejarán este cociente de probabilidades. La situación de las apuestas anunciadas en las carreras de caballos constituye una buena analogía. Estos anuncios son “justos” cuado reflejan las verdaderas probabilidades de ganar que tienen los distintos caballos.

3.3.1 La Aversión al Riesgo en el Modelo de Preferencias por los Distintos Estados

Es posible mostrar que si los mercados de derechos contingentes son justos, una persona maximizadora de la utilidad optará por una situación en la que $W_b = W_m$, es decir, dispondrá las cosas de tal forma, que la riqueza que acabe obteniendo sea la misma, independientemente del estado que se produzca.

La maximización de la utilidad (ecuación (72)) sujeta a una restricción presupuestaria (ecuación (73)) requiere, al igual que en el análisis de elección estudiado anteriormente, que este individuo iguale la RMS de W_m por W_b a la relación entre los precios de estos "bienes":

$$RMS = \frac{\partial V / \partial W_b}{\partial V / \partial W_m} = \frac{\pi U'(W_b)}{(1-\pi)U'(W_m)} = \frac{P_b}{P_m} \qquad (76)$$

Dado el supuesto de que los mercados de derechos contingentes son justos (ecuación (75)), esta condición de primer orden se reduce a:

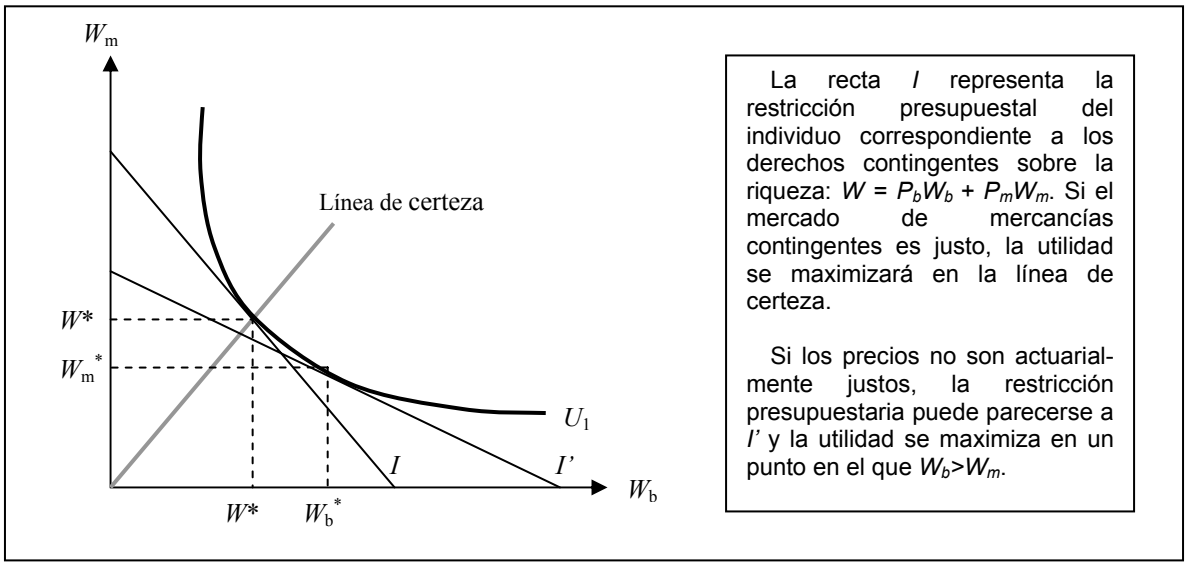
$$\frac{U'(W_b)}{U'(W_m)} = 1$$

O sea[29],

$$W_b = W_m \qquad (77)$$

Por lo tanto, este individuo, enfrentado a unos mercados justos de derechos contingentes sobre la riqueza, será renuente al riesgo y decidirá asegurar el mismo nivel de riqueza independientemente de las circunstancias. La Figura Nº9, muestra gráficamente la aversión al riesgo. La restricción presupuestaria de esta persona (I), es tangente a la curva de indiferencia U_1 cuando $W_b = W_m$, un punto de la "línea de certeza" en el que la riqueza (W^*) es independiente del estado del mundo que se produzca. En W^* la pendiente de la curva de indiferencia $[(\pi/(1-\pi)]$, es exactamente igual a la relación de precios P_b/P_m.

Figura Nº9: Aversión al Riesgo en el Modelo de Preferencias por los Distintos Estados



[29] Obsérvese que este paso requiere que la utilidad sea independiente del estado y que $U'(W) > 0$.

Si el mercado de derechos contingentes sobre la riqueza no fuera justo, la utilidad no se maximizaría en la línea de certeza. Suponga, por ejemplo, que $\pi/(1-\pi)=4$, pero que $P_b/P_m=2$ porque asegurar la riqueza, cuando la situación es mala resulta bastante costoso. En este caso, la restricción presupuestaria se parecería a la recta I' de la Figura Nº9 y la utilidad se maximizará por debajo de la línea de certeza[30]. En este caso, el individuo apostaría algo optando por $W_b > W_m$, ya que los derechos sobre W_m son relativamente costosos.

Se puede ilustrar el modelo de preferencias por los distintos estados a través del seguro de automóviles, considerando la elección como un problema en el que hay dos mercancías contingentes: "riqueza sin ningún robo" (W_b) y "riqueza con un robo" (W_m). Si se supone que la utilidad es logarítmica y que la probabilidad de que haya un robo (es decir, 1–π) es 0,25, se tiene que:

$$\begin{aligned} utilidad\ esperada &= 0{,}75U(W_b) + 0{,}25U(W_m) \\ &= 0{,}75\,ln\,W_b + 0{,}25\,ln\,W_m \end{aligned} \qquad (78)$$

Si el individuo no toma ninguna medida, la utilidad depende de la dotación inicial de riqueza, W_b^*=10.00.000, W_m^*=5.000.000 y, por tanto,

$$utilidad\ esperada = 0{,}75\ ln(10.00.000) + 0{,}25\ ln(5.000.000) = 15{,}94480 \qquad (79)$$

Para estudiar los intercambios que conllevan un alejamiento con respecto a estas dotaciones iniciales, se formula la restricción presupuestaría en función de los precios de las mercancías contingentes, P_b y P_m:

$$P_b W_b^* + P_m W_m^* = P_b W_b + P_m W_m \qquad (80)$$

Suponiendo que los precios son iguales a las probabilidades de los dos estados (P_b=0,75, P_m=0,25), esta restricción puede expresarse de la forma siguiente:

$$0{,}75(10.00.000) + 0{,}25(5.000.000) = 8.750.000 = 0{,}75W_b + 0{,}25\ W_m \qquad (81)$$

Pero la maximización de la ecuación (78) con respecto a esta restricción presupuestaria da lugar a $W_b = W_m = 8.750.000$. La demostración de esto se realizará formulando el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = 0{,}75\ln(W_b) + 0{,}25\ln(W_m) + \lambda(8.750.000 - 0{,}75W_b - 0{,}25W_m)$$

[30] Dado que la RMS a lo largo de la línea de certeza siempre es π/(1- π), la tangencias con una pendiente más plana que ésta deben producirse por debajo de la línea.

Obteniendo las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W_b} = \frac{0{,}75}{W_b} - 0{,}75W_b = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W_m} = \frac{0{,}25}{W_m} - 0{,}25W_m = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 8.750.000 - 0{,}75W_b - 0{,}25W_m = 0$$

El cociente de los dos primeros términos demuestra que:

$$\frac{0{,}75/W_b}{0{,}25/W_m} = \frac{0{,}75W_b}{0{,}25W_m}$$
$$\frac{0{,}75W_m}{0{,}25W_b} = \frac{0{,}75W_b}{0{,}25W_m}$$
$$W_m = W_b$$

Reemplazando en la tercera condición, esta igualdad:

$$8.750.000 - 0{,}75W_b - 0{,}25W_b = 0$$
$$8.750.000 = W_b$$

Y como $W_b = W_m$, entonces se cumple que $W_b = W_m = 8.750.000$. Por consiguiente, el individuo se trasladará a la línea de certeza y recibirá una utilidad esperada de:

$$Utilidad\ esperada = ln\ (8.750.000) = 15{,}98456 \qquad (82)$$

Lo que constituye una clara mejora en comparación con no hacer nada. Para conseguir esta mejora, el individuo debe ser capaz de transferir $1.250.000 de riqueza de la situación buena (ausencia de robo) a los $3.750.000 de riqueza adicional de la situación mala (hay un robo).

Situación buena	8.750.000 – 10.000.000	= –1.250.000
Situación mala	8.750.000 – 5.000.000	= 3.750.000

Un contrato de seguro justo lo permitiría, ya que costaría $1.250.000, pero devolvería $5.000.000 al individuo si hubiera un robo (pero nada si no lo hubiera). Obsérvese que los cambios de la riqueza prometidos por el seguro ($dW_m / dW_b = 3.750.000 / -1.250.000 = -3$) son

exactamente iguales a la negativa del cociente de probabilidades, o sea, $-\pi / (1-\pi) = -0{,}75/0{,}25 = -3$.

Algunos otros contratos de seguro podrían mejorar la utilidad en esta situación, aunque no todos ellos llevarían a hacer elecciones que se encontraran en la línea de certeza. Por ejemplo, una póliza que costara $1.300.000 y devolviera $5.000.000 en caso de robo permitiría a esta persona alcanzar la línea de certeza con $W_b = W_m = 8.700.000$ y

$$Utilidad\ esperada = In\ (8.700.000) = 15{,}97883 \qquad (83)$$

Que también es superior a la utilidad que puede obtenerse con la dotación inicial. Una póliza que costara $1.225.000 y obligara al individuo a incurrir en los primeros $250.000 de una pérdida causada por robo, generaría:

$$\begin{aligned} W_g &= 10.000.000 - 1.225.000 = 8.775.000 \\ W_b &= 5.000.000 - 1.225.000 + 4.750.000 = 8.525.000 \end{aligned} \qquad (84)$$

Y

$$Utilidad\ esperada = 0{,}75\, ln(8.775.000) + 0{,}25\, ln(8.525.000) = 15{,}98019 \qquad (85)$$

Aún cuando esta póliza no permitiera al individuo alcanzar la línea de certeza, mejora la utilidad. El seguro no tiene por qué ser completo para prometer una utilidad mayor.

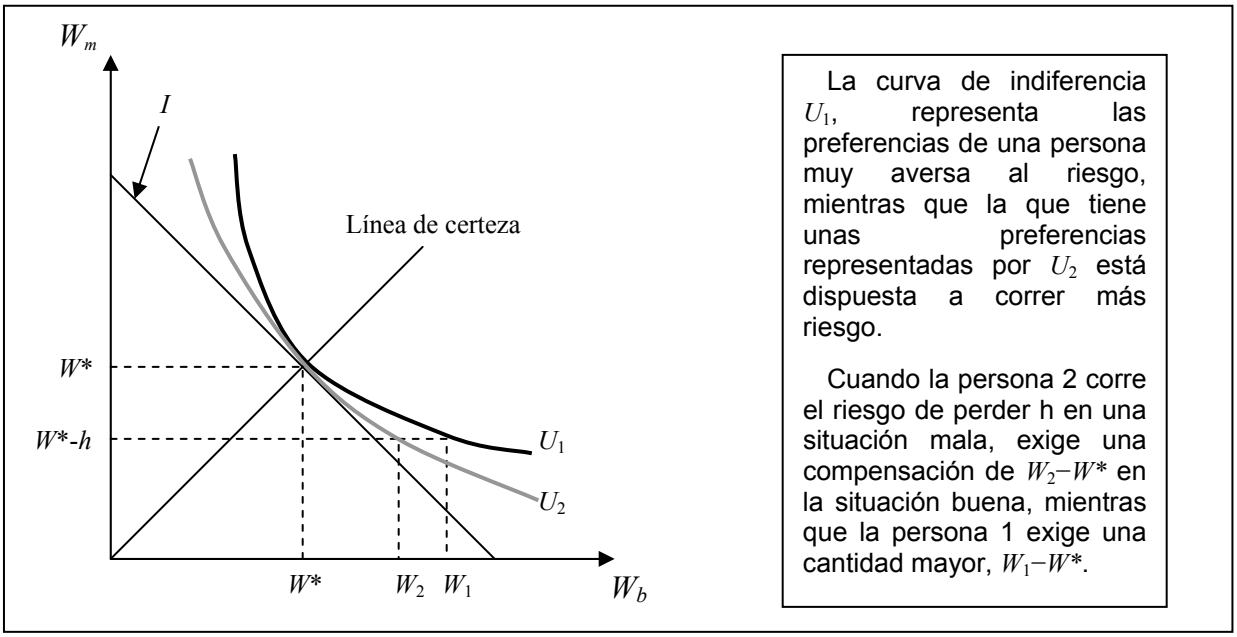
El modelo de preferencias por los distintos estados mostrado en la Figura Nº9 también es especialmente útil para analizar la relación entre la aversión al riesgo y la disposición de los individuos a aceptarlo. Considere dos personas, cada una de las cuales comienza teniendo una cierta riqueza, W^*. Ambas tratan de maximizar una función de utilidad esperada de la forma:

$$V(W_g, W_b) = \pi \frac{W_g^R}{R} + (1-\pi)\frac{W_b^R}{R} \qquad (86)$$

En este caso, la función de utilidad muestra una aversión relativa constante al riesgo. El parámetro R, al igual que antes, determina tanto el grado de aversión al riesgo como el grado de curvatura de las curvas de indiferencia que implica la función. El valor de R será muy negativo en el caso de una persona muy renuente al riesgo; sus curvas de indiferencia tendrán una forma muy curvada, como U_1, de la Figura Nº10. El valor de R será más alto en el caso de una persona que tolere más el riesgo; siendo sus curvas de indiferencia más planas (como U_2)[31].

[31] La tangencia de U_1 y U_2 en W^* está garantizada, ya que la *RMS* a lo largo de la línea de certeza viene dada por π/(1- π) independientemente del valor de *R*.

Figura Nº10: Aversión al Riesgo y las Primas de Riesgo



Suponga ahora que estas personas se enfrentan a la perspectiva de perder h dólares de riqueza en una situación mala. Ese riesgo sería aceptable para la persona 2 si la riqueza de la situación buena aumentara de W^* a W_2. Sin embargo, en el caso de la persona 1 muy renuente al riesgo, la riqueza tendría que aumentar a W_1 para que el riesgo fuera aceptable. La diferencia entre W_1 y W_2 indica la influencia de la aversión al riesgo en la disposición a asumir riesgos. En algunos de los problemas de este capítulo se utiliza este recurso gráfico para mostrar la conexión entre las preferencias (representadas por la función de utilidad de la ecuación (86)) y la conducta en situaciones arriesgadas.

Realice ejercicios N° 21 al 23

CLASE 09

4. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN[32]

El mercado está formado por dos agentes económicos: consumidores y productores. Los consumidores se identifican con la demanda, mientras que los productores con la oferta. En este apartado, serán analizados todos los aspectos relacionados con estos últimos, desde una perspectiva microeconómica.

Las empresas para poder producir algún bien[33] requieren materias primas, maquinarias, mano de obra, etc.; sin embargo, desde una perspectiva económica, esta visión, compleja en la realidad, se simplifica a un nivel en el cual la producción (q) queda en función de dos factores: Capital y Trabajo. Esta relación entre los factores y el bien producido se formaliza por medio de una función de producción de la siguiente forma:

$$q = f(K, L) \qquad (87)$$

Donde q representa la producción de un determinado bien que realiza la empresa durante un período[34], K representa el uso de máquinas (es decir, de capital) realizado durante ese período, y L representa las horas de trabajo. La ecuación (87), muestra la cantidad máxima que puede obtenerse del bien utilizando distintas combinaciones de capital (K) y de trabajo (L). Por ejemplo, si un productor de calzado desea producir 100 pares de zapatos, puede utilizar una combinación capital-trabajo en la que el recurso intensivo (proporcionalmente más utilizado) sea el capital, o bien, escoger una combinación intensiva en mano de obra.

Estos factores se pueden clasificar a su vez en factores fijos y factores variables, considerando para ello la capacidad de modificarlos en un periodo determinado, por ejemplo, una central hidroeléctrica se puede considerar como un factor fijo durante un período de 5 años, ya que el costo de cambiar a otra tecnología de producción es muy alto[35], sin embargo, en un período de 50 años, se puede considerar como un factor variable, ya que el precio de nuevas tecnologías puede resultar lo suficientemente atractivo como para desechar la inversión de la central hidroeléctrica. En conclusión, se dirá que un factor se considerará fijo, cuando no pueda ser modificable en el corto plazo.

---

[32] Este apartado fue adaptado de Nicholson, Walter, "Teoría Microeconómica: Principios básicos y aplicaciones", Sexta edición. México, McGraw-Hill, 1997, pág. 165-179.

[33] El término "bien", no sólo se refiere a los productos, sino que incluye a los servicios; desde una perspectiva económica, no se presenta mayor diferencia entre bienes y servicios, ya que ambas categorías son producidas mediante la utilización de alguna cantidad de factor trabajo y alguna cantidad de factor capital.

[34] Aquí se utiliza la letra minúscula *q,* para representar la producción de una empresa y la mayúscula *Q,* para representar la producción total de un mercado.

[35] Obviamente esta afirmación no sería válida en el caso que el productor estuviese dispuesto a desechar esta inversión, y cambiar a otra tecnología que mejorara la eficiencia productiva, además de generar menores costos.

La distinción entre corto y largo plazo es algo relativo, por ejemplo, 5 años pueden ser un período de corto plazo para una empresa generadora de electricidad, sin embargo, puede ser un período de largo plazo para una empresa de servicios; por ello se centrará la distinción, en la posibilidad que tenga el productor de aumentar la producción, o mejorar los procesos productivos, dentro de un período determinado mediante la modificación de todos los factores productivos utilizados. Si existen factores no modificables en dicho período, entonces se considera que el análisis se realiza en una situación de corto plazo, de lo contrario, si todos los factores son modificables, el análisis se realiza en una situación de largo plazo, lo que implica que las alternativas disponibles son mayores.

Para poder estudiar la forma en que el productor u oferente decide la combinación óptima de factores a utilizar, es necesario conocer antes algunos conceptos como el producto marginal, productividad media y la relación marginal de sustitución técnica (RMST).

4.1 Producto Marginal, Productividad Media y Relación Marginal Sustitución Técnica.

El *producto marginal* (PMg) de un factor, es la producción adicional que puede obtenerse empleando una unidad más de ese factor y manteniendo todo lo demás constante (ceteris paribus). En términos matemáticos,

$$\begin{aligned} \text{Producto } marginal\ del\ capital &= PMg_K = \frac{\partial q}{\partial K} = f_K \\ \text{Producto } marginal\ del\ trabajo &= PMg_L = \frac{\partial q}{\partial L} = f_L \end{aligned} \qquad (88)$$

Obsérvese que las definiciones matemáticas del producto marginal utilizan derivadas parciales, reflejando así el hecho de que todos los demás factores se mantienen constantes mientras se altera el que interesa estudiar. Un ejemplo clásico que grafica la productividad marginal es el del campo, en el que 50 trabajadores son capaces de producir 100 quintales de trigo al año, mientras que 51 trabajadores, con la misma tierra y equipo, pueden producir 102, entonces el producto marginal del quincuagésimo primer trabajador es de 2 quintales al año.

Continuando con el ejemplo anterior, se puede concluir, en forma lógica, que si se aumentan indefinidamente los trabajadores a una determinada extensión de tierra, manteniendo constante al mismo tiempo la cantidad de equipo, fertilizantes, etc., la productividad marginal del factor trabajo acabará disminuyendo, es decir, manteniendo todo constante y sólo incrementando la mano de obra, se llegará a un punto en que los trabajadores sólo se estorbarán unos a otros, provocando que la productividad marginal de cada trabajador extra sea negativa. En términos matemáticos, el supuesto de la

productividad marginal decreciente es un supuesto sobre las derivadas parciales de segundo orden de la función de producción:

$$\frac{\partial PMg_K}{\partial K} = \frac{\partial^2 q}{\partial K^2} = f_{KK} < 0$$
$$\frac{\partial PMg_L}{\partial L} = \frac{\partial^2 q}{\partial L^2} = f_{LL} < 0 \qquad (89)$$

El origen de este supuesto se encuentra en la predicción del economista T. Malthus (S. XIX), quien afirmaba que como la cantidad de tierra es fija y la población crece, la productividad decreciente del trabajo acabaría creando una situación en la que el crecimiento (geométrico) de la población, sería superior al crecimiento (aritmético) de las existencias de alimentos. Lo que Malthus desconoció, fue la posibilidad de que los aumentos del equipo de capital y los avances técnicos (que aunque se mantienen constantes en nuestra definición, en realidad varían con el paso del tiempo), impedirían que disminuyera la productividad del trabajo en la agricultura. Sin embargo, los economistas siguen reconociendo como una proposición empíricamente válida, que la productividad marginal del trabajo (o de cualquier otro factor) disminuye, cuando todos los demás factores se mantienen constantes.

El concepto de productividad media se representa, generalmente, con el término "productividad del trabajo". La *productividad media* suele emplearse como medida de la eficiencia, ya que se mide fácilmente, por ejemplo, quintales de trigo por hora trabajada. El producto medio del trabajo (PMe_L) se define de la siguiente forma:

$$PMe_L = \frac{producción}{cantidad\ de\ trabajo} = \frac{q}{L} = \frac{f(K,L)}{L} \qquad (90)$$

Obsérvese que la PMe_L depende del nivel de capital empleado. Se analizarán los dos conceptos mencionados hasta el momento a la luz de un ejemplo.

Suponga que la función de producción de matamoscas correspondiente a un determinado período, puede representarse de la manera siguiente:

$$q = f(K.L) = 600K^2L^2 - K^3L^3 \qquad (91)$$

Lo primero es establecer que factor se estudiará, y por ende, asumir que el otro factor permanecerá constante. En este caso, se analizarán las productividades marginal y media del trabajo (L), suponiendo que K=10. En este caso, la función de producción quedaría como:

$$q = 60.000L^2 - 1.000L^3 \qquad (92)$$

Considerando la definición de productividad marginal dada en la ecuación (88), se tiene:

$$PMg_L = \frac{\partial q}{\partial L} = 120.000L - 3.000L^2 \qquad (93)$$

Que disminuye conforme aumenta L y acaba volviéndose negativa. Para hallar el valor máximo que alcanza q, se debe igualar el PMg_L a cero[36],

$$\begin{aligned} 120.000L - 3.000L^2 &= 0 \\ 40L &= L^2 \qquad (94) \\ L &= 40 \end{aligned}$$

El valor obtenido, indica que las cantidades de trabajo superiores a 40 unidades por período reducen la producción total. Por ejemplo, cuando $L = 40$, la Ecuación (92) muestra que $q = 32$ millones de matamoscas, mientras que cuando $L = 50$, la producción de matamoscas es de 25 millones, y cuando $L = 30$, la producción de matamoscas es de 27 millones.

Vea que sucede con la productividad media del trabajo en la producción de matamoscas. Para ello se debe dividir q por L, manteniendo constante K en 10:

$$PMe_L = \frac{q}{L} = 60.000L - 1.000L^2 \qquad (95)$$

Una vez más, se trata de una parábola invertida que alcanza su valor máximo cuando:

$$\frac{\partial PMe_L}{\partial L} = 60.000 - 2.000L = 0 \qquad (96)$$

Lo cual ocurre cuando $L=30$. La ecuación (95) muestra que con este valor de la cantidad de trabajo, $PMe_L = 900.000$ y la ecuación (93) muestra que PMg_L también es 900.000. Cuando PMe_L se encuentra en su valor máximo, la productividad media del trabajo y la marginal son iguales[37]. La Figura Nº11 muestra la productividad marginal y la productividad media de este ejemplo.

---

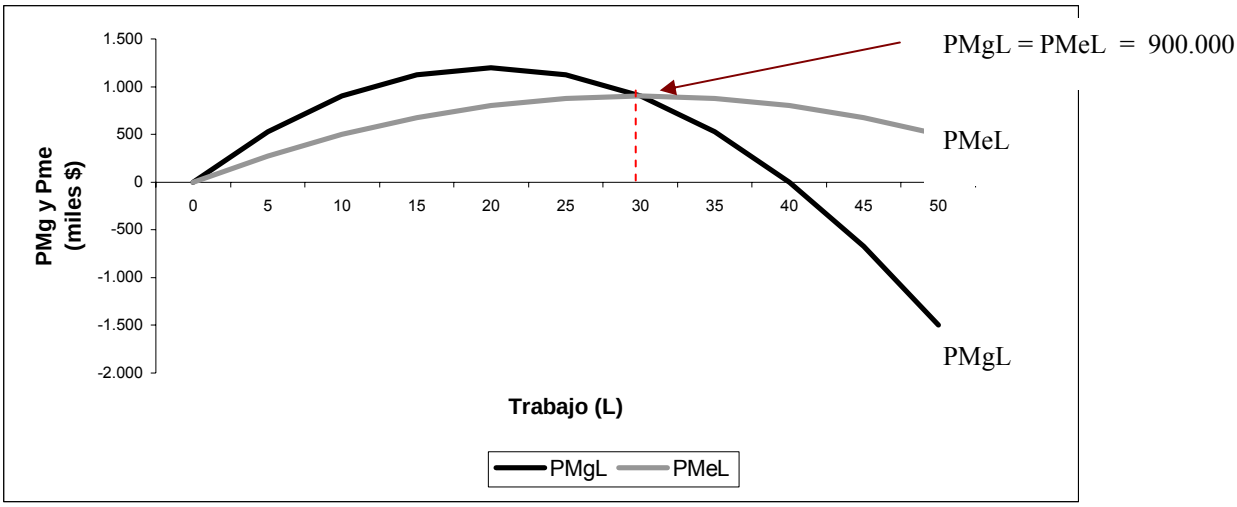
[36] Recuerde que la función de productividad marginal es decreciente, por lo tanto, el aporte extra a la cantidad producida del bien es menor por cada unidad extra del factor, lo que significa que cuando ese aporte es cero, el incentivo a agregar más unidades del factor en el proceso productivo alcanza el límite, a partir de ahí, el sumar unidades de factor, implica incurrir en pérdidas de eficiencia productiva.

[37] Este resultado es bastante general. Dado que:

$$\frac{\partial PMe_L}{\partial L} = \frac{L \cdot PMg_L - q}{L^2}$$

En un máximo se cumple que $L*PMg_L = q$, o sea, $PMg_L = PMe_L$.

Figura Nº11: Productividad Marginal y Productividad Media del Trabajo



Obsérvese que aún cuando la producción total de matamoscas sea mayor con 40 trabajadores (32 millones) que con 30 (27 millones), la producción por trabajador es mayor en el segundo caso. Con 40 trabajadores, cada uno produce 800.000 matamoscas por período, mientras que con 30, cada trabajador produce 900.000. Dado que la cantidad de capital (las prensas para fabricar matamoscas) se mantiene constante, en este ejemplo la productividad marginal decreciente del trabajo acaba traduciéndose en un nivel cada vez menor de producción por trabajador.

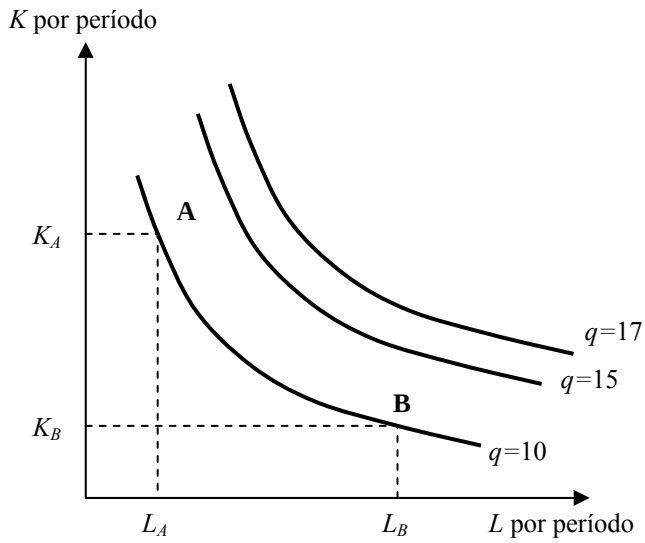
Analizando la sustitución de un factor por otro en la función de producción, utilizando para ello un mapa de isocuantas. Una isocuanta, indica las combinaciones de K y L que es capaz de generar un determinado nivel de producción. En términos matemáticos, una isocuanta indica el conjunto de K y L que satisface:

$$f(K, L)=q_0 \qquad (97)$$

Donde q_O representa un nivel de producción determinado. La Figura Nº12, muestra una isocuanta para un nivel de producción $q = 10$, donde el punto A representa una combinación intensiva en capital, mientras que el punto B representa una combinación intensiva en trabajo.

Existen muchas isocuantas en el plano K-L, donde cada una de ellas representa un nivel de producción diferente. Las isocuantas indican unos niveles de producción sucesivamente más altos conforme se mueve en sentido noreste, como se observa en la Figura Nº12.

Figura Nº12: Gráfico de una Isocuanta



Las isocuantas indican las distintas combinaciones de factores que pueden utilizarse para obtener un determinado nivel de producción.

La pendiente de esta curva, muestra la relación a la que puede sustituirse *K* por *L* manteniendo constante la producción. La negativa de esta pendiente, se denomina relación marginal de sustitución técnica (*RMST*).

Nótese la similitud entre un mapa de isocuantas y el mapa de curvas de indiferencia de una persona. Ello se debe a que ambos representan mapas de "curvas de nivel" de una determinada función. Sin embargo, en el caso de las isocuantas, las curvas son mensurables objetivamente, lo que no sucede con las curvas de indiferencia, razón por la que a los economistas les interesa estudiar la forma de las funciones de producción más que la forma exacta de las funciones de utilidad.

La pendiente de una isocuanta muestra la posibilidad técnica de sustituir capital por trabajo, manteniendo constante la producción a lo largo de una isocuanta. A esto se le denomina relación marginal de sustitución técnica (*RMST*), y en términos matemáticos se expresa como:

$$RMST_{K,L} = \left.\frac{-dK}{dL}\right|_{q=q_0} \qquad (98)$$

Para examinar la forma de las isocuantas correspondientes a una función de producción, resulta útil demostrar el siguiente resultado: la $RMST_{K,L}$ es igual al cociente entre la productividad marginal del trabajo (PMg_L) y la productividad marginal del capital (PMg_K). La demostración de esta afirmación se realiza formulando el diferencial total de la función de producción:

$$dq = \frac{\partial f}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial f}{\partial K} \cdot dK = PM_L \cdot dL + PM_K \cdot dK \qquad (99)$$

Que indica cómo afecta a la producción una pequeña variación de L y K a lo largo de una isocuanta, $dq = 0$ (la producción se mantiene constante), por lo que

$$PM_L \cdot dL = -PM_K \cdot dK \qquad (100)$$

Esta expresión indica que a lo largo de una isocuanta, el aumento que experimenta la producción cuando se eleva algo L es exactamente de la misma cuantía que la pérdida que experimenta cuando se reduce K en la cuantía apropiada. Reordenando los términos, se tiene que:

$$-\left.\frac{dK}{dL}\right|_{q=q_0} = RMST_{K,L} = \frac{PM_L}{PM_K} \qquad (101)$$

Como se quería demostrar.

El resultado de la ecuación (101), puede utilizarse para ver que las isocuantas observadas deben tener pendiente negativa. Dado que tanto PMg_L como PMg_K no pueden tener un valor negativo, ya que ninguna empresa decidiría utilizar un factor costoso que redujera la producción, la $RMST$ también será positiva (o quizá nula). Dado que la pendiente de una isocuanta es la negativa de la $RMST$, ninguna empresa que se observe producirá en el segmento de pendiente positiva de una isocuanta. Aunque matemáticamente, es posible concebir funciones de producción cuyas isocuantas tengan pendientes positivas en algunos puntos, no tendría sentido desde el punto de vista económico que una empresa produjera con esas cantidades de factores.

CLASE 10

4.2 Los Rendimientos de Escala

Un tema interesante de estudiar es la respuesta de la producción ante el aumento de todos los factores de producción, es decir, ¿si se duplica el uso de todos los factores, se duplicará la producción? Adam Smith estudió este cuestionamiento a través de la producción de alfileres, llegando a concluir que la duplicación de la escala permite aumentar la división del trabajo y la especialización de las funciones, por lo tanto, se presupone, en alguna medida, que la eficiencia podría aumentar y que la producción podría aumentar más del doble. Sin embargo, la duplicación de los factores también entraña una cierta pérdida de eficiencia, ya que la supervisión podría resultar más difícil, dada la mayor escala de la empresa. ¿Cuál de estas dos tendencias produce un efecto mayor? Se trata de una

importante cuestión empírica; por lo tanto, formular una definición técnica de estos conceptos es engañosamente sencillo. Teóricamente se puede establecer lo siguiente:

Rendimiento de escala. Si la función de producción viene dada por $q=f(K, L)$ y todos los factores se multiplican por la misma constante positiva, m (donde $m>1$), se clasifican los rendimientos de escala de la función de producción de la siguiente forma:

	Efecto en producción					Rendimientos de escala
I.	$f(mK, mL)$	=	$mf(K, L)$	=	mq	Constante
II.	$f(mK, mL)$	<	$mf(K, L)$	=	mq	Decreciente
III.	$f(mK, mL)$	>	$mf(K, L)$	=	mq	Creciente

En términos intuitivos, si un aumento proporcional de los factores eleva la producción en la misma proporción, la función de producción muestra rendimientos constantes de escala. Si la producción aumenta en menor proporción que el aumento de los factores, la función muestra rendimientos decrecientes de escala; y si la producción aumenta en mayor proporción, existirán rendimientos crecientes de escala.

Las funciones de producción de rendimientos constantes de escala ocupan un importante lugar en la teoría económica, no sólo porque ocupan un terreno matemático intermedio entre los rendimientos crecientes y decrecientes, sino también porque hay razones económicas para esperar que la función de producción de una industria muestre rendimientos constantes. Si toda la producción de una industria se realiza en plantas de un tamaño "eficiente", la manera más razonable de duplicar todos los factores sería duplicar el número de estas plantas. Así, probablemente se duplicaría la producción, ya que ahora habrían exactamente el doble de plantas. Por lo tanto, la industria se comportaría como si tuviera una función de producción de rendimientos constantes de escala. Ocurrirá de esta forma, en la medida en que los factores se dupliquen, duplicando también el número de plantas de tamaño óptimo.

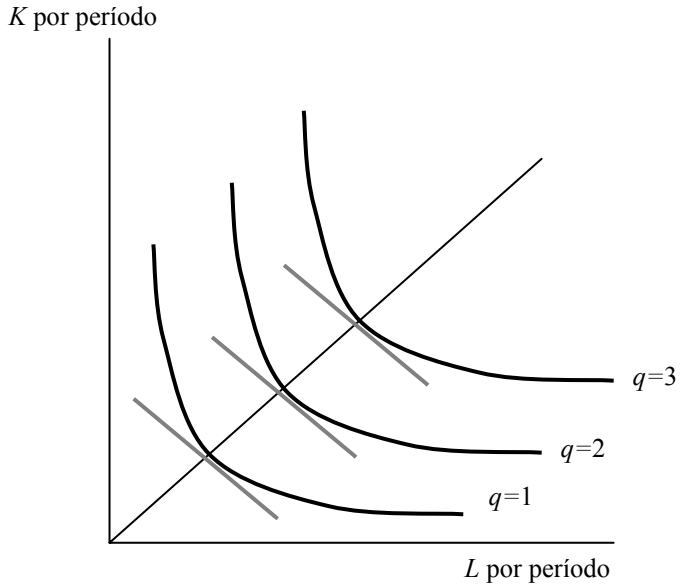
Las funciones de producción de rendimientos constantes de escala también tienen la interesante propiedad teórica de que la $RMST$ entre dos factores, por ejemplo, K y L, depende solamente del cociente entre K y L, no de la escala de producción, como puede demostrarse con un argumento intuitivo.

Suponga que se tiene una función de rendimientos constantes de escala tal que cuando $K = 10$ y $L = 10$, $q = 20$. Suponga también que en este punto la $RMST$ de K por L es igual a 2. Por lo tanto, 8 unidades de K y 11 de L también generarán $q = 20$. Considere ahora la duplicación de todos los factores. Lo que se quiere demostrar es que la $RMST$ correspondiente a la nueva configuración de los factores ($K = 20$, $L = 20$) también es igual a 2. Se sabe, por el supuesto de los rendimientos constantes de escala, que la combinación de factores ($K = 20$, $L = 20$) generará 40 unidades de producción, al igual que la combinación de

factores ($K = 16$, $L = 22$). Por lo tanto, la $RMST$ correspondiente a ($K = 20$, $L = 20$) viene dada por -(-4)/2 = 2. Ese era el resultado que se deseaba demostrar, la $RMST$ no depende de la escala de producción, sino sólo del cociente entre K y L.

En términos geométricos, todas las isocuantas de una función de producción de rendimientos constantes de escala son "ampliaciones radiales" de la isocuanta unitaria. A lo largo de un rayo cualquiera que parta del origen (a lo largo 'del cual K/L es constante), la pendiente de las isocuantas es la misma. Esta afirmación se muestra en la Figura Nº13, en donde también se muestra que el espacio entre las isocuantas es el mismo a medida que se incrementa la producción; por lo tanto, se puede observar la relación proporcional constante que hay entre los incrementos de todos los factores y los incrementos de la producción.[38]

Figura Nº13: Isocuanta de una Función de Producción de Rendimiento Constante de Escala



En el caso de una función de producción de rendimientos constantes de escala, la $RMST$ depende solamente del cociente entre K y L y no de la escala de producción.

Por consiguiente, cada isocuanta será una ampliación radial de la isocuanta unitaria. A lo largo de un rayo cualquiera que parta del origen (un rayo en el que K/L sea constante), la $RMST$ será la misma en todas las isocuantas.

La definición de los rendimientos de escala puede generalizarse fácilmente a una función de producción de n factores. Si esa función de producción viene dada por:

$$q=f(X_1, X_2, \ldots, X_n) \qquad (102)$$

Y todos los factores se multiplican por una constante positiva m, se tiene que:

[38] Las funciones de producción en las que cada isocuanta es una ampliación radial de la isocuanta unitaria se denominan homotéticas. Toda transformación monótona de una función homogénea será homotética. Incluso las funciones que no muestran necesariamente rendimientos constantes de escala pueden tener mapas de isocuantas homotéticas. Dos casos importantes son la función Cobb-Douglas y la CES.

$$f(mX_1, mX_2, \ldots, mX_n)=m^k f(X_1, X_2, \ldots, X_n)=m^k q \qquad (103)$$

Para una constante k. Si $k=1$, la función de producción muestra rendimientos constantes de escala. Los rendimientos decrecientes y crecientes de escala, corresponden a los casos $k<1$ y $k>1$, respectivamente.

La parte fundamental de esta definición matemática, es la condición de que todos los factores se incrementen en la misma proporción, m. En muchos procesos de producción del mundo real, esta condición puede tener poco sentido económico. Por ejemplo, una empresa puede tener solamente un "jefe" y esa cifra no se duplicaría necesariamente si se duplicaran todos los demás factores. O la producción de una explotación agraria puede depender de la fertilidad del suelo. Puede ser literalmente imposible duplicar los acres sembrados y mantener al mismo tiempo la fertilidad, ya que la nueva tierra puede no ser tan buena como la que ya está cultivándose. Por lo tanto, puede que algunos factores tengan que ser fijos (o, al menos, imperfectamente variables), para la mayoría de los fines prácticos. En estos casos, parece probable que la productividad sea en alguna medida decreciente (como consecuencia del empleo creciente de factores variables), aunque no sería correcto hablar de "rendimientos decrecientes de escala", debido a la presencia de factores que deben mantenerse fijos.

4.3 La Elasticidad de Sustitución

A lo largo de una isocuanta, la $RMST$ disminuye a medida que disminuye el cociente capital-trabajo (K/L); por lo tanto, si la $RMST$ cambia cuando varía K/L, la sustitución es fácil, ya que el cociente entre las productividades marginales de los factores no varía cuando se altera la combinación de factores. En cambio, si la $RMST$ varia rápidamente cuando varía algo K/L, se diría que la sustitución es difícil, ya que una pequeña variación de la combinación de factores, puede influir significativamente en sus productividades relativas. La elasticidad de sustitución constituye un indicador adimensional de esta sensibilidad. A continuación, será definida formalmente:

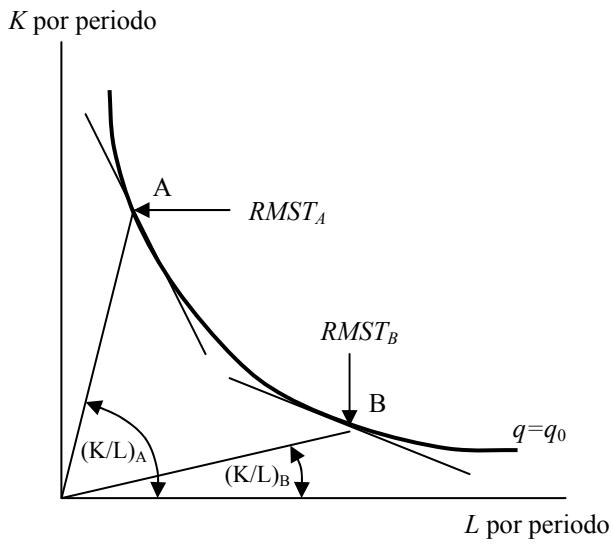
Elasticidad de sustitución. En la función de producción $q=f(K, L)$, la elasticidad de sustitución (σ) mide la variación proporcional de K/L, en relación con la variación proporcional de la $RMST$ a lo largo de una isocuanta. Es decir,

$$\sigma = \frac{porcentaje\ \Delta(K/L)}{porcentaje\ \Delta RMST} = \frac{dK/L}{dRMST} \cdot \frac{RMST}{K/L} = \frac{\partial \ln K/L}{\partial \ln RMST} \qquad \textbf{(104)}$$

Dado que, se supone que a lo largo de una isocuanta K/L y $RMST$ varían en el mismo sentido, el valor de σ siempre es positivo. En términos gráficos, este concepto se muestra en

la Figura Nº14, como un movimiento del punto A de una isocuanta al B. En este movimiento, varían tanto la *RMST* como el cociente *K/L*, interesando la magnitud relativa de estas variaciones. Si σ tiene un valor alto, la *RMST* no variará mucho en relación con *K/L*, y la isocuanta será relativamente plana. En cambio, si el valor de σ es bajo, la isocuanta será bastante curvada: la *RMST* variará significativamente cuando varíe *K/L*.

Figura Nº14: Descripción Gráfica de la Elasticidad de Sustitución



Al pasar del punto *A* al punto *B* de la isocuanta $q=q_0$, varía tanto el cociente capital-trabajo (*K/L*) como la relación marginal de sustitución técnica (*RMST*).

La elasticidad de sustitución (σ) es el cociente entre estas variaciones proporcionales. Es una medida de la curvatura de la isocuanta.

En general, es posible que la elasticidad de sustitución varíe cuando se produce un desplazamiento a lo largo de una isocuanta y cuando varía la escala de producción. Sin embargo, frecuentemente es útil suponer que σ es constante a lo largo de una isocuanta. Si también se supone que hay rendimientos constantes de escala, entonces, como todas las isocuantas son meramente ampliaciones radiales unas de otras, σ será constante a lo largo de todas las isocuantas. Muchas investigaciones del mundo real, han centrado la atención en este tipo de funciones de producción de elasticidad de sustitución constante y rendimientos constantes de escala.

La generalización de la elasticidad de sustitución en el caso en el que existen muchos factores, plantea algunas complicaciones. Un enfoque posible consiste en adoptar una definición semejante a la ecuación (104); es decir, definir la elasticidad de sustitución entre dos factores como la variación proporcional del cociente entre los dos con respecto a la variación proporcional de la *RMST* entre ambos factores, manteniendo constante la producción. Para que esta definición esté completa, también sería necesario que todos los demás factores, salvo los dos que se examinan, se mantengan constantes. Sin embargo,

esta última condición (que no es relevante cuando sólo hay dos factores), restringe el valor de esta definición potencial.

En los procesos de producción del mundo real, es probable que cualquier variación del cociente entre dos factores, también vaya acompañada de variaciones de los niveles de otros. Algunos de estos otros factores pueden ser complementarios de los que se alteran, mientras que otros pueden ser sustitutivos, y manteniéndolos constantes, se crea una restricción bastante artificial. Por esta razón, en el caso en el que hay n bienes, generalmente se utiliza otra definición de la elasticidad de sustitución que permite que exista esa complementariedad y esa sustituibilidad.

CLASE 11

4.4 Algunas Funciones de Producción Comunes

En este apartado se ilustrarán cuatro sencillas funciones de producción, para el caso de dos factores, cada una de las cuales se caracteriza por tener una elasticidad de sustitución diferente.

a) Caso 1: función lineal ($\sigma = \infty$)
b) Caso 2: proporciones fijas ($\sigma = 0$)
c) Caso 3: Cobb – Douglas ($\sigma = 1$)
d) Caso 4: la función de producción CES

a) Caso 1: Función Lineal ($\sigma = \infty$)

Suponga que la función de producción viene dada por:

$$q = f(K,L) = aK + bL \qquad (105)$$

Es fácil demostrar que esta función de producción, muestra rendimientos constantes de escala, para cualquier $m > 0$,

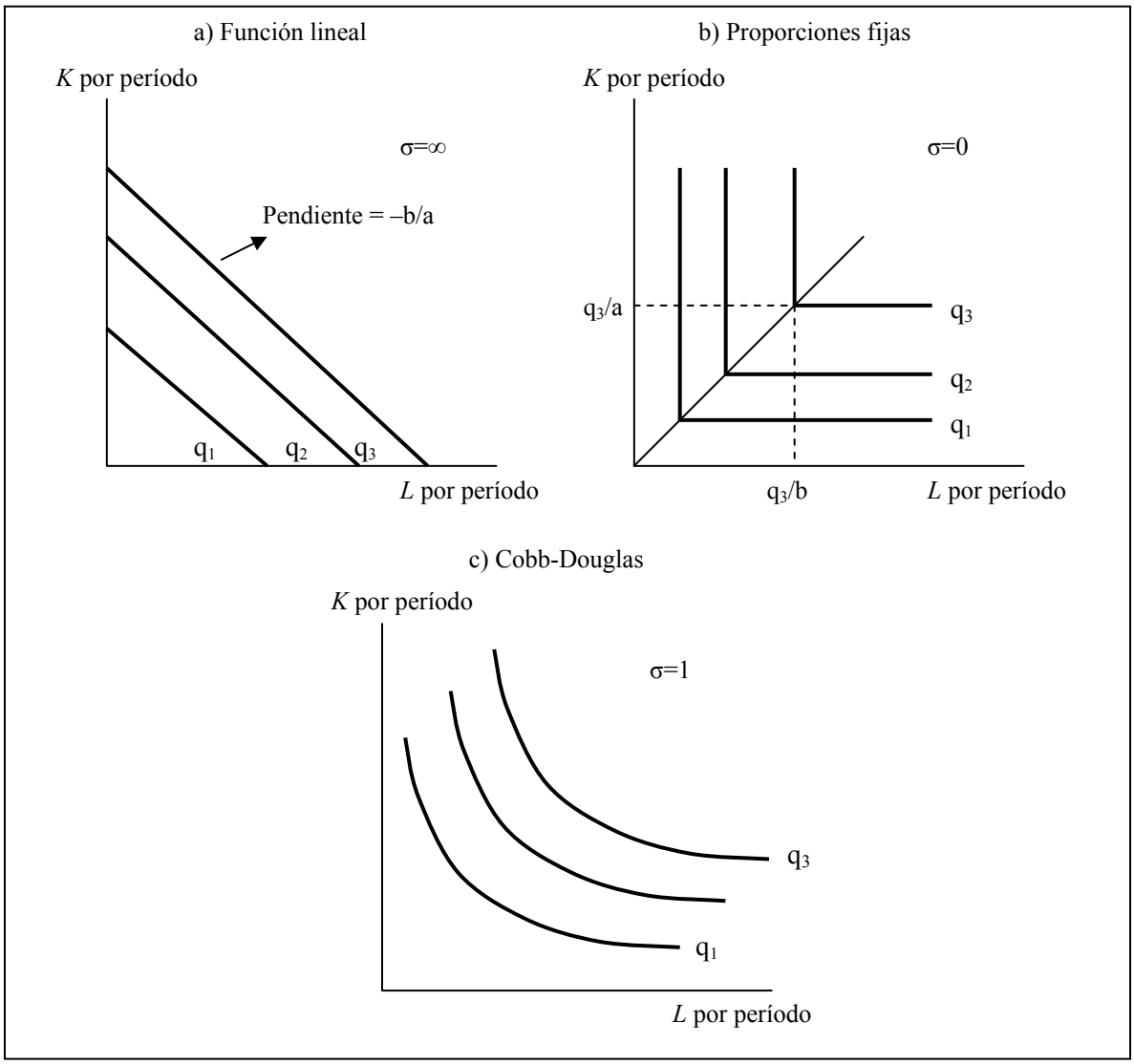
$$f(mK, mL) = amK + bmL = m(aK+bL) = mf(K, L) \qquad (106)$$

Todas las isocuantas correspondientes a esta función de producción son líneas rectas paralelas, cuya pendiente es $-b/a$. En el panel (a) de la Figura Nº15 se representa un mapa de isocuantas de este tipo.

Dado que a lo largo de cualquier isocuanta en forma de línea recta, la RMST es constante, el denominador de la definición de σ (ecuación (104)) es igual a 0 y, por lo tanto, σ

es igual a infinito. Aunque esta función de producción lineal es un útil ejemplo, raras veces se encuentra en la práctica, ya que en pocos procesos de producción existe esa facilidad de sustitución. De hecho, en este caso el capital y el trabajo pueden considerarse sustitutivos perfectos el uno del otro. Una industria caracterizada por una función de producción de este tipo podría utilizar o sólo capital o sólo trabajo, dependiendo de los precios de estos factores. Es difícil imaginar un proceso de producción que presente estas características, ya que toda máquina necesita de una persona que apriete los botones y todo trabajador necesita de algún equipo de capital, aunque sea modesto.

Figura Nº15: Mapas de Isocuantas



b) Caso 2: Proporciones Fijas ($\sigma = 0$)

La función de producción caracterizada por $\sigma=0$, es el caso de una función de producción de proporciones fijas. El capital y el trabajo deben utilizarse siempre en una relación fija. Las isocuantas de esta función de producción tienen forma de L y se representan en el panel (b) de la Figura Nº15.

Una empresa caracterizada por esta función de producción se encontrará siempre a lo largo del rayo en el que el cociente K/L sea constante. Producir en otro punto que no sea el vértice de las isocuantas sería ineficiente, ya que podría obtenerse el mismo nivel de producción con menos factores moviéndose a lo largo de la isocuanta hacia el vértice. Dado que K/L es una constante, es fácil ver que de acuerdo con la definición de la elasticidad de sustitución, σ debe ser igual a 0.

La forma matemática, de la función de producción de proporciones fijas, viene dada por:

$$q = \min (aK, bL) \qquad a, b > 0 \qquad (107)$$

Donde el operador "min" significa que q viene dado por el valor menor de los dos valores que se encuentran entre paréntesis.

Por ejemplo, suponga que $aK < bL$; en ese caso, $q = aK$ y se diría que el capital, es la restricción activa en este proceso de producción. La utilización de más trabajo no elevaría la producción y, por lo tanto, el producto marginal del trabajo es cero; el trabajo adicional sería superfluo en este caso. Asimismo, si $aK > bL$, el trabajo es una restricción activa a que está sujeta la producción y el capital adicional es superfluo. Cuando $aK = bL$, los dos factores son utilizados en pleno rendimiento. Cuando así ocurre, $K/L = b/a$ y la producción se encuentra en un vértice del mapa de isocuantas. Si ambos factores son costosos, éste es el único lugar minimizador de los costos para producir. El conjunto de todos esos vértices, es una línea recta que pasa por el origen y cuya pendiente viene dada por b/a.

La función de producción de proporciones fijas, tiene una amplia variedad de aplicaciones[39]. Por ejemplo, muchas máquinas necesitan un determinado número de personas para manejarlas, pero cualquier exceso de trabajo es superficial. Considere la posibilidad de combinar capital (una orilladora) y trabajo para cortar el césped. Siempre se necesitará una persona que maneje la orilladora y cualquiera de los dos factores, serán incapaces de producir nada sin el otro. Es posible que muchas máquinas sean de este tipo y exijan un complemento fijo de trabajadores por máquina.

[39] Con la forma que refleja la ecuación (107), la función de producción de proporciones fijas muestra rendimientos constantes de escala, ya que:

$$f(mK, mL) = \min(amK, bmL) = m*\min(aK, bL) = mf(K, L)$$

Para cualquier m>0. Es fácil incorporar los rendimientos crecientes o decrecientes a las funciones utilizados una transformación no lineal de esta forma funcional, como $[f(K, L)]\gamma$, donde γ puede ser mayor o menor que la unidad.

c) Caso 3: Cobb – Douglas ($\sigma = 1$)

La función de producción en la que $\sigma = 1$ se denomina función de producción Cobb – Douglas y constituye un terreno intermedio entre los dos casos extremos anteriormente analizados. Las isocuantas correspondientes al caso Cobb – Douglas, tienen la forma convexa "normal" y se muestran en el panel (c) de la Figura Nº15. La forma matemática de la función de producción Cobb – Douglas viene dada por:

$$q = f(K, L) = Ak^a L^b \qquad (108)$$

Donde A, a y b son constantes positivas.

La función Cobb-Douglas puede mostrar cualquier grado de rendimientos de escala dependiendo de los valores de a y b. Suponga que se multiplicaran todos los factores por m. En este caso,

$$f(mK, mL) = A(mK)^a(mL)^b = Am^{a+b}K^aL^b = m^{a+b}f(K,L) \qquad (109)$$

Por lo tanto, si $a + b = 1$, la función Cobb – Douglas muestra rendimientos constantes de escala, ya que la producción también se multiplica por m. Si $a+b>1$, la función muestra rendimientos crecientes de escala, mientras que $a+b<1$ corresponde al caso en el que hay rendimientos decrecientes de escala.

En el caso de rendimientos constantes de escala, es sencillo demostrar que la elasticidad de sustitución de la función Cobb – Douglas es igual a 1[40]. Este hecho ha llevado a muchos investigadores a utilizar la función para realizar una descripción general de las relaciones de producción agregada en muchos países.

La función Cobb – Douglas también ha demostrado ser bastante útil en muchas aplicaciones, porque es lineal cuando se toman logaritmos:

$$ln\ q = ln\ A + a\ ln\ K + b\ ln\ L \qquad (110)$$

[40] En el caso de la función Cobb – Douglas,

$$RMST = \frac{f_L}{f_K} = \frac{bAK^aL^{b-1}}{aAK^{a-1}L^b} = \frac{b}{a}\cdot\frac{K}{L}$$

Por lo tanto,

$$\sigma = \frac{\partial\ ln\ K/L}{\partial RMST} = 1$$

La constante a corresponde a la elasticidad de la producción con respecto a la cantidad de capital y b, a la elasticidad de la producción con respecto a la cantidad de trabajo[41]. Estas constantes, a veces pueden estimarse a partir de datos reales y tales estimaciones pueden utilizarse para medir los rendimientos de escala (examinando la suma $a+b$), y para otros fines.

d) Caso 4: La Función de Producción CES

Una forma funcional, que incorpora los tres casos anteriores y permite que σ también tome otros valores, es la función de producción de elasticidad de sustitución constante (CES) introducida por primera vez por Arrow et al., en 1961. Esta función viene dada por:

$$q = f(K, L) = [K^{\rho} + L^{\rho}]^{\epsilon/\rho} \qquad (111)$$

Para $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$ y $\epsilon > 0$. Cuando $\epsilon > 1$, la función muestra rendimientos crecientes de escala, mientras que cuando $\epsilon < 1$, muestra rendimientos decrecientes. La aplicación directa de la definición de σ a esta función[42], permite obtener un importante resultado:

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho} \qquad (112)$$

Por lo tanto, el caso lineal, el de proporciones fijas y el Cobb – Douglas corresponden a $\rho = 1$, $\rho = -\infty$ y $\rho = 0$, respectivamente. La demostración de este resultado en el caso de proporciones fijas y en el Cobb – Douglas, exige un argumento basado en límites. La función CES se utiliza frecuentemente con una ponderación distributiva, $\beta (0 \leq \beta \leq 1)$, para indicar la importancia relativa de los factores:

$$q = f(K, L) = \left[\beta K^{\rho} + (1-\beta) L^{\rho}\right]^{\epsilon/\rho} \qquad (113)$$

[41] Definiendo la elasticidad de la producción con respecto al capital, por ejemplo, de la forma siguiente:

$$e_{q,K} = \frac{\partial q}{\partial K} \cdot \frac{K}{q} = \frac{\partial \ln q}{\partial \ln K}$$

Por lo tanto, de acuerdo con la ecuación (110), $e_{q,K} = a$. Asimismo, $e_{q,L} = b$.

[42] Dado que $RMST = \frac{f_L}{f_K} = \frac{\in/\rho q^{1-\rho/\in} \rho L^{\upsilon-1}}{\in/\rho q^{1-\rho/\in} \rho K^{\upsilon-1}} = \left(\frac{L}{K}\right)^{\rho-1} = \left(\frac{K}{L}\right)^{1-\rho}$,

La definición sería $\sigma = \frac{\partial \ln K/L}{\partial \ln RMST} = \frac{1}{1-\rho}$

Obsérvese que la presencia de ρ en el factor de escala, ϵ/ρ, asegura que f_L, f_K tienen valores positivos, incluso cuando $\rho = 0$.

Con rendimientos constantes de escala y $\rho=0$, esta función converge en la forma Cobb – Douglas:

$$q = f(K, L) = K^{\beta} L^{1-\beta} \qquad (114)$$

Que sugiere que existe una estrecha relación entre el parámetro β y las participaciones del capital y el trabajo en la renta.

La función de producción Cobb – Douglas es un ejemplo especialmente sencillo para ilustrar los conceptos de rendimientos de escala y elasticidad de sustitución. Suponga que las hamburguesas (q), se producen de acuerdo con la función Cobb – Douglas:

$$q = 10K^{1/2} L^{1/2} \qquad (115)$$

Dado que los exponentes de esta función suman 1,0, muestra rendimientos constantes de escala: cuando $K=10$, $L=10$, $q=100$ hamburguesas por hora, mientras que cuando $K = 20$, $L = 20$, se producen 200 por hora.

El mapa de isocuantas correspondiente a la producción de hamburguesas, puede obtenerse dando diversos valores al nivel de producción. Por ejemplo, la isocuanta correspondiente a 50 hamburguesas viene dada por

$$q = 50 = 10K^{1/2} L^{1/2} \qquad (116)$$

O sea,

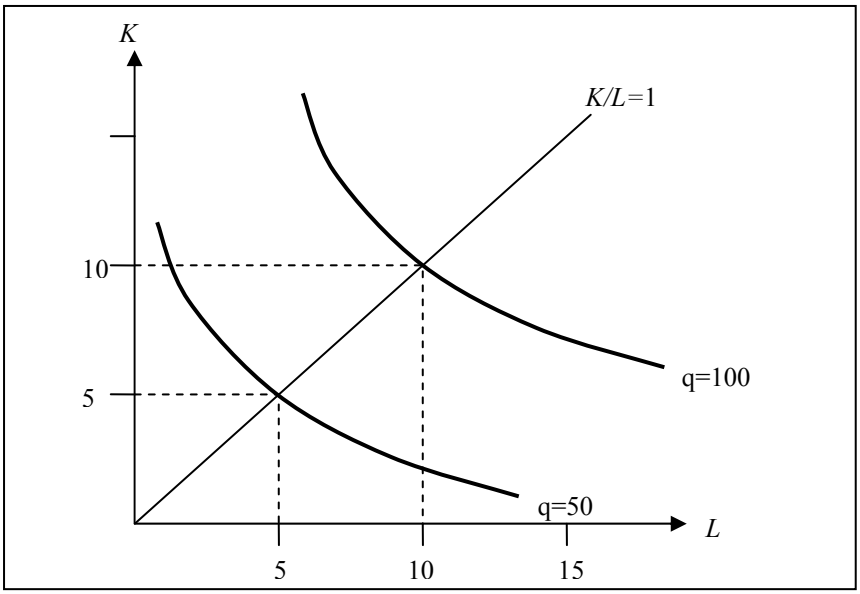
$$KL = 25 \qquad (117)$$

Asimismo, es posible producir 100 hamburguesas utilizando combinaciones de K y L que satisfagan la condición:

$$KL = 100 \qquad (118)$$

Las isocuantas de esta función Cobb – Douglas son hipérbolas rectangulares, como muestra la Figura Nº16. Al igual que ocurre en el caso de todas las funciones de producción de rendimientos constantes, estas isocuantas son simplemente ampliaciones radiales de la isocuanta unitaria.

Figura Nº15: Función de Producción $q = 10\,K^{1/2}\,L^{1/2}$



La $RMST$ de la producción de hamburguesas puede calcularse fácilmente:

$$RST(K\ por\ L) = f_L / f_K == \frac{5KL^{-1/2}K^{1/2}}{5KL^{1/2}K^{-1/2}} = \frac{K}{L} \qquad (119)$$

Este resultado, muestra tres hechos sobre la curvatura de las isocuantas correspondientes a las hamburguesas.

1. Lla $RMST$ disminuye claramente cuando aumenta L y disminuye K.
2. La $RMST$ sólo depende del cociente entre K y L y no del nivel absoluto de estos factores. En este caso, una duplicación de K y L no altera la $RMST$.
3. En este caso, la ecuación (119) pone de manifiesto que la elasticidad de sustitución es 1, por lo que la $RMST$ varía exactamente en proporción a las variaciones del cociente K/L (de hecho, son iguales) a medida que se producen movimientos a lo largo de la isocuanta.

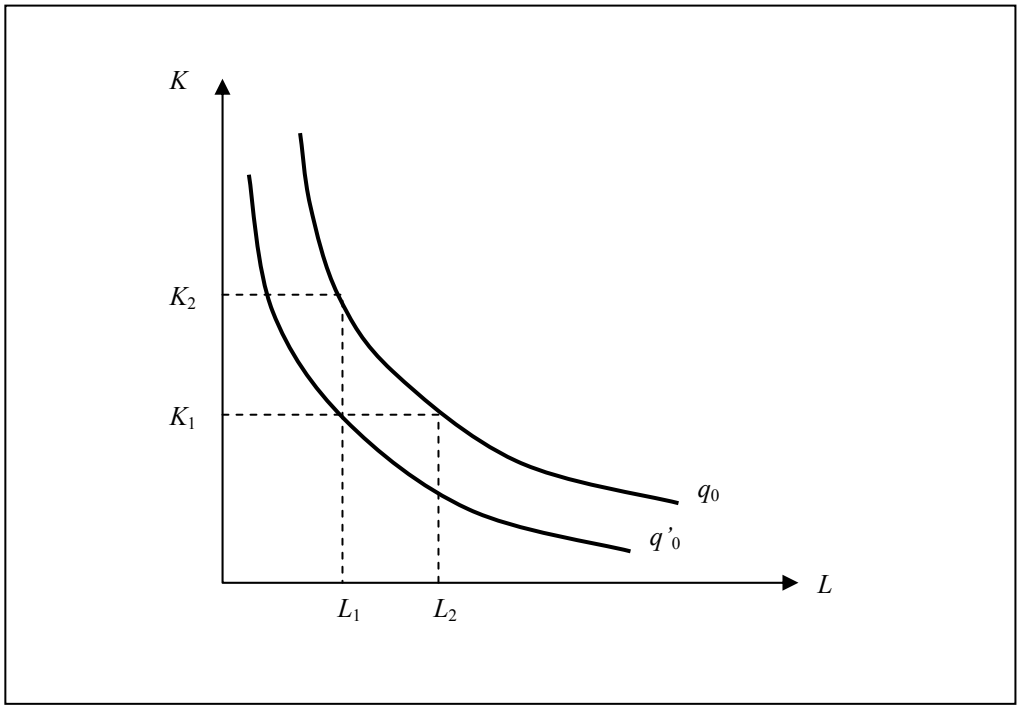
En capítulos posteriores, se volverán a examinar la producción de hamburguesas cuando se analice la naturaleza del equilibrio de la oferta y la demanda en este mercado.

CLASE 12

4.5 El Progreso Técnico

Los métodos de producción mejoran con el paso del tiempo y es importante ser capaz de recoger estas mejoras en el concepto de función de producción. La Figura Nº16 muestra una visión simplificada de este progreso. Al principio, la isocuanta q_0 indica las combinaciones de capital y trabajo que pueden utilizarse para obtener el nivel de producción q_0. Una vez que se han desarrollado técnicas de producción superiores esa isocuanta se desplaza a q'_0. Ahora, este mismo nivel de producción puede obtenerse con menos factores. Una manera de medir esta mejora es observar, por ejemplo, que con un nivel de capital de K_1, antes se necesitaban L_2 unidades de trabajo para producir q_0, mientras que ahora sólo se necesitan L_1. La producción por trabajador ha aumentado de q_0/L_2 a q_0/L_1. Pero hay que tener cuidado con este tipo de cálculo, ya que un aumento en la cantidad de capital a K_2 también habría permitido reducir la cantidad de trabajo a L_1 a lo largo de la isocuanta inicial q_0. En este caso, la producción por trabajador, también aumentaría, aunque no habría habido un verdadero progreso técnico. La utilización del concepto de función de producción, puede ayudar a diferenciar entre estos dos conceptos, permitiendo a los economistas estimar exactamente la tasa de cambio técnico.

Figura Nº16: Progreso Técnico



La primera observación que debe realizarse en relación con el progreso técnico es que, históricamente, la tasa de crecimiento de la productividad a lo largo del tiempo ha sido superior a la tasa de crecimiento que puede atribuirse al crecimiento de los factores, definidos convencionalmente. Suponga que:

$$q = A\,(t)\,f\,(K,\,L) \qquad (120)$$

La ecuación (120), es la función de producción de un bien (o quizá la producción total de la sociedad). El término $A(t)$ de la función, representa todos los elementos que influyen en la determinación de q, además de K (las horas –máquina) y L (las horas de trabajo). Las variaciones de A, a lo largo del tiempo, representan el progreso técnico. Por este motivo, A se muestra como una función del tiempo. Probablemente, $dA/dt > 0$: los niveles de trabajo y de capital se vuelven más productivos con el paso del tiempo.

Diferenciando la ecuación (120) con respecto al tiempo, se tiene que:

$$\begin{aligned}\frac{dq}{dt} &= \frac{dA}{dt}\cdot f(K,L) + A\cdot\frac{df(K,L)}{dt}\\ &= \frac{dA}{dt}\cdot\frac{q}{A} + \frac{q}{f(K,L)}\left[\frac{\partial f}{\partial K}\cdot\frac{dK}{dt} + \frac{\partial f}{\partial L}\cdot\frac{dL}{dt}\right]\end{aligned} \qquad (121)$$

Se divide por q,

$$\frac{dq/dt}{q} = \frac{dA/dt}{A} + \frac{\partial f/\partial K}{f(K,L)}\cdot\frac{dK}{dt} + \frac{\partial f/\partial L}{f(K,L)}\cdot\frac{dL}{dt}$$

O sea,

$$\frac{dq/dt}{q} = \frac{dA/dt}{A} + \frac{\partial f}{\partial K}\cdot\frac{K}{f(K,L)}\cdot\frac{dK/dt}{K} + \frac{\partial f}{\partial L}\cdot\frac{L}{f(K,L)}\cdot\frac{dL/dt}{L} \qquad (122)$$

Ahora bien, para cualquier variable x, $(dx/dt)/x$ es la tasa de crecimiento de x por unidad de tiempo, que serán representadas por medio de G_x[43]. Por lo tanto, la ecuación (122) puede expresarse, en tasas de crecimiento, de la forma siguiente:

$$G_q = G_A + \frac{\partial f}{\partial K}\cdot\frac{K}{f(K,L)}\cdot G_K + \frac{\partial f}{\partial L}\cdot\frac{L}{f(K,L)}\cdot G_L \qquad (123)$$

[43] Esta definición tiene dos útiles características: 1) $G_{x,y} = G_x + G_y$, es decir, la tasa de crecimiento de un producto de dos variables es la suma de la tasa de crecimiento de cada una de ellas; y 2) $G_{x/y} = G_x - G_y$.

Pero,

$$\frac{\partial f}{\partial K}\cdot\frac{K}{f(K,L)}=\frac{\partial q}{\partial K}\cdot\frac{K}{q}=elasticidad\ de\ la\ producción\ con\ respecto\ a\ la\ cantidad\ de\ capital=e_{q,K}$$

Y

$$\frac{\partial f}{\partial L}\cdot\frac{K}{f(K,L)}=\frac{\partial q}{\partial L}\cdot\frac{L}{q}=elasticidad\ de\ la\ producción\ con\ respecto\ a\ la\ cantidad\ de\ trabajo=e_{q,L}$$

Por lo tanto, la ecuación del crecimiento se convierte finalmente en:

$$G_q = G_A + e_{q,K}G_K + e_{q.L}G_L \qquad (124)$$

Esta ecuación, muestra que la tasa de crecimiento de la producción puede descomponerse en la suma de dos componentes: el crecimiento atribuido a las variaciones de los factores (K y L) y otro crecimiento "residual" (es decir, las variaciones de A), que representa el progreso técnico.

La ecuación (124) permite estimar la importancia relativa del progreso técnico (G_A) en la determinación del crecimiento de la producción. Por ejemplo, en un estudio pionero de la situación de toda la economía de Estados Unidos entre 1909 y 1949, R. M. Solow obtuvo los siguientes valores de los términos de la ecuación:

$$\begin{aligned} G_q &= 2{,}75\ por\ ciento\ al\ año \\ G_L &= 1{,}00\ por\ ciento\ al\ año \\ G_K &= 1{,}75\ por\ ciento\ al\ año \\ e_{q,L} &= 065 \\ e_{q,K} &= 0{,}35 \end{aligned}$$

Por consiguiente,

$$\begin{aligned} G_A &= G_q - e_{q,L}G_L - e_{q,K}G_L \\ &= 2{,}75 - 0{,}65(1{,}00) - 0{,}35(1{,}75) \\ &= 2{,}75 - 0{,}65 - 0{,}60 \\ &= 1{,}50 \end{aligned} \qquad (125)$$

Solow llegó a la conclusión de que la tecnología avanzó a una tasa del 1,5% al año entre 1909 y 1949. Más de la mitad del crecimiento de la producción real podría atribuirse al

cambio técnico más que al crecimiento de las cantidades físicas de los factores de producción.

La evidencia más reciente, ha tendido a confirmar las conclusiones de Solow sobre la importancia relativa del cambio técnico. Sin embargo, ésta presenta dos enigmas. El primero, es la cuestión del origen del cambio técnico. Dado que la definición de la ecuación (125) calcula el avance técnico como el crecimiento "residual" de la producción que no es explicado por el crecimiento de los factores, el propio concepto queda sin explicar. Tal vez el progreso se deba a la utilización de una maquinaria mejor o de unos trabajadores más cualificados, o quizá, a la adopción de mejores métodos para organizar la producción o para incentivar a los directivos y a los trabajadores. Incluso, es posible que el avance técnico se produzca porque sí, mejorando así todas las técnicas de producción (esta conclusión es coherente con la forma en que se introduce el cambio técnico en la ecuación (120)).

Cualquiera sea la causa del progreso técnico, el segundo enigma que muestran los datos es que la tasa de avance parece haberse desacelerado en todo el mundo desde mediados de los años 70. Los resultados de Solow, sugieren las causas por las que esta desaceleración podría ser un importante motivo de preocupación. Utilizando la ecuación (124) para calcular el crecimiento de la producción por trabajador, se tiene que:

$$G_{q/L} = G_q - G_L = G_A + e_{q,K} G_K - (1 - e_{q,L}) G_L = G_A + e_{q,K} (G_K - G_L) \qquad (126)$$

Y aplicando las cifras de Solow, se obtiene:

$$G_{q/L} = 2{,}75 - 1{,}00 = 1{,}75 = 1{,}50 + 0{,}35(0{,}75) \qquad (127)$$

Por lo tanto, seis séptimas partes (1,50/1,75) del crecimiento de la producción por trabajador, se deben al avance técnico y un séptimo solamente a los aumentos de la relación convencional capital-trabajo. Por lo tanto, una desaceleración del cambio técnico tiene graves consecuencias negativas para el crecimiento de los salarios en la economía. Sin embargo, a pesar de la abundante literatura existente sobre este tema, no existe unanimidad sobre las causas de la desaceleración.

Analice un ejemplo del progreso técnico en la función Cobb – Douglas. Suponga que la producción de hamburguesas puede cambiar, por el contrario, con el paso del tiempo de acuerdo con:

$$q = 10 e^{0{,}05t} K^{1/2} L^{1/2} \qquad (128)$$

Cuando $t = 0$, se trata de la misma función estudiada con anterioridad, pero a medida que pasa el tiempo, la producción de hamburguesas experimenta mejoras técnicas. Concretamente, una combinación dada de factores producirá un 5% más de hamburguesas

cada período a medida que pase el tiempo. Tomando logaritmos de la ecuación (128), se tiene que:

$$ln\,Q = ln\,10 + 0{,}05t + \frac{1}{2}ln\,K + \frac{1}{2}ln\,L \qquad (129)$$

Y diferenciando con respecto a t, se obtiene la ecuación de crecimiento:

$$\frac{dq/dt}{q} = 0{,}05 + \frac{1}{2}\frac{dK/dt}{K} + \frac{1}{2}\frac{dL/dt}{L}$$

O sea,

$$G_q = 0{,}05 + \frac{1}{2}G_K + \frac{1}{2}G_L \qquad (130)$$

Así pues, con una cantidad constante de K y L (G_K=G_L=0), G_q=0,05, es decir, la producción crece un 5% por período. Por ejemplo, cuando t=10.

$$q = 10e^{0{,}5}K^{1/2}L^{1/2} = 16{,}5K^{1/2}L^{1/2} \qquad (131)$$

Y la isocuanta $q = 100$ viene dada por:

$$100/16{,}5 = K^{1/2}L^{1/2}$$

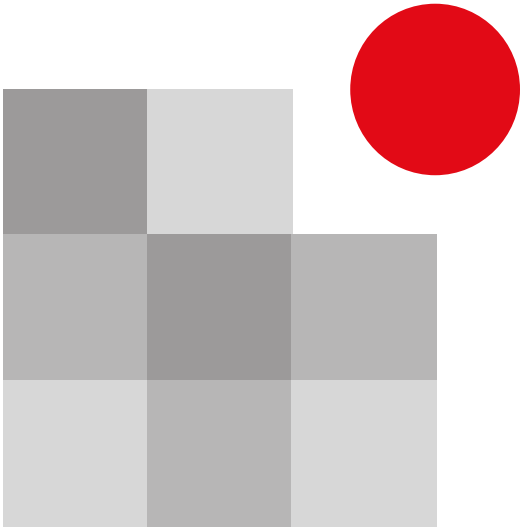
O sea,

$$KL = 36{,}7 \qquad (132)$$

Cuando t=10, una combinación de factores de K=10 y L=10 genera una producción de 165 hamburguesas por período en lugar de las 100 que se obtenían antes. En ausencia de cambio técnico, los productores de hamburguesas tendrían que haber utilizado cantidades físicas adicionales de factores (como $K = L = 16{,}5$ ó $K = 27{,}2$, $L = 10$) para obtener este nivel de producción.

Realice ejercicios N° 24 al 30

RAMO: MICROECONOMÍA



IPLACEX
instituto profesional

UNIDAD III

EQUILIBRIO DE OFERTA Y DEMANDA

CLASE 01

1. LOS COSTOS DE PRODUCCIÓN

Antes de comenzar este apartado, es necesario hacer una aclaración entre los conceptos de costo contable y costo económico. La concepción contable del costo pone el acento en los gastos directos, los costos históricos, la depreciación y otras partidas contables, mientras que en la definición de costo económico, que se basa claramente en la idea de costo de oportunidad[1], el costo de un factor cualquiera corresponde a lo que hay que pagarle a ese factor para mantenerlo en su empleo actual, es decir, es lo que se pagaría a ese factor en su segundo mejor uso. Una forma de distinguir entre estos dos conceptos es ver cómo se definen para los diversos recursos: trabajo, capital y servicios empresariales.

En lo que respecta a los recursos laborales, los economistas y los contadores consideran los costos laborales de una forma parecida. Para los contadores, los gastos en trabajo son gastos corrientes y, por lo tanto, son costos de producción. Para los economistas, el trabajo es un costo explícito. Los servicios de trabajo (horas de trabajo) se contratan a un salario por hora (w) y normalmente se supone que ésta es la cantidad que ganarían los servicios de trabajo en su mejor uso alternativo.

En el caso de los servicios de capital (horas de uso de las máquinas), los dos conceptos de costo difieren. Para calcular los costos de capital, los contadores utilizan el precio histórico de la máquina en estudio y aplican una regla de depreciación para averiguar qué parte del precio original de la máquina debe imputarse a los costos corrientes. Los economistas consideran que el costo implícito de la máquina es lo que otra persona estaría dispuesta a pagar por su uso, por lo tanto, el costo de una hora de uso de la máquina es la tasa de alquiler de esa máquina en su uso alternativo mejor. Al continuar utilizando la propia máquina, la empresa renuncia implícitamente al alquiler que otra empresa estaría dispuesta a pagar por utilizarla. Se denominará "v" al alquiler, por una hora de uso de la máquina[2].

Desde una perspectiva contable, el propietario de una empresa es un perceptor residual que tiene derecho a los beneficios (ingresos o pérdidas) que quedan una vez pagados todos los costos de los factores. En esta situación, los economistas se preguntan si los propietarios tienen también costos de oportunidad trabajando en una determinada empresa o dedicando parte de su dinero a su funcionamiento. De ser así, estos servicios deben considerarse un factor para la empresa, por lo que debe imputárseles algún costo, por ejemplo, un programador informático muy calificado pone en marcha una empresa de programas informáticos con la idea de quedarse con los beneficios (contables) que genere,

[1] El costo de oportunidad se relaciona con la idea de que los recursos son limitados, por lo que en una economía toda decisión de producir un bien obliga a renunciar a algún otro, por ejemplo, producir un automóvil significa renunciar a producir 15 bicicletas con los mismos recursos de trabajo, metal y cromo que se ha empleado para fabricar el automóvil, por lo tanto, el costo de oportunidad de un automóvil es 15 bicicletas. Sin embargo, no siempre es así, ya que si el automóvil se produjera con recursos que no sería útil emplear de otra forma, el costo de oportunidad de producir un automóvil sería cero.

[2] A veces se elige el símbolo *r* para representar la tasa de alquiler del capital. Dado que esta variable se confunde frecuentemente con el concepto relacionado con éste, pero distinto, de tipo de interés de mercado, se ha optado por utilizar otro símbolo.

en ese caso, su tiempo es claramente un factor para la empresa, por lo que debe imputársele un costo. Tal vez podría utilizarse con ese fin el salario que podría percibir el programador si trabajara para otra empresa. Por tanto, los economistas considerarían costos empresariales una parte de los beneficios contables generados por la empresa. Los beneficios residuales (o económicos), serían menores que los contables y podrían ser negativos, si los costos de oportunidad del programador fueran superiores a los beneficios contables que obtiene la empresa. Para efecto de los temas que se abordarán a continuación, se utilizará la definición de costo usada por los economistas:

Costo económico:

El costo económico de un factor cualquiera es lo que hay que pagarle para mantenerlo en su empleo actual. En otras palabras, el costo económico de un factor es la remuneración que recibiría en su mejor empleo alternativo.

Con esta definición, no se pretende afirmar que los conceptos de los contadores sean irrelevantes para la conducta económica. De hecho, los procedimientos contables son fundamentales en el proceso de toma de decisiones de cualquier directivo, ya que pueden afectar extraordinariamente al tipo impositivo que se aplique a los beneficios. También es fácil disponer de datos contables, mientras que los datos sobre los costos económicos a menudo deben elaborarse por separado. Sin embargo, las definiciones de los economistas tienen dos características deseables: pueden aplicarse en términos generales a todas las empresas y constituyen un sistema conceptualmente coherente[3]. Por tanto, son los más idóneos para un análisis teórico general.

1.1 Los Beneficios Económicos y la Minimización de los Costos

Antes de comenzar, se plantearán dos supuestos sobre los factores que utiliza una empresa:

1) Se supondrá que sólo hay dos factores: trabajo (L, expresado en horas de trabajo) y capital (K expresado en horas de uso de las máquinas). Los costos empresariales están comprendidos en los costos de capital.

2) Los factores de la empresa se contratan en mercados perfectamente competitivos. Las empresas pueden comprar (o vender) todos los servicios de trabajo o de capital que quieran a los precios vigentes (w y v). Se considera que tanto w como v son "parámetros" en las decisiones de la empresa; ésta no puede hacer nada para influir en ellos.

[3] En realidad, en los últimos años los contadores han tendido a utilizar las definiciones de los economistas. Por ejemplo, el modelo conceptual de costos económicos se ha aplicado a diversos temas de la contabilidad de la depreciación en situaciones inflacionarias.

Dados estos supuestos, los costos totales de la empresa durante un período vienen dados por

$$Costos\ totales = CT = wL + vK \qquad (1)$$

Suponiendo que la empresa sólo produce un bien, sus ingresos totales se encuentran: multiplicando el precio del producto (P) por la producción total [$q=f(K, L)$]. Los beneficios económicos (π) son, pues, la diferencia entre los ingresos totales de una empresa y sus costos totales:

$$\begin{aligned} \pi &= ingreso\ total - \cos to\ total \\ &= Pq - wL - vK \\ &= Pf(K,L) - wL - vK \end{aligned} \qquad (2)$$

La Ecuación (2), muestra que los beneficios económicos que obtiene una empresa corresponden a una función de la cantidad empleada de capital y trabajo. Suponga que la empresa ha decidido producir, por alguna razón, una determinada cantidad (por ejemplo, q_0). Por tanto, sus ingresos son fijos e iguales a Pq_0. Ahora, se desea ver cómo podría decidir producir q_0 con unos costos mínimos.

Con un razonamiento intuitivo, se puede aventurar que para minimizar los costos de producción de una determinada cantidad, una empresa debe elegir el punto de la isocuanta q_0 en el que la relación a la que puede intercambiarse K por L, en el proceso productivo ($RMST_{K,L}$), sea igual a la relación a la que pueden intercambiarse en el mercado (cociente w/v). En términos matemáticos, se trata de minimizar los costos totales sujeto a la restricción de $q=f(K, L)=q_0$ formulando el lagrangiano,

$$L = wL + vK + \lambda[q_0 - f(K, L)] \qquad (3)$$

Las condiciones de primer orden para alcanzar un mínimo sujeto a restricciones son:

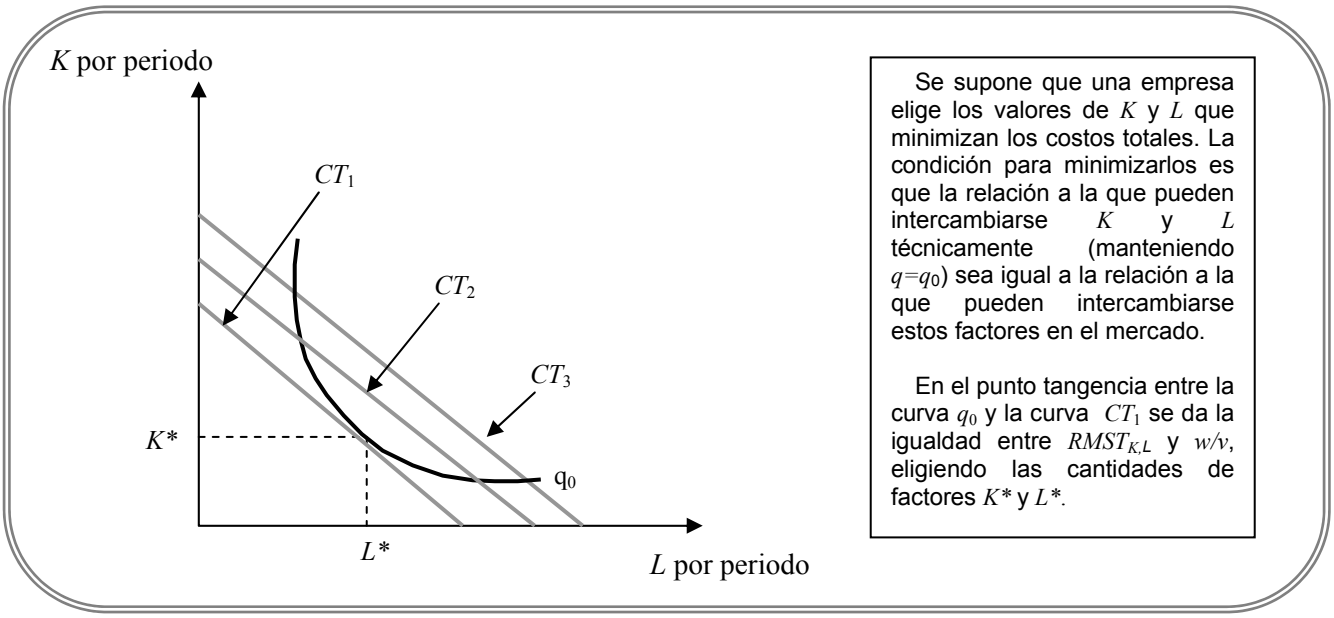
$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial L} &= w - \lambda \frac{\partial f}{\partial L} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial K} &= v - \lambda \frac{\partial f}{\partial K} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= q_0 - f(K,L) = 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

De donde, dividiendo las dos primeras ecuaciones se obtiene,

$$\frac{w}{v} = \frac{\partial f / \partial L}{\partial f / \partial K} = RMST(K\ \ por\ L) \qquad (5)$$

Esta ecuación, indica que la empresa minimizadora de los costos debe igualar la $RMST$ de los dos factores y su relación de precios[4]. La Figura Nº1 muestra gráficamente el resultado.

Figura Nº 1: Minimización de los Costos, dado $q = q_0$



Se supone que una empresa elige los valores de K y L que minimizan los costos totales. La condición para minimizarlos es que la relación a la que pueden intercambiarse K y L técnicamente (manteniendo $q=q_0$) sea igual a la relación a la que pueden intercambiarse estos factores en el mercado.

En el punto tangencia entre la curva q_0 y la curva CT_1 se da la igualdad entre $RMST_{K,L}$ y w/v, eligiendo las cantidades de factores K^* y L^*.

Dada la isocuanta correspondiente al nivel de producción q_0, se quiere hallar el punto de menor costo. Según la Ecuación (1), todas las líneas de igual costo son rectas paralelas cuya pendiente es $-w/v$. La Figura Nº1 muestra tres rectas de costo total: $CT_1 < CT_2 < CT_3$. Es evidente en la figura que el costo total mínimo de producir q_0 es CT_1, donde la curva de costo total es exactamente tangente a la isocuanta. La combinación de factores minimizadores de los costos es L^*, K^*. Esta combinación será realmente mínima si la isocuanta es convexa (si la $RMST$ disminuye cuando disminuye K/L). Tanto el análisis matemático como el gráfico llegan a la misma conclusión:

Principio de optimización:

Para minimizar el costo de obtener un determinado nivel de producción (q_0), la empresa debe producir en el punto de la isocuanta q_0, en el que la $RMST_{K,L}$ sea igual al cociente entre los precios de alquiler de los factores (w/v).

[4] La Ecuación 4 también muestra que $\frac{1}{\lambda} = \frac{\partial f/\partial L}{w} = \frac{\partial f/\partial K}{v}$

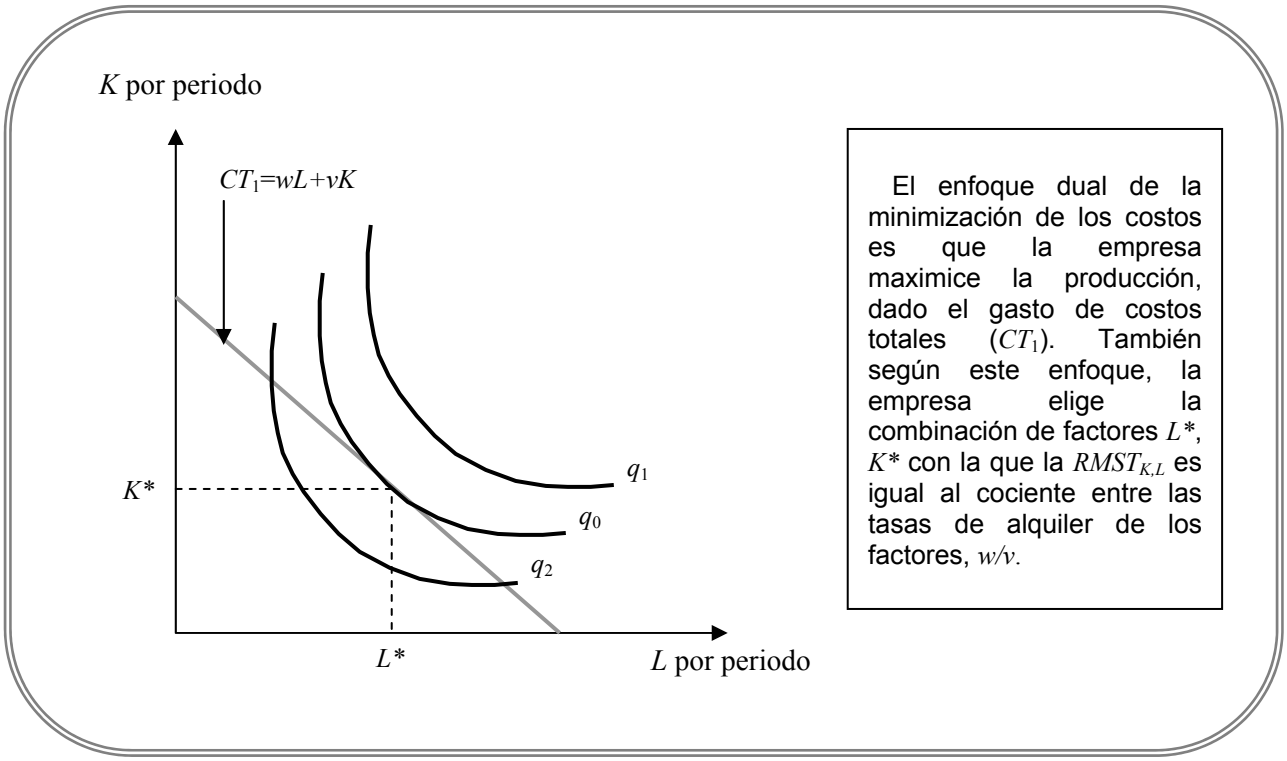
Eso significa que la productividad marginal por peso gastado debe ser igual en el caso de todos los factores utilizados. En otras palabras, el cociente entre el beneficio marginal (es decir, el aumento de la producción) y el costo marginal debe ser el mismo en el caso de todos los factores utilizados realmente. Si uno de los factores no superara esta prueba de los beneficios y los costos, no se utilizaría. Asimismo, aquí λ representa el costo marginal, es decir, el costo adicional que implica la producción de una unidad más.

También puede obtenerse un resultado idéntico al que se acaba de obtener, examinando la formulación dual del problema primal (básico) de minimización de los costos de la empresa: maximizar el nivel de producción, dado el costo total de los factores (por ejemplo, CT_1). En términos matemáticos, el lagrangiano de este problema es:

$$L^D = f(K, L) + \lambda^D (CT_1 - wL - vK) \qquad (6)$$

Es sencillo demostrar que las condiciones de primer orden de este problema son idénticas a las que ya hemos deducido en la Ecuación (4). La Figura Nº2 contiene una demostración gráfica.

Figura Nº 2: Problema Dual de Maximización de la Producción

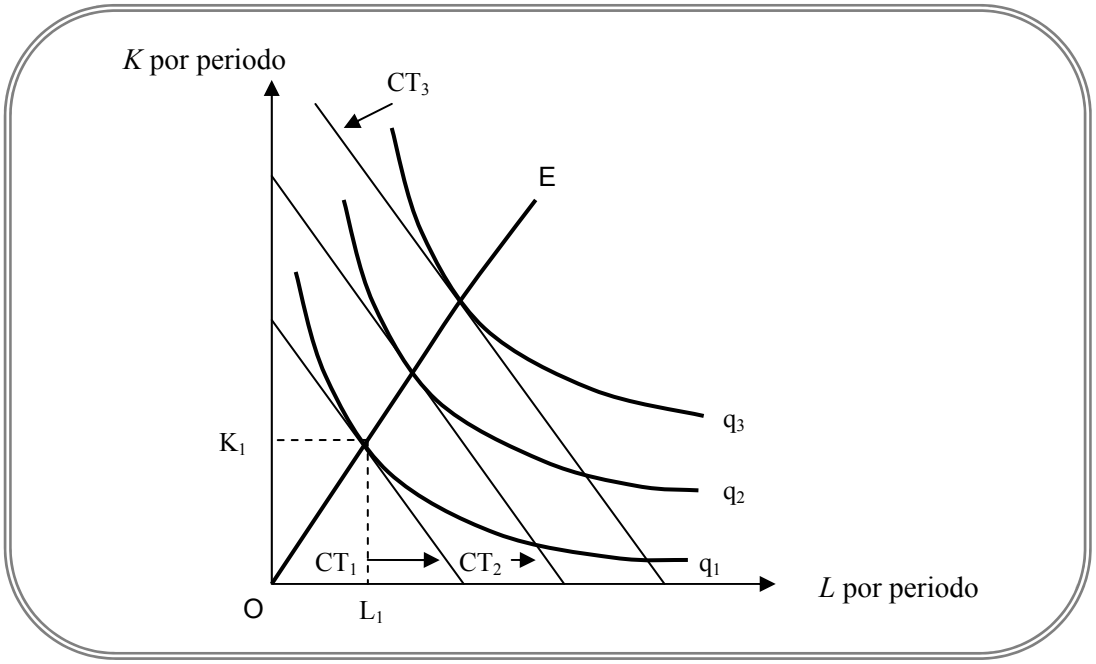


En esta figura, el nivel máximo de producción que puede obtenerse con un costo total CT_1 es q_0; éste se obtiene cuando se utiliza la combinación de factores L^*, K^*. Todas las demás combinaciones de factores que se encuentran a lo largo de CT_1, se hallan por debajo de la isocuanta q_0 y, por tanto, generan menos producción que esta combinación óptima. Así pues, la solución obtenida en la Figura 2 es idéntica a la de la Figura 1. En la mayor parte del siguiente análisis, se utilizará el enfoque primal de la minimización de los costos, pero a veces se recurrirá a la formulación dual del problema, a fin de aclarar las consecuencias económicas de la minimización de los costos.

1.2 La Senda de Expansión de la Empresa

Una empresa puede realizar un análisis como el que se ha presentado anteriormente, con cada nivel de producción: encuentra la combinación de factores que minimiza el costo de producir cada nivel de q. Si los costos de los factores (w y v) permanecen constantes, cualquiera sea la cantidad que demande la empresa, se puede hallar fácilmente el conjunto de los puntos elegidos que minimizan los costos. La Figura Nº 3 muestra este procedimiento. La línea OE muestra las tangencias minimizadoras de los costos correspondientes a niveles de producción sucesivamente más altos.

Figura Nº 3: Senda de Expansión



Por ejemplo, el costo mínimo de producir la cantidad q_1 viene dado por CT_1 y se utilizan los factores K_1 y L_1. Las demás tangencias de la figura, pueden interpretarse de una forma parecida. El lugar geométrico de estas tangencias se denomina senda de expansión de la empresa, porque indica cómo aumenta el uso de factores conforme se eleva la producción y se mantienen constantes los precios de los factores. Formalmente se dirá que,

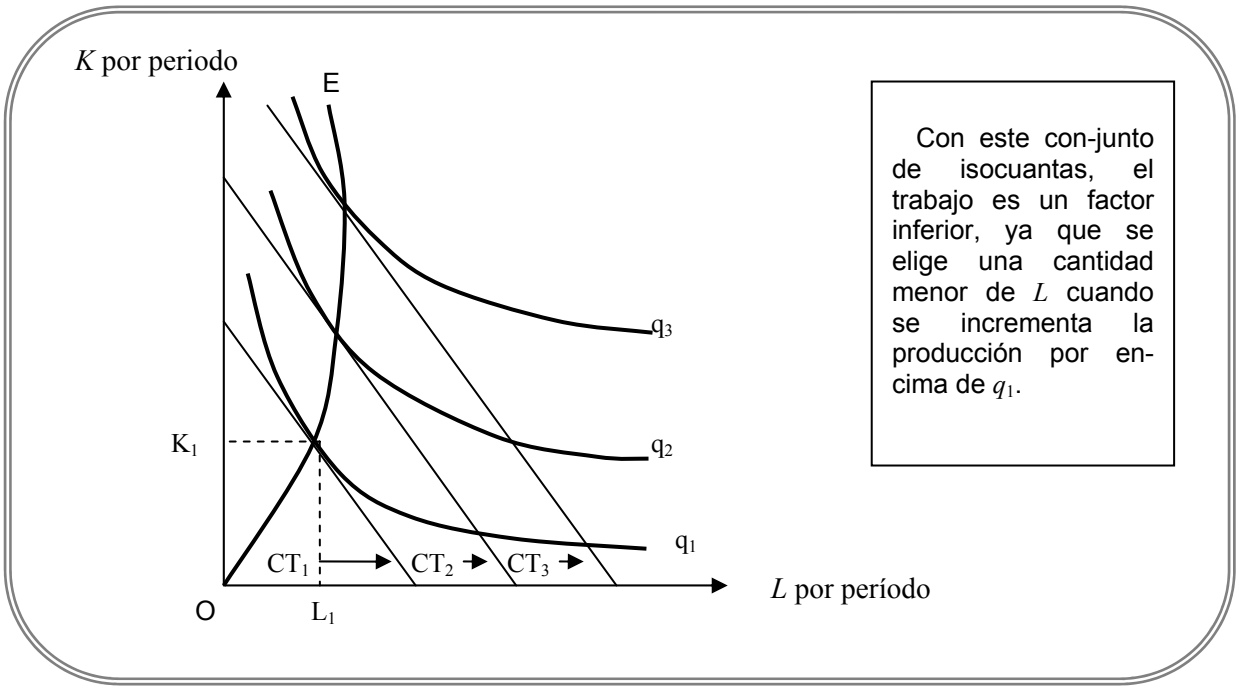
Senda de expansión:

Se define como el conjunto de puntos a lo largo de los cuales la TMST permanece constante, es decir, es el conjunto de puntos a lo largo de los cuales la tasa que relaciona el producto marginal del capital ($PMgK$) y el producto marginal del trabajo ($PMgL$) permanece constante.

La senda de expansión no tiene por qué ser una línea recta. El uso de algunos factores, puede aumentar más deprisa que el de otros conforme se incrementa la producción. El comportamiento dependerá de la forma de las isocuantas de producción. Dado que para minimizar los costos, la *RMST* siempre debe ser igual al cociente *w/v* y que se supone que éste es constante, la forma de la senda de expansión vendrá determinada por el punto en el que se dé un determinado valor de la *RMST* en isocuantas sucesivamente más altas. Si la función de producción muestra rendimientos constantes de escala (o, en términos más generales, si es homotética), la senda de expansión será una línea recta, ya que la *RMST* depende solamente del cociente entre *K* y *L*.

Parece razonable suponer que la senda de expansión tendrá pendiente positiva; es decir, los niveles de producción sucesivamente más altos exigirán una cantidad mayor de ambos factores. Sin embargo, como muestra la Figura 4, no tiene por que ser así. De hecho, cuando se incrementa la producción por encima de q_2, la cantidad utilizada de trabajo disminuye. En este intervalo, se diría que el trabajo es un factor inferior. La aparición de factores inferiores es, pues, una posibilidad teórica que puede ocurrir, aun cuando las isocuantas tengan su forma convexa habitual.

Figura Nº 4: Inferioridad de los Factores



Existen muchos análisis teóricos sobre la inferioridad de los factores. Es difícil saber empíricamente si es probable que existan factores inferiores en las funciones de producción del mundo real, ya que, parece improbable que unas magnitudes tan generales como “capital” y “trabajo” pudieran ser inferiores, sin embargo, una clasificación más estricta de los factores podría mostrar la existencia de factores inferiores. Por ejemplo, la utilización de

palas puede disminuir conforme aumenta la producción de cimientos y la utilización de retroexcavadoras.

A través de un ejemplo, se analizará lo visto hasta ahora. Suponga que la producción de hamburguesas por hora (q) depende del número de parrillas (K) y de trabajadores (L), contratados cada hora, de acuerdo con la función de producción Cobb-Douglas.

$$q=10K^{1/2}L^{1/2} \qquad (7)$$

Si las parrillas pueden alquilarse a v por hora y contratarse a los trabajadores a w por hora, los costos totales de la producción de hamburguesas serían:

$$CT=vK+wL \qquad (8)$$

Suponga que se desea producir 40 hamburguesas por hora, por lo tanto, la expresión relevante del lagrangiano, correspondiente a este problema de minimización de los costos es:

$$\mathrm{L}=vK+wL+\lambda(40-10K^{1/2}L^{1/2}) \qquad (9)$$

Obteniendo las condiciones de primer orden para alcanzar un mínimo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial K} &= v-\lambda 5(L/K)^{1/2} = 0 \\ \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial L} &= w-\lambda 5(K/L)^{1/2} = 0 \\ \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda} &= 40-10K^{1/2}L^{1/2} = 0 \end{aligned} \qquad (10)$$

La tercera condición, indica simplemente que la producción debe realizarse en la isocuanta $q = 40$. Dividiendo la segunda condición por la primera, se tiene que:

$$\frac{w}{v}=\frac{K}{L}=RMST \qquad (11)$$

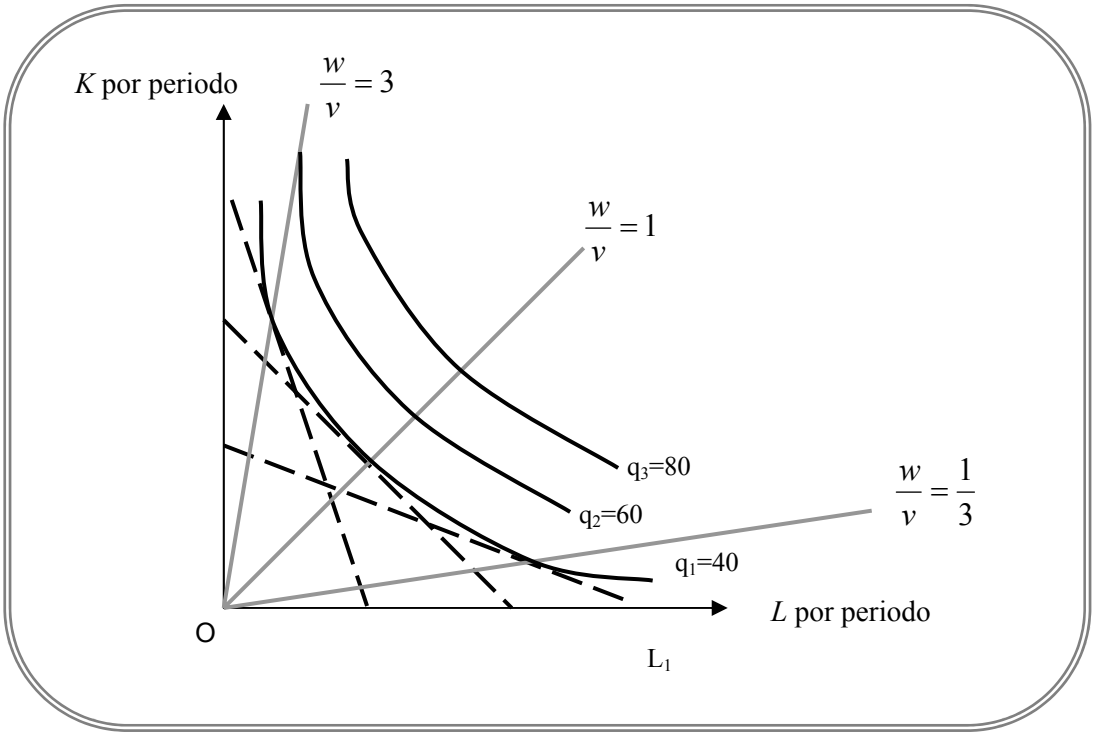
Por ejemplo, si el valor de $w = v$, entonces la empresa debería utilizar unas cantidades iguales de K y L. En este caso, si $K = L$, se reemplaza en la tercera condición y se obtienen las cantidades óptimas de capital y trabajo, para producir 40 hamburguesas:

$$\begin{aligned} 40-10K^{1/2}L^{1/2} &= 0 \\ 40-10L^{1/2}L^{1/2} &= 0 \\ 40 &= 10L \\ 4 &= L \end{aligned}$$

Por tanto, $K = 4$ y $L = 4$ sería suficiente para producir 40 hamburguesas. Suponiendo que $w = v = \$4$, los costos totales de 40 hamburguesas serían de $32. Cualquier otra combinación de factores que también puedan producir 40 hamburguesas, tienen costos totales más altos. Por ejemplo, $K = 8$, $L = 2$ también produce 40 hamburguesas, pero en este caso los costos totales son $40.

Observe que en este problema, la función de producción muestra rendimientos constantes de escala, por lo que la senda de expansión es una línea recta. La Ecuación (11) muestra la ecuación correspondiente a esta línea recta. Si $w=v$, la empresa también elegirá $K=L$ para minimizar los costos. Por otro lado, si $w \neq v$, las combinaciones de factores en las que K es igual a L no minimizarán los costos, aunque la senda de expansión seguirá siendo lineal. Por ejemplo, si se alquilaran parrillas a $12 por hora ($v$) y los salarios ($w$) fueran de $4, la Ecuación (11), indica que la senda de expansión consistiría en las combinaciones de parrillas y trabajadores tales que $K/L=1/3$. La empresa produciría hamburguesas utilizando una cantidad relativamente mayor del factor más barato (trabajo) y una menor del factor caro (capital). La Figura Nº 5 grafica esto.

Figura Nº 5: Sendas de Expansión para Distintos Valores de w/v



CLASE 02

1.3 La Función de Costo Total, Costo Medio y Costo Marginal

La senda de expansión (minimizadora de los costos), será útil para encontrar la función de costo total, la que se definirá como:

La función de costo total, muestra que el costo total mínimo en que incurre la empresa, dados los costos de los factores y el nivel de producción, es:

$$CT = CT(v, w, q) \qquad (12)$$

A partir de la función de costo total, se estudiarán las funciones de costo medio y costo marginal. La función de costo total suministra una información completa sobre la relación entre la producción y los costos, sin embargo, resulta útil analizar los costos por unidad del bien producido, ya que ese enfoque se enlaza mejor con el análisis de la demanda, que centra la atención en el precio unitario de un bien. En economía, se utilizan frecuentemente diferentes medidas de los costos unitarios:

- El costo medio, que es el costo por unidad de producción; y
- El costo marginal, que es el costo de una unidad más de producción.

La función de costo medio (CMe), se encuentra calculando los costos totales por unidad de producción:

$$Costo\ medio = CMe(v,w,q) = \frac{CT(v,w,q)}{q} \qquad (13)$$

Mientras que la función de costo marginal (CMg), se halla calculando la variación que experimentan los costos totales cuando varía la cantidad producida:

$$Costo\ marginal = CMg(v,w,q) = \frac{\partial CT(v,w,q)}{\partial q} \qquad (14)$$

Observe que en estas definiciones, los costos medios y marginales dependen tanto del nivel de producción como de los precios de los factores, los que se suponen constantes, y de que la tecnología no varía. Si varían los precios de los factores o si avanza la tecnología, las curvas de costo generalmente se desplazan a nuevas posiciones.

En la Figura Nº6 (a), se puede observar la forma que adopta una curva de costo total cuando presenta rendimientos constantes de escala. Cuando el costo total es proporcional a la producción, se debe a que la función de producción subyacente muestra rendimientos

constantes de escala, por ejemplo, suponga que se necesitan K_1 unidades de capital y L_1 unidades de trabajo para obtener una unidad de producción,

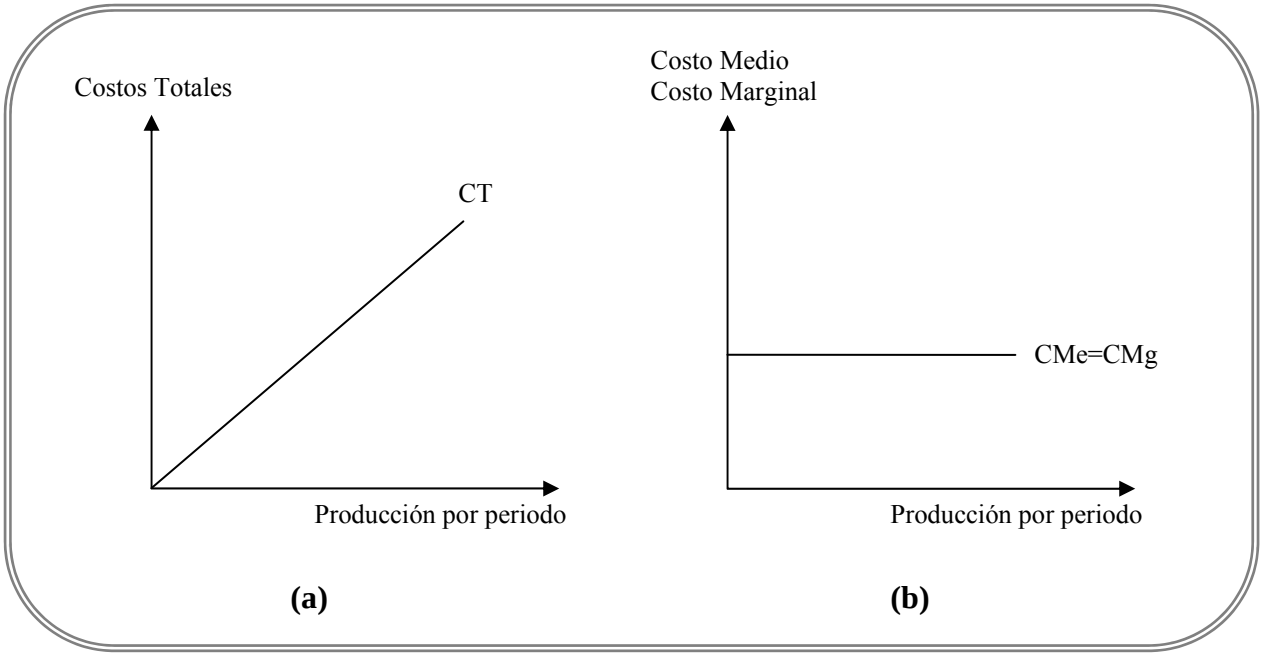
$$CT(q = 1) = vK_1 + wL_1 \qquad (15)$$

Entonces, para producir m unidades, se necesitan mK_1 unidades de capital y mL_1 unidades de trabajo debido al supuesto de los rendimientos constantes de escala[5]. Por tanto,

$$CT(q = m) = vmK_1 + wmL_1 = m(vK_1 + wL_1) = m \cdot CT(q = 1) \qquad (16)$$

Lo que demuestra la proporcionalidad entre la producción y el costo.

Figura Nº 6: Curvas de Costo Total, Medio y Marginal para una Función de Costo Total con Rendimientos Constantes de Escala



La información de las curvas de costo total, puede utilizarse para trazar las curvas de costo medio y marginal. En el caso de rendimientos constantes de escala, dado que los costos totales son proporcionales a la producción, los costos medios y marginales son

[5] La combinación de factores mL_1, mK_1, minimiza el costo de producir m unidades, ya que el cociente entre los factores sigue siendo K_1/L_1, y la *RMST* correspondiente a una función de producción de rendimientos constantes de escala sólo depende de ese cociente. Por tanto, la *RMST* correspondiente a la nueva combinación de factores será igual al cociente w/v (como exige la minimización de los costos), ya que se suponía que la combinación inicial de factores también minimizaba los costos.

constantes e iguales en todos los niveles de producción. En términos matemáticos, dado que $CT = aq$, donde a es el costo de 1 unidad de producción, entonces:

$$CMe = \frac{CT}{q} = a \qquad \text{y} \qquad CMg = \frac{\partial CT}{\partial q} = a$$

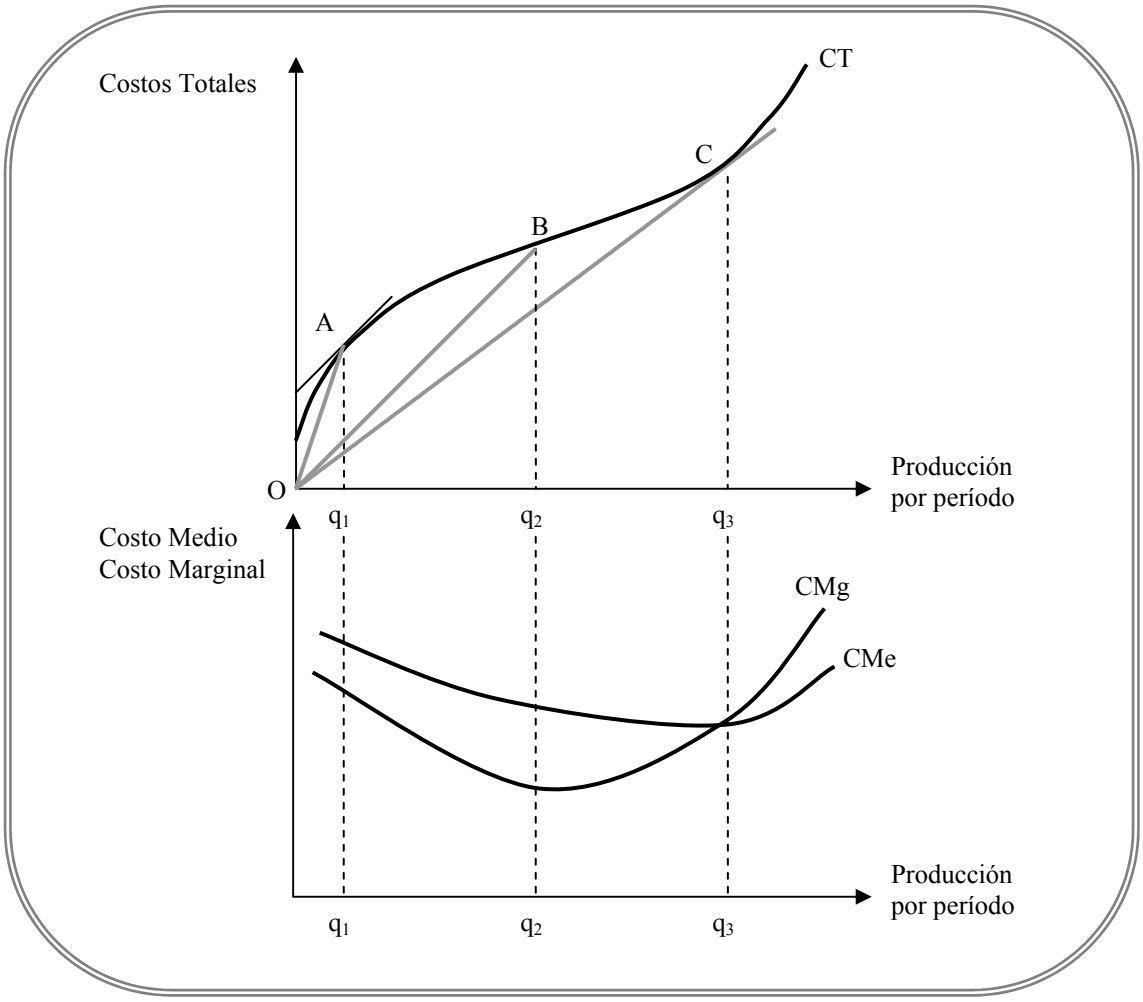
Lo que demuestra que $CMe=CMg$. Estos costos están representados por la línea recta horizontal $CMe=CMg$ en la Figura 6.b.

Cuando la función de costo total tiene forma cúbica, como se muestra en la Figura 7, se puede observar que al principio (entre el punto O y q_1) los costos aumentan rápidamente conforme se incrementa la producción, sin embargo, ese aumento pierde fuerza al llegar a los niveles intermedios de producción (entre q_1 y q_2). A partir de q_2, la curva CT se vuelve convexa y los costos comienzan a aumentar progresivamente más deprisa.

Una causa posible por la que la curva de costo total tiene esa forma, se encuentra en el hecho de que existe hay un tercer factor de producción (por ejemplo, los servicios de un empresario), que permanece fijo conforme se utiliza más capital y más trabajo[6]. En este caso, el segmento cóncavo inicial de la curva CT podría atribuirse a la utilización cada vez más óptima de los servicios del empresario: éste necesita un nivel moderado de producción para utilizar plenamente sus calificaciones. Sin embargo, a partir del punto de inflexión el empresario trabaja excesivamente intentando coordinar la producción, por lo que aparecen los rendimientos decrecientes. Por tanto, los costos aumentan rápidamente.

[6] Nótese que la curva de costo total no parte del origen, reconociendo así la presencia de un factor de costo fijo, el que podría ser el servicio del empresario por ejemplo.

Figura Nº 7: Curvas de Costo Total, Medio y Marginal para una Función de Costo Total Cúbica



Cuando la curva de costo total tiene forma cúbica, el cálculo de las curvas de costo medio y marginal requiere una cierta intuición geométrica. Al analizar la curva de costo marginal; la definición de la Ecuación (14), indica que el costo marginal es simplemente la pendiente de la curva CT. Como se puede apreciar en la Figura Nº7, las rectas tangentes a la curva CT van por encima de la curva al principio, como se muestra en el punto A, hasta alcanzar el punto B (en este segmento cóncavo de la curva CT el CMg disminuye), siendo éste, el punto mínimo de la curva CMg. A partir del punto de inflexión B, las rectas tangentes van por debajo de la curva CT, manteniendo siempre una pendiente positiva ascendente, lo que explica la forma de U que posee la curva CMg.

Vea qué sucede con el CMe. A medida que aumenta la producción, el CMe es superior al CMg, ya que refleja tanto el costo marginal de la última unidad producida como los costos marginales algo más alto de las unidades producidas anteriormente. Por lo tanto, en la medida que $CMe > CMg$, los costos medios deben ser decrecientes. Como los costos más

bajos de las unidades recién producidas son inferiores al costo medio, continúan tirando de los costos medios hacia abajo. Sin embargo, los costos marginales comienzan a aumentar cuando se alcanza un nivel de producción q_2, y finalmente en q_3, se igualan el costo medio (en su punto mínimo) con el costo marginal. A partir de este punto, $CMg > CMe$, por lo que los costos medios deben ser crecientes, ya que los costos marginales cada vez más altos tiran de ellos hacia arriba. Por consiguiente, se ha mostrado que la curva CMe también tiene forma de U y que alcanza un punto mínimo en q_3[7], en el que se cortan CMe y CMg.

En estudios empíricos de funciones de costos, se muestra mucho interés en este punto de costo medio mínimo, ya que refleja la "escala mínima eficiente" (EME) del proceso de producción examinado.

1.4 Variaciones de los Precios de los Factores

Hasta el momento se ha establecido como supuesto que los precios de los factores, en el análisis de costos, se mantienen constantes; sin embargo, ¿qué sucede cuando éstos varían? Cuando varían los precios de los factores, la senda de expansión que minimiza los costos de la empresa varía, por lo que las curvas de costos que se basan en esa senda se desplazan. Para simplificar el análisis, se limitará el estudio al análisis de las subidas de los precios de los factores, cuyos resultados son similares a cuando éstos bajan.

Recogiendo lo expuesto en las Ecuaciones (15) y (16), se puede demostrar que la función de costo total es homogénea de grado 1 en los precios de los factores, es decir, si los costos totales de todos los factores subieran en la misma proporción, t, los costos totales de producción de una cantidad dada también se multiplicarían por t, ya que la subida simultánea de los precios no altera la relación entre ellos. Por ejemplo, si antes de la subida de los precios de los factores, la empresa empleaba la combinación L_1, K_1 para producir q_1, los costos totales eran:

$$CT_1 = vK_1 + wL_1 \qquad (17)$$

Si tanto v como w aumentan en la misma proporción, t, la empresa continuará utilizando L_1, K_1 para producir q_1, pero ahora los costos totales (CT_1') serán:

$$CT_1' = tvK_1 + twL_1 = t(vK_1 + wL_1) = tCT_1 \qquad (18)$$

[7] Otra explicación visual de por qué se encuentra el punto mínimo de CMe en q_3, se encuentra en que hasta el punto C cualquier rayo trazado desde el origen a ese punto, tiene una pendiente que va disminuyendo. A partir del punto C en adelante, la pendiente de cualquier rayo trazado del origen a algún punto de la curva comienza a aumentar.

Como se quería demostrar. Dado que la función de costo total es homogénea de grado 1 en los precios de todos los factores, las funciones de costo medio y marginal, basadas en esa función de costo total, también serán homogéneas de grado 1 en las variaciones de dichos precios de los factores, al igual que en la Ecuación (18).

$$CMe' = \frac{CT'}{q} = t\frac{CT}{q} = tCMe \qquad \text{y} \qquad CMg' = \frac{\partial CT'}{\partial q} = t\frac{\partial CT}{\partial q} = tCMg \qquad (19)$$

Una consecuencia de estos resultados, es que en una situación en la que todos los precios suben a la misma tasa, y por ende los costos de los factores de las empresas también lo harán, por lo que las empresas no tendrán incentivos para alterar su combinación de los factores, es decir, su elección del nivel de producción.

Sin embargo, cuando varía el precio de un sólo factor, la relaciones entre factores se altera, afectando la combinación minimizadora de los costos de la empresa. Existen tres cuestiones relacionadas con este tipo de cambio:

a) El sentido cualitativo de la influencia en los costos totales, medios y marginales.
b) El grado de sustitución entre los factores introducido por ese cambio.
c) La influencia cuantitativa en los costos totales, medios y marginales.

a) Sentido del Efecto

Una subida del precio de un factor debe elevar el costo total de cualquier nivel de producción o, al menos, no alterar el CT, ya que si la nueva combinación de factores redujera los costos totales en comparación con el CT inicial, la empresa no habría estado minimizando los costos. Por tanto, el supuesto de la minimización de los costos, implica que un incremento del costo de un factor eleva el costo total[8]. El razonamiento es el mismo en el caso de los costos medios. Dado que la subida del precio de un factor provoca un incremento del costo total, los costos medios correspondientes a cualquier nivel de producción (que vienen dados simplemente por CT/q) también deben aumentar.

[8] Este resultado puede demostrarse por medio del teorema de la envolvente. Recuérdese que el problema de la empresa es minimizar $CT=vK+wL$, sujeto a $f(K, L)=q_0$. El lagrangiano correspondiente a este problema es:

$$L=vK+wL+\lambda[q_0-f(K, L)]$$

Ahora bien, el teorema de la envolvente establece que en el nivel mínimo de gasto,

$$\frac{\partial CT}{\partial v} = \frac{\partial L}{\partial v} = K > 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial CT}{\partial w} = \frac{\partial L}{\partial w} = L > 0$$

Estos resultados muestran no sólo que una subida de los precios eleva el costo total, sino que también introduce de nuevo el lema de Shepard, que en este caso establece que la función de demanda de factores puede hallarse a partir de la función de costo total mediante una diferenciación parcial. Dado que la producción se mantiene constante en este proceso de derivación, estas funciones de demanda de los factores también son funciones de demanda correspondientes a un nivel de producción constante.

b) Sustitución de los Factores

La variación del precio de un factor lleva a la empresa minimizadora de los costos a alterar su combinación de factores, por lo tanto, es importante medir la variación que experimenta la relación de uso (K/L) en respuesta a una variación de w/v, manteniendo constante q, es decir, se quiere examinar la derivada

$$\frac{\partial (K/L)}{\partial (w/v)} \qquad (20)$$

A lo largo de una isocuanta. Expresando esta derivada en términos proporcionales,

$$s = \frac{\partial K/L}{\partial w/v} \cdot \frac{w/v}{K/L} = \frac{\partial \ln K/L}{\partial \ln w/v} \qquad (21)$$

Se obtiene (intuitivamente) la elasticidad de sustitución. En el caso en el que hay dos factores, el valor de s debe ser no negativo: un aumento de w/v va acompañado de un aumento de K/L (o en el caso límite de las proporciones fijas, K/L permanece constante). Cuando s tiene un valor alto, significa que las empresas alteran considerablemente sus proporciones de factores en respuesta a las variaciones de sus precios, mientras que cuando tiene un valor bajo, significa que las variaciones de los precios de los factores apenas producen efecto alguno.

c) Magnitud Cuantitativa de los Desplazamientos de las Curvas de Costos

La importancia relativa del factor en el proceso de producción, influye significativamente en el incremento de los costos. Si un factor representa una elevada proporción de los costos totales, una subida de su precio los elevará significativamente, por ejemplo, la subida del salario elevaría considerablemente los costos de los constructores, ya que el trabajo es un importante factor en la construcción, sin embargo, la subida del precio de los clavos no eleva los costos de las viviendas.

Si las empresas pueden sustituir fácilmente el factor cuyo precio ha subido por otro, es posible que apenas aumenten los costos, por ejemplo, la subida de los precios del cobre registrada a finales de los años 60, apenas influyó en los costos de distribución de electricidad de las compañías eléctricas, ya que, los cables de cobre podían sustituirse fácilmente por aluminio. En cambio, si la empresa observa que es difícil o imposible sustituir el factor que se ha vuelto más costoso, los costos pueden aumentar rápidamente. El costo de las joyas de oro, junto con el precio del oro, subió rápidamente a principios de los años 70, debido sencillamente a que no existía ningún sustitutivo de esa materia prima.

Retomando el ejemplo de las hamburguesas. Se debe recordar que para minimizar los costos, es necesario que:

$$\frac{w}{v} = \frac{K}{L} \qquad (22)$$

Para calcular la función de costo total que implica esta condición, es necesario utilizar la Ecuación (22) junto con la función de producción (Ecuación (7)):

$$q = 10\, K^{1/2} L^{1/2}$$

Con el fin de expresar los costos totales en función de q, v y w. Se sabe que el CT está dado por:

$$CT = vK + wL$$

Donde K y L representan la demanda de factores que minimizan el costo total, por ende debemos expresar estas demandas en función de sus precios. Para ello haremos una pequeña manipulación algebraica de la función de producción, de manera de utilizar la condición de minimización expresada en la Ecuación (22), dividiendo primero por K:

$$\frac{q}{K} = 10\left(\frac{L}{K}\right)^{1/2} \qquad (23)$$

Se utiliza la condición de minimización de los costos,

$$\frac{q}{K} = 10\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2} \qquad (24)$$

Y se Despeja K,

$$K = \frac{q}{10} w^{1/2} v^{-1/2} \qquad (25)$$

Obteniendo así la demanda de capital en función del nivel de producción deseado y del precio de los factores. Multiplicando ambos términos de la ecuación por el precio del factor capital (v), se obtiene:

$$vK = \frac{q}{10} w^{1/2} v^{1/2} \qquad (26)$$

Realizando una cadena similar de sustituciones, se obtiene:

$$wL = \frac{q}{10} w^{1/2} v^{1/2} \qquad (27)$$

Al reemplazar la ecuación (26) y (27) en la ecuación de CT, se obtiene:

$$CT = 0{,}2qw^{1/2}v^{1/2} \qquad (28)$$

Ésta es la función de costo total correspondiente a la producción de hamburguesas. Asignando valores específicos a los precios de los factores, la función implica la existencia de una sencilla relación entre la producción de hamburguesas y los costos totales. Por ejemplo, si w=v=$4, entonces:

$$CT = 0{,}8\ q \qquad (29)$$

Al igual que antes, producir 40 hamburguesas cuesta $32 si se minimizan los costos. Dado que la función de producción de hamburguesas muestra rendimientos constantes de escala, los costos medios y marginales son constantes (e iguales) en todos los niveles posibles de producción:

$$CMe = \frac{CT}{q} = 0{,}8 \quad \text{y} \quad CMg = \frac{\partial CT}{\partial q} = 0{,}8 \qquad (30)$$

El costo medio y marginal de producir una hamburguesa siempre es de $0,80. ¿Qué sucede si varía el precio de un factor? Si varía el precio de un factor, por ejemplo el costo del capital, la empresa utilizará K y L en proporciones diferentes, y este cambio de la senda de expansión, se traducirá en un desplazamiento de la función de costos. Por ejemplo, cuando v = $9 y w = $4,

$$CT = 0{,}2\ q\ w^{1/2}\ v^{1/2} = 1{,}2\ q$$

El costo medio y marginal de cada hamburguesa ha aumentado a $1,20. Conociendo la función de costo total, es innecesario volver a calcular las combinaciones de factores que minimizan los costos; esto se hace “automáticamente”, ya que la función de costo total se dedujo del supuesto de la minimización de los costos. Cuando varían los precios de los factores, la nueva relación entre CT y q puede hallarse introduciendo los nuevos precios de los factores en la función de costos.

CLASE 03

1.5 Costos Totales a Corto Plazo

La distinción "Costos totales a corto plazo", responde al hecho de que se reconoce la existencia de costos fijos y costos variables en dicho periodo de análisis. El costo total de la empresa a corto plazo, continúa definiéndose de la forma que se ha visto hasta ahora, con la salvedad de que ahora el capital se considerara fijo e igual a K_1 (también puede ser que el trabajo se considere fijo e igual a L_1). Para indicar este hecho, se escribe:

$$CTC\,(K_1) = vK_1 + wL \qquad (31)$$

Donde la "C" indica que se están analizando los costos a corto plazo y que el nivel de capital se mantiene fijo (en K_1). Los dos tipos de costos de los factores de la ecuación (31), reciben nombres especiales: El término vK_1, se denomina costos fijos; dado que K_1 se mantiene constante, estos costos no varían a corto plazo. El término wL, se denomina costos variables, ya que la cantidad de trabajo puede alterarse, de hecho, a corto plazo. Utilizando los símbolos $CFC\,(K_1)$ para referirse a los costos fijos a corto plazo y $CVC\,(K_1)$ para referirse a los costos variables a corto plazo, se tiene que:

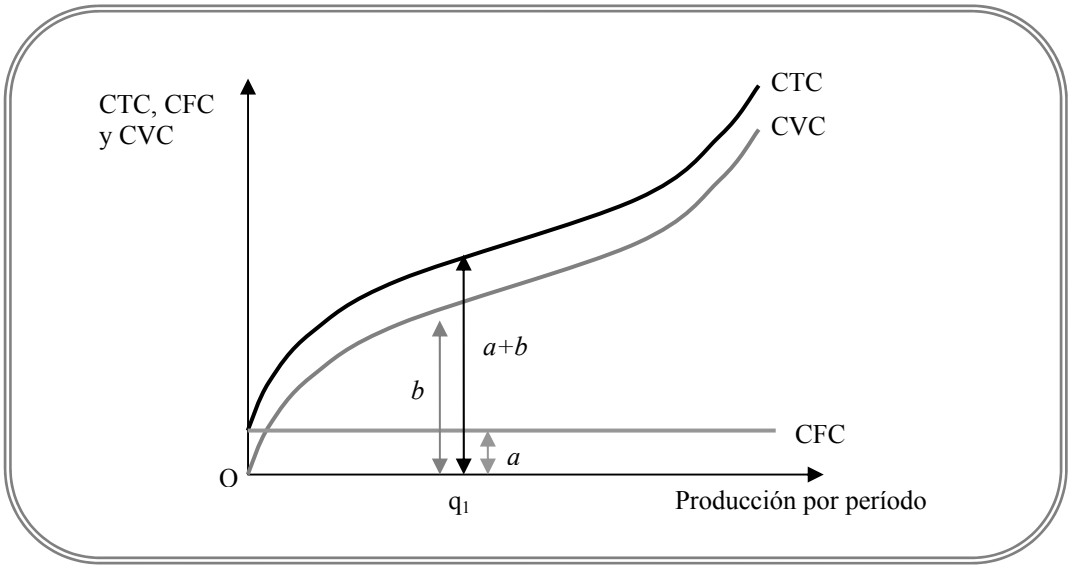
$$CFC\,(K_1) = vK_1 \qquad \text{y} \qquad CVC\,(K_1) = wL$$

Y, por tanto,

$$CTC\,(K_1) = CFC\,(K_1) + CVC\,(K_1) \qquad (32)$$

En términos más generales, la importancia de esta distinción radica en que permite diferenciar entre los costos variables que la empresa puede evitar no produciendo nada a corto plazo y los costos que son fijos y que debe pagar independiente del nivel de producción que elija (incluso si no produce nada). Esta distinción puede entenderse mejor por medio de la Figura Nº8.

Figura Nº 8: Curvas de Costo a Corto Plazo



A corto plazo, los costos fijos no varían cuando varía el nivel de producción, lo que se representa con una línea recta horizontal (CFC en la Figura Nº8), mientras que los costos variables a corto plazo si se relacionan con el nivel de producción.

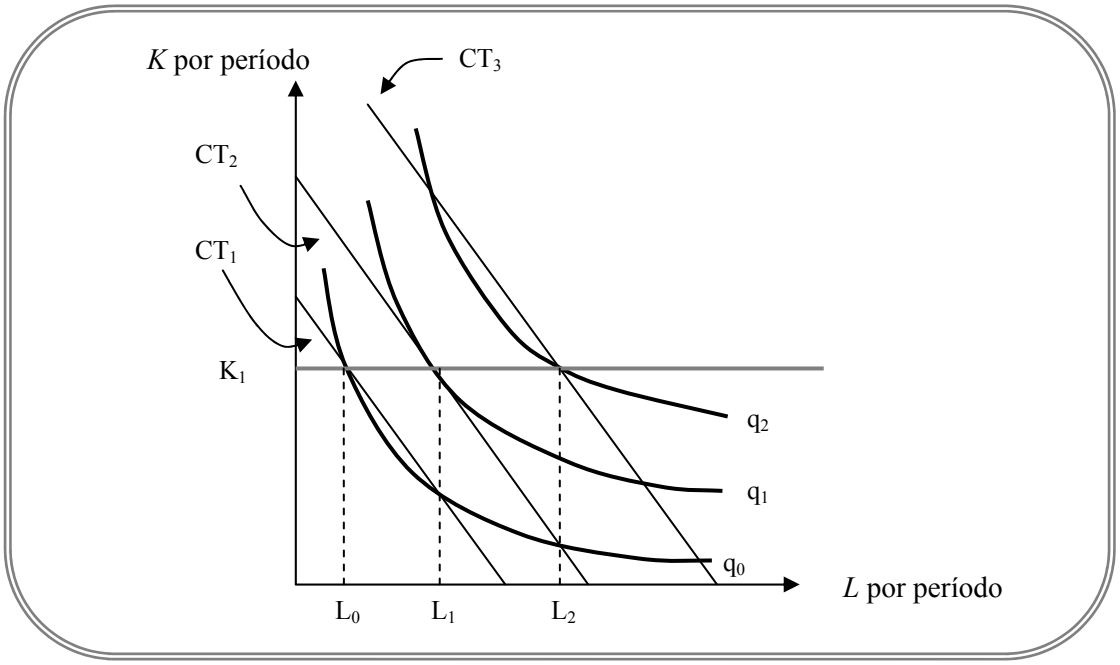
Al principio, la productividad marginal del trabajo aumenta conforme se añade más trabajo al proceso de producción. Dado que hay una cantidad fija de capital, éste se "subutiliza" inicialmente y la productividad marginal del trabajo aumenta conforme se incrementa la cantidad de trabajo que puede utilizarse con esta cantidad fija de capital. Como el producto marginal del producto es creciente, los costos variables a corto plazo aumentan menos deprisa, conforme se incrementa la producción (en su segmento inicial, la curva CVC es cóncava). Sin embargo, a partir de un cierto nivel de producción (q_1) el producto marginal del trabajo comienza a disminuir. Como la cantidad de capital es constante e igual a K_1, la capacidad del trabajo para generar producción adicional disminuye, dado que se supone que el costo laboral unitario es constante, los costos de producción comenzarán a aumentar rápidamente. A partir del nivel de producción q_1, la curva CVC se vuelve convexa para reflejar esta productividad marginal decreciente del trabajo.

La curva de costo total a corto plazo, se obtiene sumando las curvas CFC y CVC, por ejemplo a un nivel q_1 el CTC está dado por la suma $a+b$, donde a es el costo fijo a ese nivel de producción y b el costo variable. Obsérvese que cuando la producción es cero, los costos totales corresponden sólo a los costos fijos. Dado que la cantidad de capital es fija, hay que pagar su tasa de alquiler, aun cuando no se produzca nada. La empresa no puede evitar estos costos fijos a corto plazo. Naturalmente, puede evitar todos los costos variables simplemente no contratando trabajo.

El modo en que las variaciones de la producción influyen en los costos determina la forma de la curva; como los costos fijos son constantes, éstos no desempeñan ningún papel en la determinación de la forma de la curva $CTC(K_1)$, salvo el de determinar el costo correspondiente a un nivel de producción nulo, por lo tanto, la forma de la curva depende únicamente de la forma de la curva de costo variable a corto plazo.

Los costos mostrados en la Figura Nº 8, no son los costos mínimos de producción de los distintos niveles de producción. La explicación a esto radica en que como se esta manteniendo fijo el capital a corto plazo, la empresa no tiene la posibilidad de elegir la combinación óptima de factores que minimicen los costos, sino que para alterar su nivel de producción a corto plazo, se ve obligada a utilizar combinaciones de factores "no óptimas", como se muestra en la Figura Nº 9.

Figura Nº 9: Combinación de Factores en el Corto Plazo



A corto plazo, la empresa se ve obligada a utilizar K_1 unidades de capital. Por tanto, para obtener el nivel de producción q_0, utilizará L_0 unidades de trabajo. Asimismo, para producir q_1, utilizará L_1 unidades de trabajo y así sucesivamente para los distintos niveles de producción. Obsérvese que sólo se produce con un costo mínimo con la combinación de factores K_1, L_1. Ése es el único punto en el que la $RMST$ es igual a la relación de precios de los factores. En la Figura Nº 9, se puede advertir que q_0 se produce con "demasiado" capital, por lo que la minimización de los costos sugiere un movimiento en sentido sudeste a lo largo de la isocuanta q_0, lo que indica una sustitución de capital por trabajo en la producción. Asimismo, q_2 se produce con "demasiado poco" capital. Ninguna de estas sustituciones es posible a corto plazo. Sin embargo, en un período más largo, la empresa puede alterar su

nivel de capital y ajustar su uso de factores a las combinaciones minimizadoras de los costos.

1.5.1 Costo Total, Marginal y Medio a Corto Plazo

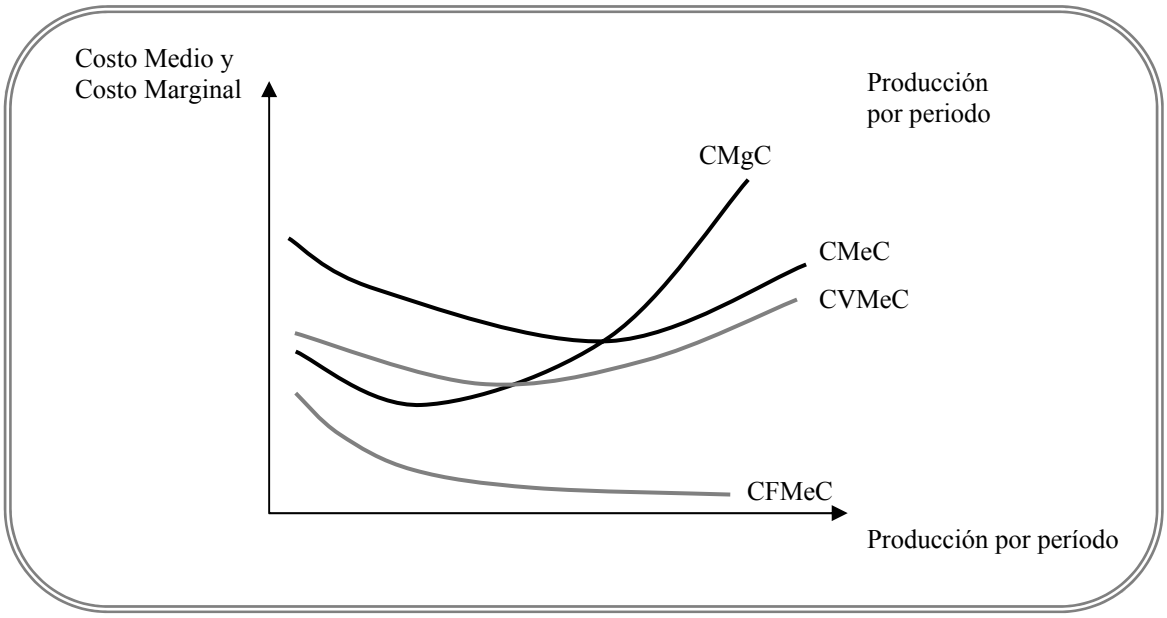
Las dos curvas unitarias más importantes que pueden obtenerse a partir de la curva de costo total a corto plazo, son la curva de costo total medio a corto plazo ($CMeC$) y la curva de costo marginal a corto plazo ($CMgC$). Estos conceptos se definen de la forma siguiente:

$$CMeC(K_1) = \frac{Costos\ totales}{producción\ total} = \frac{CTC(K_1)}{q}$$

$$CMgC(K_1) = \frac{Variación\ de\ los\ Costos\ totales}{Variación\ de\ la\ producción} = \frac{\partial CTC(K_1)}{\partial q} \qquad (33)$$

Donde se continúa indicando que el nivel de capital es fijo a corto plazo e igual a K_1. Estas definiciones de los costos medios y marginales son idénticas a las formuladas anteriormente, en el caso totalmente flexible del largo plazo; las que se obtienen a partir de la curva de costo total exactamente de la misma forma. Dado que la curva de costo total a corto plazo de la Figura Nº 8, tiene el mismo tipo general de forma cúbica que la curva de costo total de la Figura Nº 7, las curvas de costo medio y marginal a corto plazo también tendrán forma de U, como se puede observar en la Figura Nº 10, y además, la curva $CMgC$ corta a la $CMeC$ en su punto más bajo.

Figura Nº 10: Costos Medio y Marginal de Corto Plazo



Si se considera la definición de la Ecuación (32), entonces es posible dividir los costos totales medios a corto plazo ($CMeC$) en dos componentes: los costos fijos medios a corto plazo ($CFMeC$) y los costos variables medios a corto plazo ($CVMeC$), los que se definen como,

$$CFMeC(K_1) = \frac{CFC(K_1)}{q} \quad \text{y} \quad CVMeC(K_1) = \frac{CVC(K_1)}{q} \qquad (34)$$

Donde es evidente que:

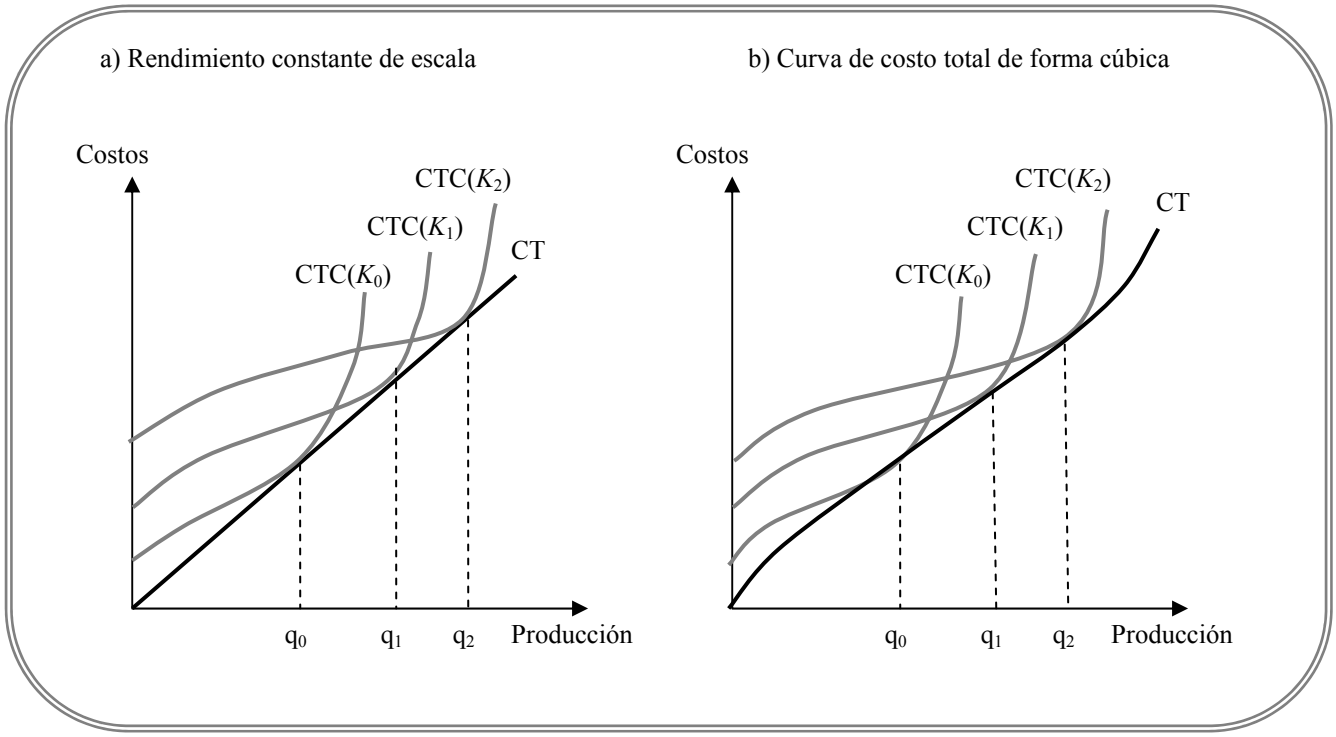
$$CFMeC(K_1) + CVMeC(K_1) = \frac{CFC(K_1)}{q} + \frac{CVC(K_1)}{q} = \frac{CTC(K_1)}{q} = CMeC(K_1) \qquad (35)$$

Estas curvas se representan en la Figura Nº 10, junto con las curvas de costo total marginal y medio. La curva $CFMeC$, es simplemente una hipérbola que refleja que conforme aumenta la producción, los costos fijos se reparten entre un nivel de producción cada vez mayor, mientras que la curva $CVMeC$ generalmente tiene una forma parecida a la curva $CMeC$, encontrándose siempre por debajo de ella en la cuantía de los costos fijos medios. En los niveles de producción altos, las curvas $CMeC$ y $CVMeC$ se aproximan mucho, porque los costos fijos medios se vuelven bajos. Siguiendo un razonamiento similar al presentado en el caso de la curva de costo total medio, se puede demostrar que la curva de costo marginal a corto plazo también pasa por el punto mínimo de la curva de costo variable medio, como también se muestra en la Figura Nº 10.

1.5.2 Relación entre las Curvas de Costo a Corto y Largo Plazo

En la Figura (11), se puede observar como las curvas de costo total a largo plazo son una “envolvente” de sus respectivas curvas a corto plazo.

Figura Nº 11: Curvas de Costo Total a Largo Plazo



Estas curvas de costo total a corto plazo pueden representarse de la siguiente manera:

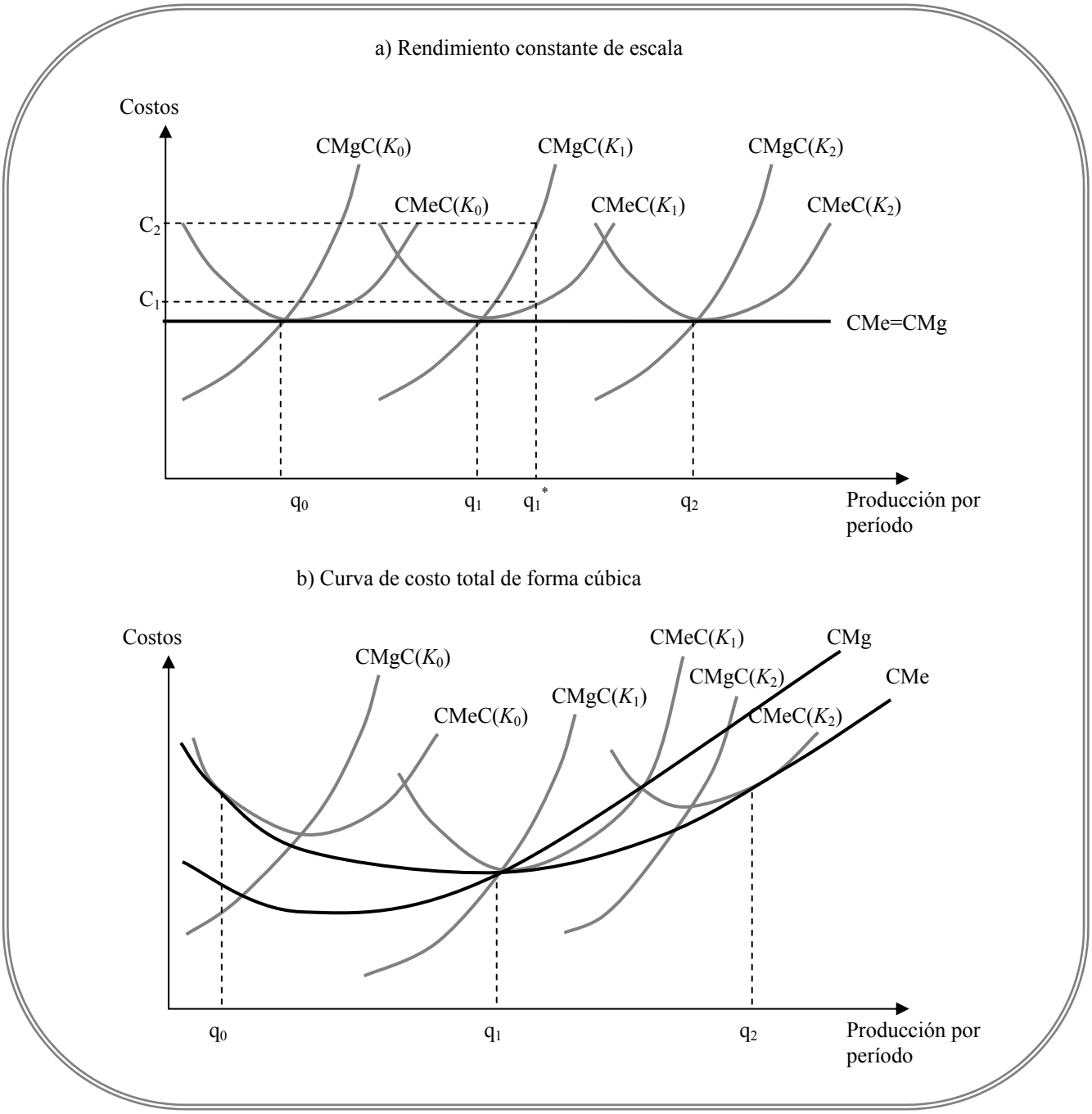
$$CTC\,(q,\,K) = costo\ total \qquad (36)$$

Donde la familia de curvas a corto plazo se genera permitiendo que varíe la cantidad de capital. La curva envolvente a largo plazo (CT), debe obedecer tanto la Ecuación (36) como la estipulación de que para obtener cualquier nivel de producción q, debe elegirse el valor del capital que minimice el costo total; es decir, debe elegirse la cantidad de capital de tal manera que, cualquiera que sea el nivel de producción q,

$$\frac{\partial CTC(q,K)}{\partial K} = 0 \qquad (37)$$

Resolviendo conjuntamente las Ecuaciones 36 y 37 para eliminar K, es posible obtener la curva de costo total a largo plazo. Esta solución será, de hecho, idéntica a la que se obtiene minimizando directamente los costos totales, como se ha efectuado anteriormente. Las relaciones mostradas en la Figura Nº11, pueden utilizarse para indicar las conexiones geométricas entre las curvas de costo medio y marginal a corto y largo plazo. Éstas se representan en la Figura Nº12.

Figura Nº 12: Curvas de Costo Medio y Marginal a Largo Plazo



Los costos medios a corto y largo plazo, son iguales en el nivel de producción para el que es adecuada la cantidad de capital (fija). Por ejemplo, en q_1, $CMeC\ (K_1) = CMe$, dado que se utiliza K_1 para producir q_1 con un costo mínimo. Cuando se aleja de q_1, los costos medios a corto plazo son superiores a los costos medios a largo plazo, debido a que la curva de costo total a largo plazo minimiza los costos. Por ejemplo, en el gráfico de la Figura Nº12 (a),

mientras que el costo medio a largo plazo continúa siendo CMe, un aumento de la producción de q_1 a q_1^*, eleva algo el costo medio de CMe a C_1. Este resultado se debe a los rendimientos decrecientes que se producen a corto plazo (debido a que la cantidad de capital es fija), pero no a largo plazo. Los costos marginales a corto y largo plazo también son iguales en los niveles de producción en los que es adecuada la cantidad fija de capital a corto plazo. Pero en los niveles de producción más altos, los costos marginales a corto plazo aumentan rápidamente. Por ejemplo, en el nivel de producción q_1^* de la Figura Nº12 (a), los costos marginales a corto plazo de C_2 son muy superiores al costo marginal a largo plazo constante, CMg.

La Figura Nº12 (b), muestra los costos medios y marginales para una función de forma cúbica. Como siempre ocurre con las curvas de costo medio y marginal, en el largo plazo la curva CMg pasa por el punto mínimo de la curva CMe a un nivel de producción q_1. A este nivel de producción (q_1), la curva $CMeC\ (K_1)$ es tangente a la curva CMe en el punto mínimo de ambas. En los niveles de producción diferentes de q_1, la curva CMe es mucho más plana que la $CMeC\ (K_1)$, debido a que las empresas tienen más flexibilidad a largo plazo.

Los costos a corto plazo aumentan rápidamente porque la cantidad de capital es fija. A largo plazo, esos factores no están fijos y las productividades marginales no comienzan a ser decrecientes de una manera tan brusca. Por último, como la curva $CMeC\ (K_1)$ alcanza su punto mínimo en q_1, la curva de costo marginal a corto plazo [$CMgC\ (K_1)$] también pasa por este punto. El punto mínimo de la curva CMe reúne los cuatro costos unitarios más importantes analizados, cumpliéndose que:

$$CMe = CMg = CMeC\ (K_1) = CMgC\ (K_1) \qquad (38)$$

Por esta razón, el nivel de producción q_1 es un importante punto de equilibrio para una empresa competitiva a largo plazo. Analizando lo visto a través de la función de producción de hamburguesas. Suponga que el número de parrillas es fijo e igual a K_1 a corto plazo. Ahora la función de producción Cobb – Douglas a corto plazo es:

$$q = 10K_1^{1/2}L^{1/2} \qquad (39)$$

De donde se desprende:

$$L = \frac{q^2}{100K_1} \qquad (40)$$

Por lo tanto, el costo total a corto plazo es:

$$CTC = vK_1 + wL = vK_1 + w\frac{q^2}{100K_1} \qquad (41)$$

Como el factor K está fijo en K_1, para calcular los costos totales se necesita conocer w y v, para lo cual se supondrá que $w=v=\$4$. El Cuadro Nº 1, muestra la relación entre los costos totales a corto plazo y la producción, considerando tres niveles fijos de capital: 2, 4 y 6 parrillas. Obsérvese que los costos totales a corto plazo son positivos incluso cuando $q=0$ (ya que deben pagarse los costos fijos de capital).

Cuadro Nº 1: Resumen de Costos Totales a Corto y Largo Plazo

Producción	$CTC(K=2)$	$CTC(K=4)$	$CTC(K=6)$	CT
0	8,00	16,00	24,00	0,00
10	10,00	17,00	24,67	8,00
20	16,00	20,00	26,67	16,00
30	26,00	25,00	30,00	24,00
40	40,00	32,00	34,67	32,00
50	58,00	41,00	40,67	40,00
60	80,00	52,00	48,00	48,00
70	106,00	65,00	56,67	56,00
80	136,00	80,00	66,67	64,00
90	170,00	97,00	78,00	72,00
100	208,00	116,00	90,67	80,00

La curva de costo total a largo plazo (CT) de la empresa, se obtiene utilizando el procedimiento de la envolvente, utilizando para ello la Ecuación (41) considerando el factor K variable, y suponiendo que $w=v=\$4$,

$$CT = 4K + \frac{4q^2}{100K} \qquad (42)$$

Diferenciando con respecto a K (que ahora es variable):

$$\frac{\partial CT}{\partial K} = 4 - \frac{4q^2}{100K^2} \qquad (43)$$

Igualando esta derivada a cero (ya que se desea minimizar el CT con respecto a K, en cada nivel de producción),

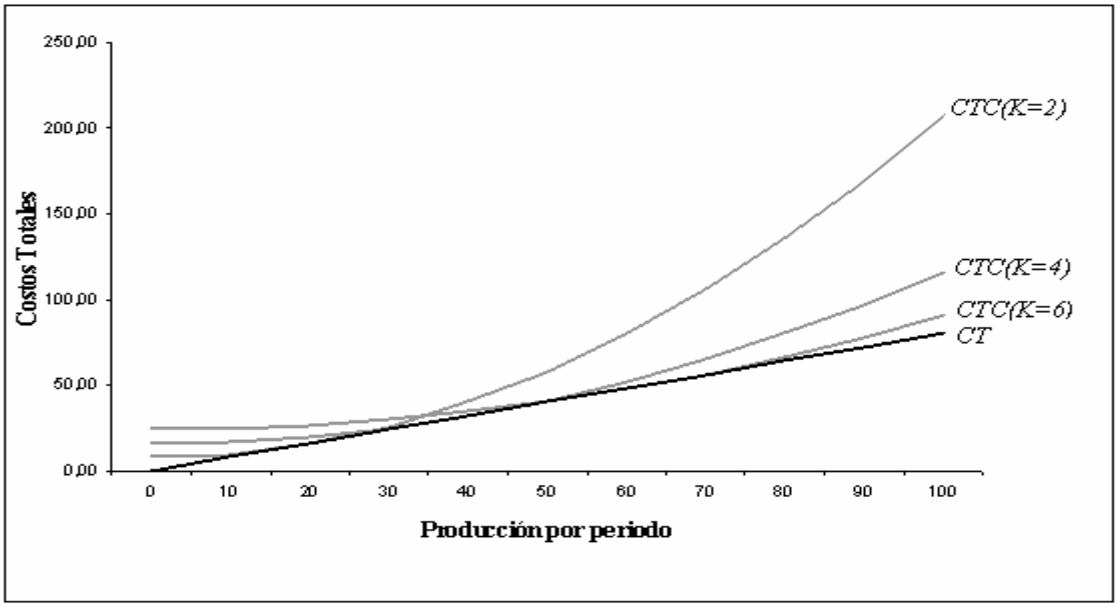
$$4 = \frac{4q^2}{100K^2} \quad \text{de donde,} \quad K = \frac{q}{10} \qquad (44)$$

Se introduce la solución óptima de K en la función de costo total (Ecuación (42)), con lo que se obtiene:

$$CT = 0{,}4q + 0{,}4q = 0{,}8q \qquad (45)$$

La ecuación anterior, se utiliza para obtener la columna de CT mostrada en el Cuadro Nº 1. Obsérvese que cuando $q=0$, los costos totales a largo plazo son nulos. Los costos de capital que son inevitables a corto plazo, pueden evitarse a largo plazo si la hamburguesería deja de alquilar parrillas. La Figura Nº 13 grafica estas curvas, las que son similares a las mostradas en la Figura Nº 11.

Figura Nº 13: Curvas de Costos a Corto y Largo Plazo para una Función con Forma $q = 10 K^{1/2} L^{1/2}$



Realice ejercicios N° 1 al 5

CLASE 04

2. EL OBJETIVO DE LA EMPRESA

Hasta el momento se han estudiado tópicos referentes a la producción, sin embargo, no se ha abordado la motivación del productor o empresario, ¿qué lo lleva o motiva a producir?

Cuando se estudia la teoría del consumidor se asume (o supone) que éste busca maximizar la utilidad o satisfacción proveniente de sus acciones de consumo de bienes, en

forma análoga, el productor busca también con sus acciones productivas maximizar su utilidad.

Pero, ¿cuál es la utilidad que maximiza el productor? La utilidad del productor se relaciona con la riqueza neta, correspondiendo ésta al remanente que queda después de cancelar todos los gastos, tanto fijos como variables. Detrás de esta afirmación, se esconde el supuesto de que el productor buscará ser lo más eficiente posible, ya que ello tendrá un impacto inmediato sobre su fortuna personal.

La justificación de esta suposición, se encuentra en el hecho de que para obtener los recursos necesarios para producir, las empresas deben obtener financiamiento, por lo que entran en el juego los inversionistas. Ellos son indiferentes respecto a la manera detallada como las empresas utilizan el dinero que ellos proveen, ya que se interesan principalmente en las ganancias que pueden obtener por ese dinero y en el riesgo de obtener rendimientos muy bajos, o de simplemente perder el dinero invertido.

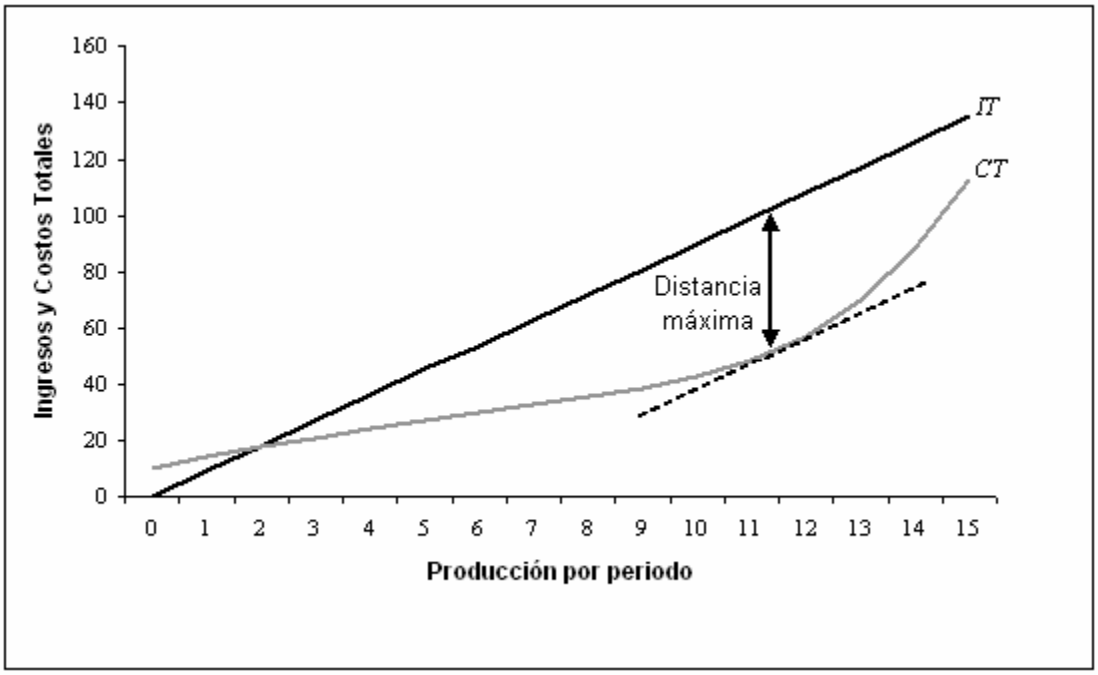
Considerando este comportamiento por parte de los inversionistas, se puede suponer que las empresas que estén en capacidad de brindar altos rendimientos y menores riesgos tendrán, por lo tanto, ventaja para obtener el financiamiento necesario para mantener o aumentar su producción. Con el tiempo se podría esperar que la principal norma de comportamiento de las empresas para su supervivencia sea la maximización de utilidades[9]

2.1 La Maximización de Ganancias

Bajo el supuesto de que el objetivo de la empresa es la maximización de ganancias, entendiendo como ganancias la diferencia entre ingreso total (IT) y costo total (CT), se dirá entonces, que la empresa buscará producir a aquel nivel en que esta diferencia sea máxima, como se muestra en la Figura Nº14.

[9] Este racionamiento se aplica solamente a aquellas organizaciones con fines de lucro, ya que, las organizaciones de caridad o con autofinanciamiento, se enfrentan a otras restricciones de sus actividades y tratan de maximizar otras metas.

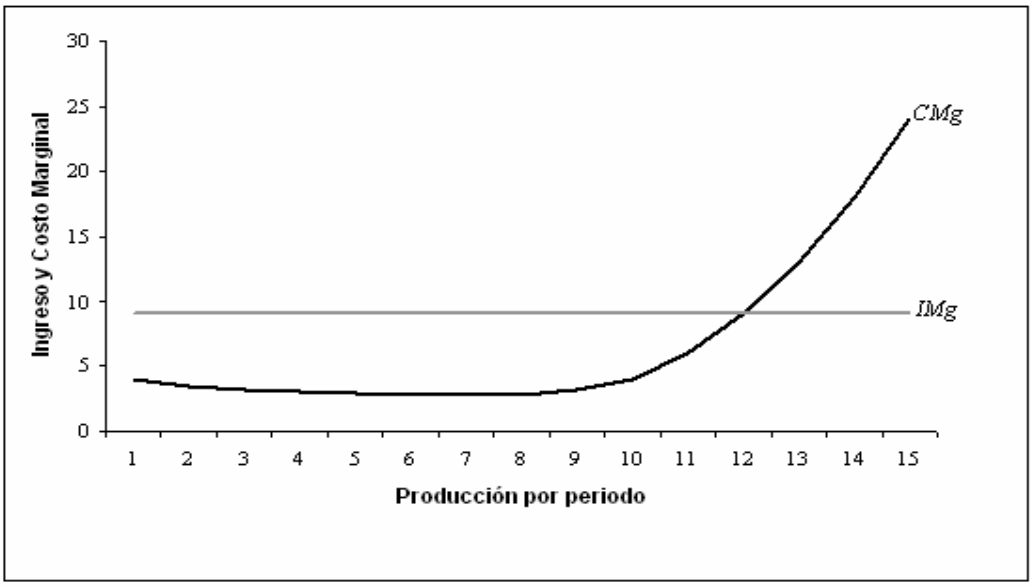
Figura Nº 14: Enfoque Ingreso Total – Costo Total



Como se puede apreciar en la grafica, la diferencia máxima entre ingreso total y costo total, se realiza a un nivel de producción entre 11 y 12 unidades, esto significa que antes de este nivel de producción, la empresa puede incrementar sus ganancias produciendo una unidad más, ya que el crecimiento de los costos totales es menor al crecimiento del ingreso total, sin embargo en el punto en que se produce la maximización de ganancias, la pendiente del costo total (línea punteada tangente a la curva de CT) se iguala a la pendiente del ingreso total. A partir de este nivel de producción, la pendiente del costo total aumenta más aprisa de lo que lo hace la pendiente de la curva de ingreso total, lo que significa que las unidades extras de producción tienen un costo superior al ingreso que se percibe por esa misma unidad, reduciendo por ende las ganancias acumuladas, ya que la venta de esa unidad extra aportaría una pérdida.

Lo anterior se puede entender en forma más fácil, a través del análisis marginalista del ingreso total y costo total. La Figura Nº 15 muestra esta relación.

Figura Nº 15: Enfoque Ingreso Marginal – Costo Marginal



El ingreso Total (IT) se define como el ingreso percibido por el productor y se representa matemáticamente como:

$$IT = P \cdot q \qquad (46)$$

Donde P representa el precio del bien y q la cantidad producida (y vendida) del bien. La derivada parcial del IT, indica el aporte en términos de ingreso que se recibe por la venta de una unidad del bien,

$$IMg = \frac{\partial IT}{\partial q} = P \cdot \frac{\partial q}{\partial q} + \frac{\partial P}{\partial q} \cdot q = P + \frac{\partial P}{\partial q} \cdot q \qquad (47)$$

Antes de continuar, hay que destacar que a partir de esta ecuación, se puede relacionar el ingreso marginal con la elasticidad precio de la demanda. Para ello se debe considerar la definición de la Ecuación (47), y hay que multiplicar el segundo factor por P/P (arreglo algebraico de multiplicación por uno, de manera de no afectar la Ecuación original), obteniendo:

$$\begin{aligned} IMg &= P \cdot \frac{P}{P} + \frac{\partial P}{\partial q} \cdot \frac{q}{P} \cdot P \\ &= P + \frac{\partial P}{\partial q} \cdot \frac{q}{P} \cdot P \end{aligned} \qquad (48)$$

Nótese que $[(\partial P/\partial q)\cdot(q/P)]$ es equivalente a la inversa de la elasticidad precio de la demanda ($1/e_{q,P}$), por lo tanto, se dirá que el ingreso marginal es equivalente a:

$$IMg = P \cdot \left(1 + \frac{1}{e_{q,P}}\right) \qquad (49)$$

Volviendo al asunto inicial, se dirá que en una situación de mercado de competencia perfecta[10] los productores u oferentes se transforman en precio aceptantes, por lo que el precio de cada unidad será constante, lo que permite deducir a partir de la Ecuación (47) que el $IMg=P$, es decir, el aporte de cada unidad extra vendida es constante a medida que aumenta el nivel de producción Como la idea es maximizar la utilidad, se debe considerar además del ingreso marginal, el costo marginal (CMg), que como ya se sabe, corresponde al costo de producir una unidad extra. El nivel de producción que maximiza las utilidades se encontrara entonces en el punto en que:

$$IMg = CMg \qquad (50)$$

Ya que, de esa manera se esta igualando el costo de producir una unidad extra al ingreso que se percibe por esa unidad extra producida, es decir, se determina el nivel en que la utilidad marginal de producir es cero.

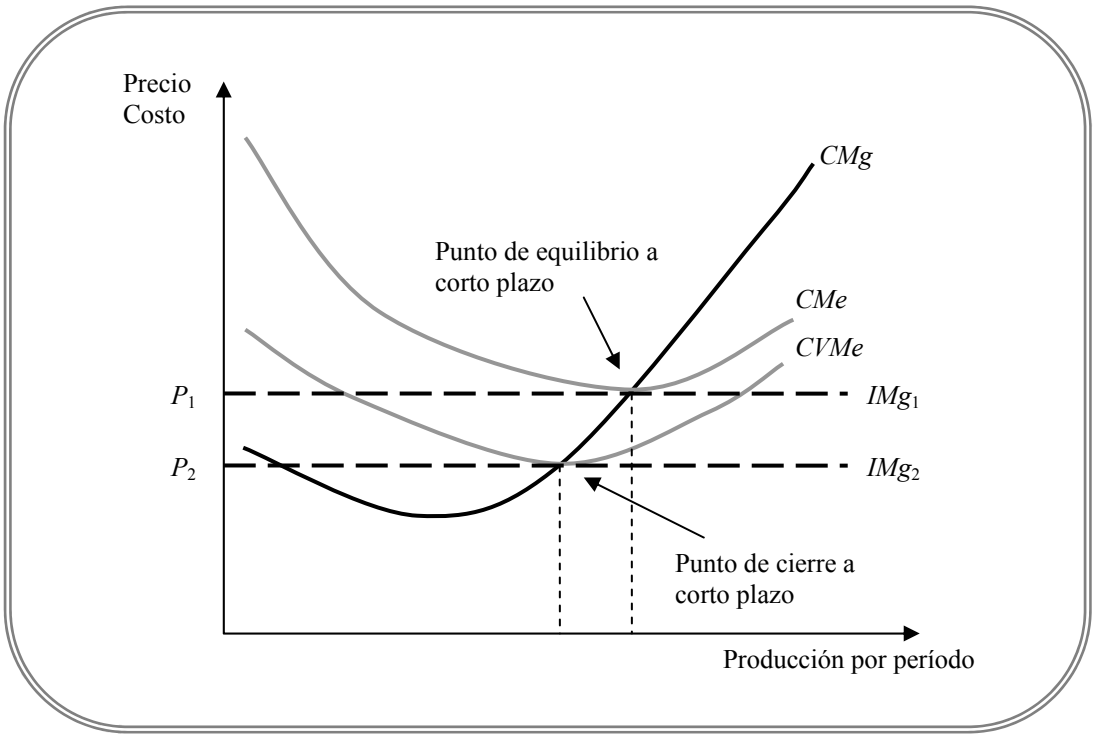
La explicación de por qué esta condición es el óptimo en una situación de maximización de ganancias, radica en que antes de ese punto $IMg > Cmg$, lo que implica que se puede producir una unidad más, la que al venderla redituará una utilidad marginal positiva, es decir, con la venta de una unidad extra es posible aumentar más la utilidad total, sin embargo, por sobre ese punto el $CMg > IMg$, lo que significa que el costo de producir una unidad extra es mayor al ingreso que se obtiene por la venta de esa misma unidad, lo que implica que el aporte a la utilidad total es negativo reduciendo los beneficios, aún cuando esté aumentando el ingreso total.

[10] Una situación de competencia perfecta se caracteriza por estar conformado por un gran número de vendedores que ofrecen un bien homogéneo, así como por un gran número de compradores para dicho bien, lo que permite que ninguno de los agentes económicos, actuando en forma individual, ejerza influencia alguna sobre los precios de mercado.

2.2 Precios de Equilibrio y de Cierre en el Corto Plazo

Para poder comprender los precios de equilibrio y cierre en el corto plazo, se utilizará como apoyo la Figura Nº 16.

Figura Nº 16: Precios de Equilibrio y de Cierre en el Corto Plazo



Como se puede observar, se presentan las curvas de costo marginal (CMg), costo medio (CMe) y costo variable medio ($CVMe$). Como se supone una situación de competencia perfecta, la empresa es precio aceptante, por lo cual el ingreso marginal será igual al precio en el corto plazo.

Para cualquier precio por encima de P_1, la empresa encontrará que cada unidad que vende alcanza un precio que es superior al costo total medio y, por lo tanto, genera ganancias económicas positivas. Sin embargo al precio P_1, la línea de precios es apenas tangente al punto mínimo de la curva de costo total medio y la empresa encontrará que no existe diferencia entre el precio por unidad y el costo total medio. Este punto es donde se intersecta el ingreso marginal (P_1) con la curva de costo marginal, y además el costo marginal intersecta la curva de costo medio en su punto mínimo. A este punto se le denomina *punto de equilibrio* a corto plazo o punto de cero ganancias, y el precio corresponde al *precio de equilibrio* a corto plazo.

¿Si el precio cae por debajo de P_1, se cierra la empresa de inmediato? No necesariamente. Si la empresa enfrenta un precio inferior a P_1 no cubre los costos totales medios, sin embargo, un precio superior a P_2 que cubra los costos variables medios le permite a la empresa continuar en funcionamiento. Si la empresa en estas circunstancias decidiera cerrar, perdería totalmente sus ingresos y no tendría que pagar más sus costos variables, sin embargo, aún necesita cubrir sus costos fijos o inevitables. Para una empresa que cumpla con que $CMe > Img > CVMe,$ está más que cubriendo sus costos variables de operación, pudiendo minimizar las pérdidas que está experimentando debido a la presencia de los costos fijos. En la Figura Nº 16 se puede apreciar que el punto de intersección del precio (P_2) con la curva de costo marginal, es el punto en que corta el costo marginal la curva de costo medio variable en su punto mínimo. A este punto se le llama *punto de cierre* a corto plazo, y al precio P_2, *precio de cierre* a corto plazo.

Es importante hacer notar que aun si el precio de mercado cae por debajo del precio de cierre, la empresa puede cerrar temporalmente. El punto de cierre de la empresa se define solamente en un momento en el tiempo. La empresa puede desear esperar un cambio en la industria y detener la producción actual para comenzar de nuevo, siempre y cuando el precio de mercado se incremente. Si se tiene en cuenta esta consideración, los costos variables medios deberían incluir los costos de oportunidad de cerrar la empresa y luego comenzar la producción nuevamente.

CLASE 05

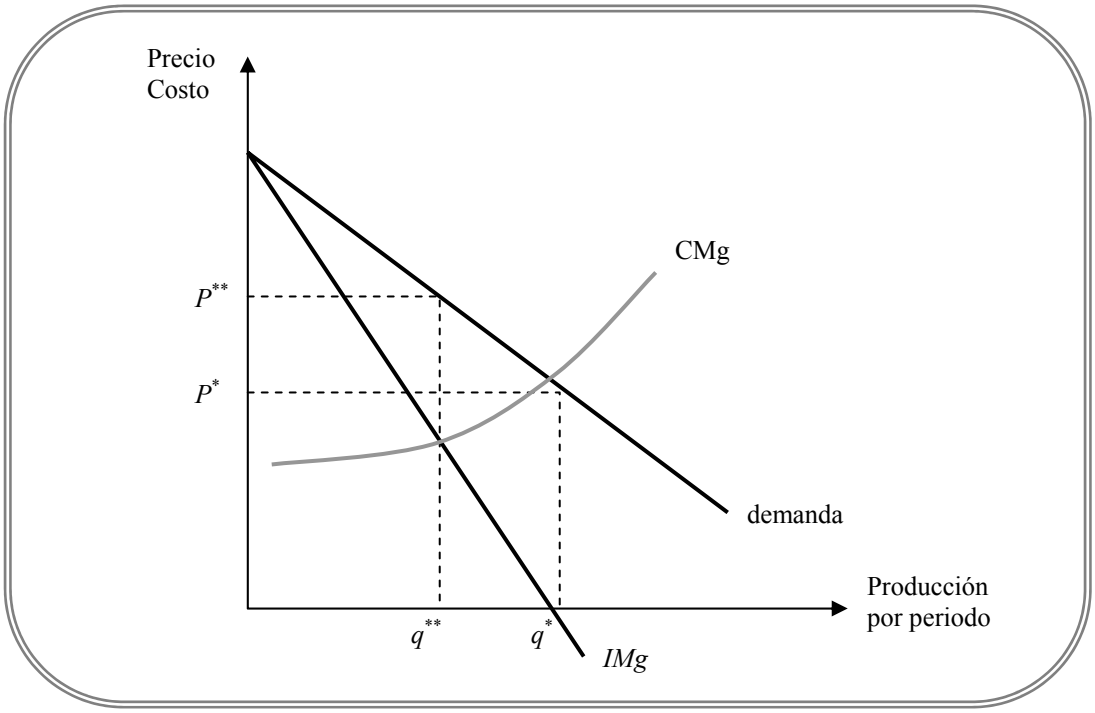
2.3 Otros Objetivos Distintos a la Maximización de Ganancias

Hasta el momento, se ha supuesto que el objetivo que buscan las empresas es la maximización de ganancias, y aún cuando éste es el supuesto generalmente más aceptado sobre el comportamiento de los productores, no se puede desconocer que éstos pueden tomar decisiones que no parecen maximizar los beneficios a corto plazo.

La alternativa más habitual a la maximización de ganancias, es el *supuesto de maximización de los ingresos* (que implica maximizar las ventas). Cuando las empresas no están seguras de cuál es la curva de demanda a la que se enfrentan realmente o cuando no tienen una idea muy fiable de los costos marginales de su producción, lo que puede ocurrir sobre todo en las empresas que fabrican muchos productos, la decisión de tratar de maximizar las ventas puede ser una regla práctica razonable para sobrevivir a largo plazo. De hecho, algunas empresas consultoras insisten a sus clientes sobre la importancia de maximizar su “cuota de mercado” para protegerse de los caprichos del mercado.

Una empresa estrictamente maximizadora de los ingresos decidirá producir la cantidad con la que el ingreso marginal es cero, es decir, hasta el punto en el que la venta de más unidades provoque una reducción de los ingresos totales. La Figura Nº 17 grafica esta decisión.

Figura Nº 17: La Maximización de los Ingresos



En el caso de la empresa cuya curva de demanda es como la mostrada en la Figura Nº17, es posible obtener los máximos ingresos produciendo la cantidad q^* (IMg=0). Cuando $q < q^*$, el IMg es positivo, por lo que la venta de más unidades eleva los ingresos totales (aunque posiblemente no los beneficios). Sin embargo, cuando $q > q^*$, el IMg es negativo, por lo que las ventas adicionales reducen, en realidad, los ingresos totales, debido a las reducciones del precio necesarias para conseguir que los demandantes compren el bien. Se sabe que,

$$IMg = P\left(1 + \frac{1}{e_{q,P}}\right) \qquad (51)$$

Por lo tanto, *si* $IMg = 0$, entonces la $e_{q,P} = -1$, es decir, la demanda será de elasticidad unitaria en q^*. Esta decisión maximizadora de los ingresos podría contrastarse con el nivel de producción que elegiría una empresa maximizadora de los beneficios: q^{**}, nivel en el que el IMg=CMg. La producción de una cantidad superior a q^{**} reduciría los beneficios, ya que $IMg < CMg$. Aún cuando los ingresos continúen aumentando hasta q^{**}, las unidades de producción superiores a q^{**} aportan menos de lo que cuesta producirlas. Dado que IMg es positivo en q^{**}, la Ecuación (51) muestra que la demanda debe ser elástica ($e_{q,P} < -1$) en este punto.

Dado que ninguna empresa puede sobrevivir indefinidamente con unos beneficios sumamente bajos, quizá sea más realista suponer que las actividades de las empresas

deben ser mínimamente rentables, es decir, aunque la empresas se vean tentadas a producir una cantidad superior a q^{**}, puede que no lleguen a producir q^{*} debido a la necesidad de asegurarse un nivel aceptable de rentabilidad. Por lo tanto, se comportarán como maximizadoras de los ingresos sujetas a restricciones y optarán por un nivel de producción situado entre q^{**} y q^{*}.

Suponga que una empresa produce con $CMe = CMg = \$4$, y que la demanda que enfrenta viene dada por:

$$Q = 100 - 10P \qquad (52)$$

Por lo tanto, el ingreso total será:

$$IT = Pq = 10q - q^2/10 \qquad (53)$$

Para calcular el ingreso marginal, se debe derivar con respecto a la cantidad, de la forma siguiente:

$$IMg = \frac{dIT}{dq} = 10 - \frac{q}{5} \qquad (54)$$

Los ingresos totales se maximizan cuando $IMg = 0$, es decir, cuando $q = 50$. La Ecuación (53) muestra que con una producción de 50 unidades a la semana, el ingreso total será de $250. Dado que cada una cuesta 4$, la empresa obtendrá unos beneficios semanales de $50 (=$250 - 50*$4). Si deseara maximizar los beneficios, debería producir en el punto en el que el ingreso marginal fuera igual al costo marginal:

$$IMg = 10 - q/5 = CMg = 4 \qquad (55)$$

De donde $q=30$. Aunque este nivel de producción genera menos ingresos totales ($210), los beneficios totales semanales son casi el doble de altos ($90=$210 – 30*$4) que los correspondientes a la decisión maximizadora de los ingresos.

Si el objetivo de la empresa fuera obtener como mínimo unos beneficios situados entre $50 y $90, tomaría una decisión intermedia. Suponga, por ejemplo, que los propietarios de la empresa exigieran que su inversión en moldes para producir losetas generara unos beneficios mínimos de 80$ semanales. En ese caso, la empresa podría tratar de maximizar los ingresos totales sujeta a la siguiente restricción:

$$\pi = IT - CT = 10q - q^2/10 - 4q = 80 \qquad (56)$$

Reordenando algo los términos de esta restricción, se tiene que:

$$q^2 - 60q + 800 = 0$$

O sea,

$$(q-40)(q-20)=0$$

Es evidente que la solución $q = 40$, es la que genera los mayores ingresos ($240) si se tiene que elegir un nivel de producción situado entre 20 y 40 unidades, que es el intervalo en el que se obtienen unos beneficios semanales de $80 como mínimo. Aunque se podría explorar otras sencillas alternativas a la maxímización de los beneficios, el estudio real de la conducta de la empresa ha tomado un rumbo diferente y pone el énfasis, por el contrario, en la compleja naturaleza de las relaciones entre las personas implicadas.

2.3.1 Las Organizaciones Sin Fines de Lucro

Las fundaciones filantrópicas, la mayoría de los hospitales, gran parte de las escuelas y las cooperativas agrícolas actúan sin fines de lucro. Dado que éstas no tratan de obtener los máximos beneficios, se necesita suponer que persiguen algún otro objetivo. Una posibilidad, es que tomen las decisiones que reportan la máxima utilidad a sus propietarios o directivos. Por ejemplo, los hospitales pueden tratar de proporcionar la máxima utilidad a los médicos que los gestionan o las universidades pueden tratar de mejorar el bienestar de su profesorado.

Suponga, por ejemplo, que una organización sin fines de lucro, produce un bien que puede clasificarse en función de dos dimensiones: la cantidad (q) y la calidad (s). Los directivos de esta organización obtienen utilidad de estos productos de acuerdo con la función $U(q,s)$, donde ambos argumentos tienen utilidades marginales positivas, pero decrecientes. En el caso del hospital, q podría representar los pacientes y s la cantidad de equipo de alta tecnología utilizado, mientras que en el caso de las universidades q podrían ser los estudiantes y s el gasto en programas educativos innovadores.

La restricción presupuestaria de la empresa sin fines de lucro depende del precio que estén dispuestos a pagar los consumidores por su producto, precio que a su vez dependerá de la cantidad comprada y de la calidad del producto, $P=P(q, s)$. Probablemente, $P_q<0$, $P_s>0$. Los costos totales de producir q y s vienen dados por la función $CT(q, s)$, $CT_q>0$, $CT_s>0$. Por lo tanto, la restricción presupuestaria correspondiente a un beneficio nulo puede expresarse de la forma siguiente:

$$P(q,s)\cdot q - CT(q,s) = 0 \qquad (57)$$

Formulando el lagrangiano correspondiente a este problema de maximización de la utilidad sujeta a restricciones, se tiene que:

$$L = U(q,s) + \lambda[P(q,s)\cdot q - CT(q,s)] \qquad (58)$$

Y las condiciones de primer orden para alcanzar un máximo son:

$$\frac{\partial L}{\partial q} = U'_q + \lambda\left(IMg_q - CMg_q\right) = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial s} = U'_s + \lambda\left(IMg_s - CMg_s\right) = 0 \qquad (59)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p \cdot q - CT = 0$$

Que, tras despejar λ, proporciona la siguiente solución similar a la del consumidor:

$$\frac{U'_q}{U'_s} = \frac{CMg_q - IMg_q}{CMg_s - IMg_s} \qquad (60)$$

En condiciones de equilibrio, los administradores igualarán el cociente entre la utilidad marginal de q y la utilidad marginal de s y el cociente entre los costos marginales netos que tienen estos dos productos para la empresa. Si U'_q y U'_s, tienen ambos un valor positivo, eso implica que $CMg > IMg$ en el caso de los dos productos de las empresas. La empresa "dilapida" los beneficios que podría obtener aumentando la producción y produciendo de ambos productos una cantidad superior a la que maximiza los beneficios. O si $U'_q=0$ (los administradores no obtienen ninguna utilidad adicional produciendo más), la empresa maximizará los beneficios en la dimensión de la cantidad ($CMg_q=IMg_q$) y dilapidará los beneficios obtenidos aumentando la calidad. Los economistas de la salud han afirmado que esta conclusión podría caracterizar a algunos hospitales y escuelas que muestran un "sesgo" hacia la calidad en la elección de su nivel de producción.

Realice ejercicios N° 6 al 8

CLASE 06

3. MODELO DE EQUILIBRIO PARCIAL

En este apartado, se describirá el conocido modelo de determinación de los precios en condiciones competitivas desarrollado inicialmente por A. Marhsall, es decir, se analizará exhaustivamente, el mecanismo de la oferta y la demanda tal como se aplica a un único mercado. Éste es quizá el modelo más utilizado para estudiar la fijación del precio de los productos, por lo que su conocimiento en profundidad constituye una importante pieza de la caja de herramientas del economista.

En el análisis de la fijación competitiva de los precios, es importante decidir el plazo que tiene la oferta para responder a los cambios de condiciones de demanda. En economía la fijación de los precios se ha analizado tradicionalmente en tres periodos de tiempo diferente:

1) A *muy corto plazo.* La oferta no responde: la cantidad ofrecida está fija y no responde a las variaciones de la demanda.

2) A *corto plazo*. Las empresas existentes pueden alterar la cantidad que ofrecen, pero ninguna nueva empresa puede entrar en la industria.

3) A *largo plazo.* Pueden entrar nuevas empresas en la industria, por lo que las respuesta de la oferta es muy flexible.

A muy corto plazo la oferta no responde. Los bienes ya se encuentran "en" el mercado y deben venderse al precio que soporte éste. En esta situación, el precio no es más que un mecanismo cuya función es racionar la demanda. Se ajusta para vaciar el mercado de la cantidad que debe venderse durante el periodo. Aunque el precio de mercado puede servir de señal a los productores en los futuros periodos, no desempeña esa función en el periodo actual porque la producción está fija en este periodo.

3.1 Determinación de los Precios a Corto Plazo

En el análisis de corto plazo, el número de empresas de la industria es fijo, ya que se supone que las empresas no gozan de suficiente flexibilidad para entrar en ella o abandonarlas. Sin embargo, las que están en la industria son capaces de ajustar la cantidad que producen en respuesta a los cambios de las circunstancia, alterando para ello los niveles de empleo de los factores factibles de alterarse a corto plazo. Cabe mencionar que una industria perfectamente competitiva, es aquella que obedece los siguientes supuestos:

- Hay gran número de empresas, cada una de las cuales produce el mismo producto homogéneo.
- Cada empresa intenta maximizar los beneficios.
- Cada empresa es precio-aceptante: supone que sus actos no influyen en el precio de mercado.
- Se supone que todos participantes en el mercado conocen los precios: la información es perfecta.
- Las transacciones no tienen costos: los compradores y los vendedores no incurren en ningún costo cuando realizan intercambios

Para entender la determinación de los precios a corto plazo, se comenzará diciendo que la cantidad de producción ofrecida a todo el mercado a corto plazo, es simplemente la suma de las cantidades ofrecida por todas las empresas. Dado que cada una utiliza el mismo precio de mercado para averiguar cuánto debe producir, la cantidad total ofrecida al mercado

por todas las empresas dependen evidentemente del precio. Esta relación entre el precio y la cantidad ofrecida se denomina *curva de oferta del mercado a corto plazo.*

En términos generales, suponiendo que $q_i(P, v, w)$ representa la función de oferta a corto plazo de cada una de la n empresas que hay en la industria, se puede definir la función de oferta del mercado a corto plazo de la forma siguiente:

$$Q_S(P,v,w) = \sum_{i=1}^{n} q_i(P,v,w) \quad (61)$$

Observe que se supone que las empresas de la industria se enfrentan al mismo precio del mercado y a los mismos precios de los factores (aunque este último supuesto puede abandonarse fácilmente). La *curva de oferta del mercado a corto plazo* muestra la relación bidimensional entre Q y P, manteniendo constantes v y w (y la tecnología subyacente de cada empresa). La notación muestra que si v, w o la tecnología variaran, la curva de oferta se desplazaría a una nueva posición.

3.1.1 La Elasticidad de la Oferta a Corto Plazo

La *elasticidad de la oferta a corto plazo* muestra cómo responde la producción total a las variaciones proporcionales del precio de mercado, y se define de la forma siguiente:

$$e_{S,P} = \frac{variación\ porcentual\ de\ la\ Q\ ofrecida}{variación\ porcentual\ de\ P} = \frac{\partial Q_S}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_S} \quad (62)$$

Dado que la cantidad ofrecida es una función creciente del precio ($\partial Q_S / \partial P > 0$), la elasticidad de la oferta es positiva. Cuando el valor de $e_{S,P}$ es alto, quiere decir que una pequeña subida del precio de mercado provoca una respuesta relativamente grande de la oferta de las empresas, ya que los costos marginales no aumentan vertiginosamente y los efectos producido por la interrelación de los precios de factores son pequeños. Cuando el valor de $e_{S,P}$ es bajo, quiere decir que es necesario que el precio experimente variaciones relativamente grandes para inducir a las empresas a alterar sus niveles de producción, ya que los costos marginales aumentan rápidamente. Obsérvese que, al igual que ocurre con todo los conceptos de elasticidad, para calcular $e_{S,P,}$ es necesario que los precios de los factores y la tecnología se mantengan constantes.

Suponga que la función de costo a corto plazo de una empresa de hamburguesas, tiene la forma siguiente:

$$CTC = 4v + \frac{wq^2}{400}$$

Por lo tanto, para obtener la curva de oferta a corto plazo de la empresa, se debe igualar el precio (P) al costo marginal de corto plazo ($CMgC$):

$$P = CMgC = \frac{2wq}{400} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{200P}{w}$$

En el caso que $w = \$4$, se obtiene una sencilla función de oferta lineal cuya forma es: $q = 50P$. Suponga ahora que en una ciudad hay 100 empresas de hamburguesas idénticas y la producción por hora de cada empresa se encuentra representada del siguiente modo: q_i ($i = 1,\ldots,100$). La función de oferta de cada empresa será:

$$q_i = 50P \quad (i = 1,\ldots,100)$$

Bajo el supuesto de que cada una de las empresas vende su producción al mismo precio, debido a la "ley de un sólo precio" de los mercados competitivos. La función de oferta del mercado viene dada por:

$$Q_S = \sum_{i=1}^{100} q_i = 100 \cdot (50P) = 5.000P$$

Donde Q_S es la cantidad total ofrecida en el mercado (en función del precio de mercado, P) Obsérvese que si el salario subiera a $w=\$5$, la función de oferta de cada una de las empresas vendría dada por $q_i=40P$ y la función de oferta del mercado por $Q_S=4.000P$. Ahora se ofrecerían menos hamburguesas a cada uno de los precios: la subida de los salarios, ha desplazado la curva de oferta en sentido ascendente. Una sencilla manera de calcular la elasticidad de la oferta a corto plazo, en el caso en el que $w=4$ es

$$e_{S,P} = \frac{\partial Q_S}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_S} = 5.000 \cdot \frac{P}{Q_S} = \frac{5.000P}{5.000P} = 1$$

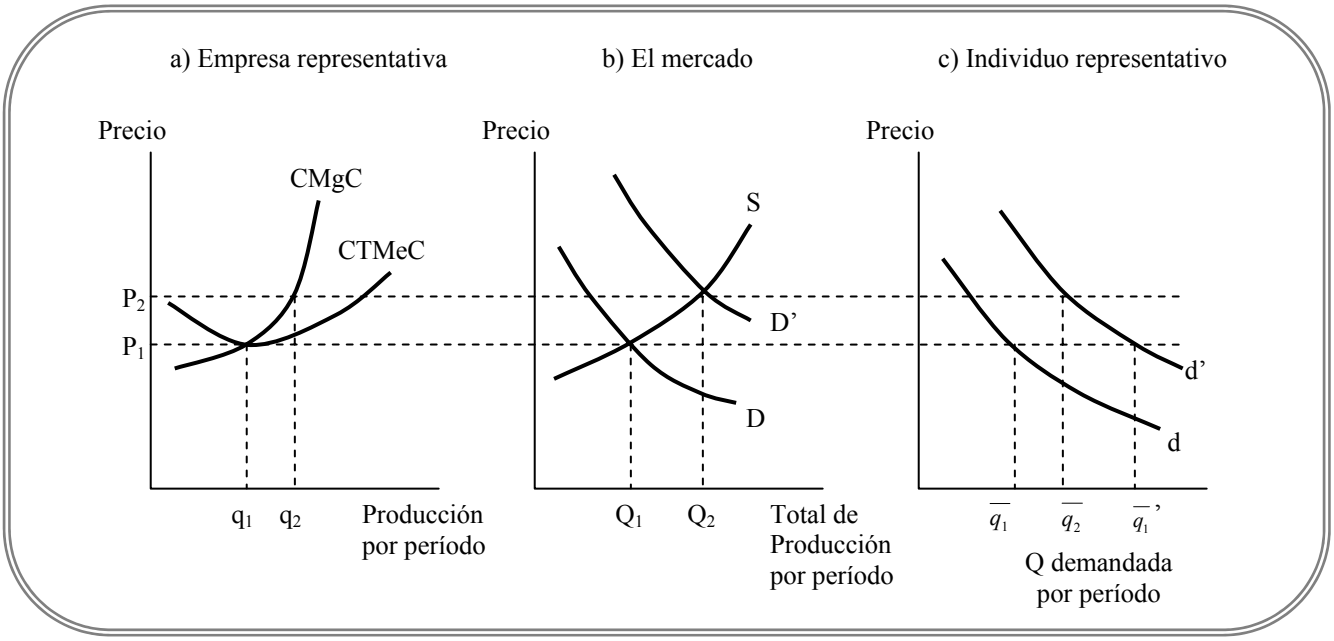
La curva de oferta a corto plazo es de elasticidad unitaria (como también podría haberse calculado observando el exponente unitario del precio en la función de oferta). Cuando $P=\$1$, $Q_S=5.000$, mientras que cuando $P=\$1,10$, $Q_S=5.500$: una subida del precio del 10% provoca, pues, un aumento de la cantidad ofrecida del 10%.

3.1.2 Determinación del Precio de Equilibrio

La Figura Nº18 muestra este proceso. Observando primero la Figura Nº18 (b), se puede observar la curva de demanda del mercado *D* (por el momento prescinda de *D*`) y la curva de oferta a corto plazo *S*. Las dos curvas se cortan al precio P_1 y la cantidad Q_1. Esta combinación de precio y cantidad representa un *equilibrio* entre las demandas de los individuos y los costos de las empresas. El precio de equilibrio P_1 cumple dos importantes funciones. En primer lugar, constituye una señal para los productores al suministrarles

información con la que decidir cuánto deben producir (las empresas producirán la cantidad que iguale $CMgC = P_1$). La segunda función del precio es racionar la demanda: dado el precio de mercado P_1, las personas maximizadoras de la utilidad decidirán qué parte de su renta limitada van a dedicar a la compra del bien (al precio P_1, la cantidad total demandada será Q_1 y esa es precisamente la cantidad que se producirá).

Figura Nº 18: Determinación del Precio de Mercado a Corto Plazo



El *precio de equilibrio,* se define como aquel precio con que la cantidad demandada es igual a la ofrecida. A ese precio, ni los demandantes ni los oferentes tienen incentivos para alterar sus decisiones económicas. En términos matemáticos, el precio de equilibrio, P^*, es la solución de la ecuación:

$$Q_D(P^*, P', I) = Q_S(P^*, v, w)$$

O de forma más sucinta, (63)

$$Q_D(P^*) = Q_S(P^*)$$

La definición de la Ecuación (63) muestra claramente que el precio de equilibrio depende de valores de muchos factores exógenos, como las rentas o los precios de otros bienes y de los factores de las empresas. Como se verá en el siguiente apartado, las variaciones de cualquiera de estos factores probablemente provocarán una variación del precio de equilibrio necesario para igualar la cantidad ofrecida y la demandada. En las figuras 18.a y 18.c se muestran las implicaciones del precio de equilibrio (P_1) para una empresa y una persona representativa, respectivamente.

Veamos el equilibrio en el corto plazo a través de un ejemplo. Suponiendo que la demanda (Q_D) y oferta (Q_S) de mercado está definida por:

$$Q_D = 10.000 - 5.000P \qquad \text{y} \qquad Q_S = 5.000P$$

Para encontrar el precio de equilibrio (P^*), se debe igualar la demanda y la oferta de mercado, de la siguiente forma:

$$Q_D = Q_S$$
$$10.000 - 5.000P = 5.000P$$
$$P^* = 1$$

Por lo tanto, $Q_D = Q_S = 5.000$. Si la oferta variara a $Q_S = 4.000P$ el equilibrio se vería alterado, siendo el nuevo precio $P^* = 1{,}2$ y $Q^* = 6.000$.

3.2 Equilibrio Competitivo a Largo Plazo

En el largo plazo, una empresa puede adaptar todos sus factores a la situación del mercado, por lo tanto, una empresa maximizadora de beneficios y precio-aceptante producirá la cantidad en que el precio sea igual al costo marginal de largo plazo.

El modelo perfectamente competitivo supone que la entrada o salida de una industria no entraña ningún costo especial, por consiguiente, un mercado en el que los beneficios (económicos) sean positivos, atraerá a nuevas empresas, de la misma manera que los resultados negativos alejarán a las empresas. Lo anterior significa que en el largo plazo la oferta es variable, dependiendo del atractivo de la industria. El ingreso de nuevas empresas desplazará la curva de oferta en el corto plazo hacia fuera, provocando un descenso en el precio de mercado.

Para efectos prácticos, se supondrá que todas las empresas tienen las mismas curvas de costos. Como todas son idénticas, la posición de equilibrio a largo plazo exige que cada una obtenga unos beneficios económicos nulos. En términos gráficos, el precio de equilibrio a largo plazo debe encontrarse en el punto mínimo de la curva de costo total medio a largo plazo de cada empresa, ya que ése es el único punto en el que se cumplen las dos condiciones de equilibrio $P = CMg$ (necesaria para maximizar los beneficios) y $P = CMe$ (necesaria para obtener beneficios nulos).

En resumen, una industria perfectamente competitiva se encuentra en *equilibrio a largo plazo* si las empresas maximizadoras de los beneficios no tienen incentivos para entrar o salir de ella, lo cual ocurre cuando el número de empresas es tal que $P=CMg=CMe$ y cada una se encuentre en el punto mínimo de su curva de costo medio a largo plazo.

3.3 Excedente del Productor a Largo Plazo

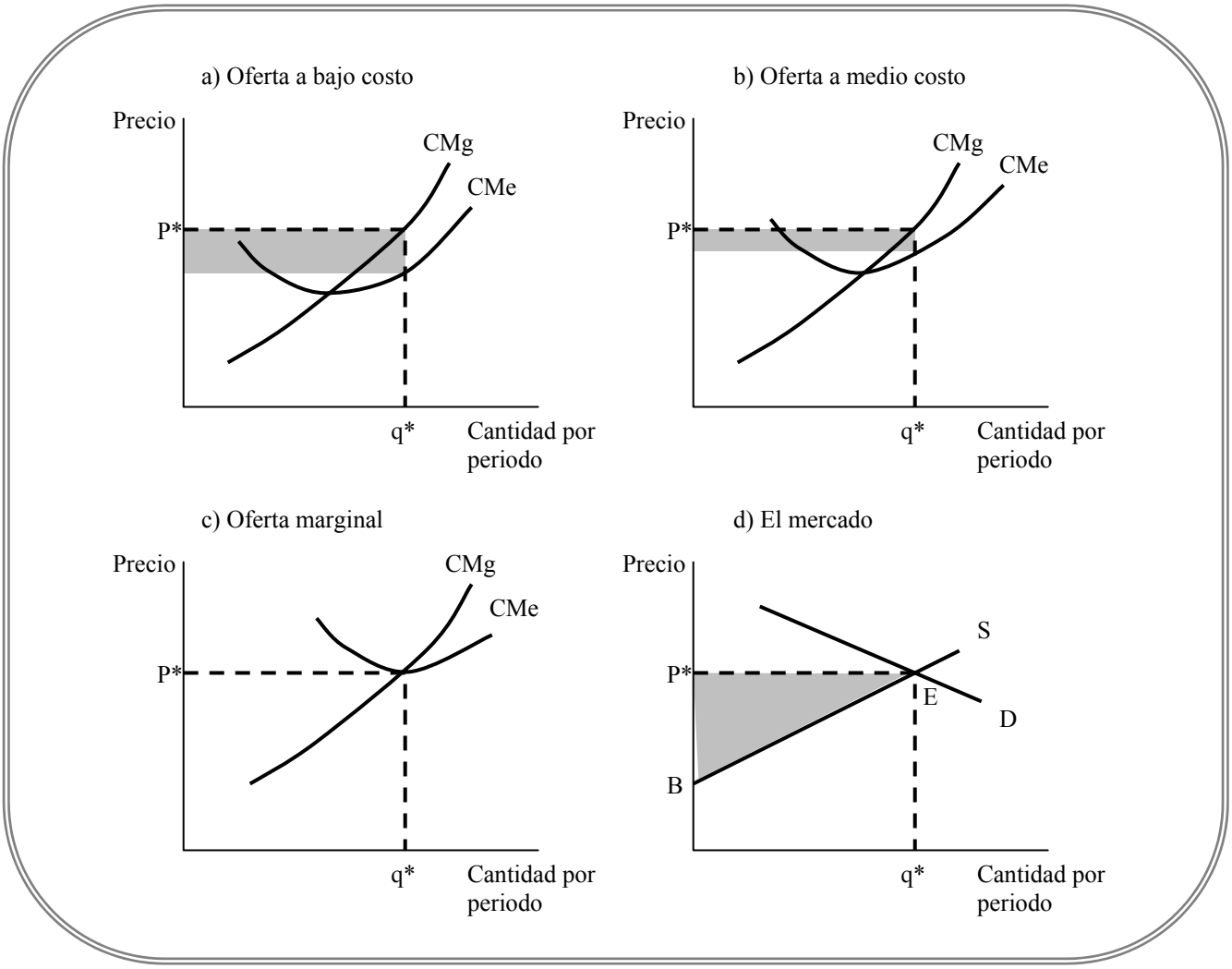
El excedente del productor representa la diferencia entre el rendimiento que obtienen los propietarios de una empresa y el que obtendrían si la producción fuera cero. A los propietarios de las empresas les da lo mismo el mercado en el que se encuentran, ya que podrían obtener los mismos rendimientos invirtiendo en otros. Sin embargo, a los proveedores de factores de las empresas puede no serles indiferente el nivel de producción de una determinada industria. Naturalmente, en el caso de los costos constantes, se supone que los precios de los factores son independientes del nivel de producción basándose en la idea de que los factores pueden ganar lo mismo en otras ocupaciones. Pero en el caso de los costos crecientes, la entrada presiona al alza sobre el precio de algunos factores y los proveedores de estos factores ven mejorar su bienestar. La consideración de estos efectos producidos en los precios lleva al concepto de excedente del productor a largo plazo.

El excedente del productor a largo plazo puede representarse gráficamente de la misma forma que el excedente del productor a corto plazo. Está representado por el área situada por encima de la curva de oferta a largo plazo y por debajo del precio de mercado de equilibrio. En el caso de costos constantes, la oferta a largo plazo es infinitamente elástica y esta área es igual a cero, lo que muestra que no hay ningún exceso de rendimientos. Sin embargo, en el caso de los costos crecientes, la oferta a largo plazo tiene pendiente positiva y los factores obtienen un exceso de rendimientos conforme aumenta la producción de la industria.

Una forma de mostrar el excedente del productor a largo plazo es analizando una situación descrita por D. Ricardo: Suponga que hay muchas parcelas de tierra en las que puede sembrarse un determinado cultivo. Unas tierras son muy fértiles (bajos costos de producción) y otras secas y áridas (altos costos de producción). La curva de oferta a largo plazo del cultivo (Q), se obtiene de la forma siguiente. Cuando los precios son bajos, sólo se aprovecha la tierra mejor. A medida que aumenta la producción, se utilizan tierras de mayor costo porque al subir los precios, es rentable utilizar esta tierra. La curva de oferta a largo plazo tiene pendiente positiva debido a los costos crecientes que entraña la utilización de tierra menos fértil.

La Figura Nº 19 muestra el equilibrio del mercado en esta situación. Al precio de equilibrio P^*, los propietarios de las empresas de costos bajos y de costos medios obtienen beneficios (a largo plazo). La “empresa marginal” obtiene exactamente unos beneficios económicos nulos. Las que tienen unos costos aun más altos permanecen fuera del mercado porque experimentarían pérdidas al precio P^*. Sin embargo, los beneficios de las empresas intramarginales pueden persistir a largo plazo, porque reflejan el rendimiento de un recurso único: la tierra de bajo costo.

Figura Nº 19: La Renta Económica Ricardiana



La libertad de entrada no puede erosionar estos beneficios ni siquiera a largo plazo. La suma de estos beneficios a largo plazo, constituye el excedente del productor a largo plazo representado por el área *P*EB* del panel (d) de la Figura Nº 19. Puede demostrarse que estas áreas son equivalentes, reconociendo que cada punto de la curva de oferta del panel (d) representa el costo medio mínimo de una empresa. En cada una de esas empresas P–CMe representa los beneficios por unidad de producción. Los beneficios totales a largo plazo pueden calcularse, pues, sumando esas diferencias correspondientes a todas las unidades de producción.

Los beneficios a largo plazo de las empresas de bajo costo de la Figura Nº 19, suelen reflejarse en los precios de los recursos únicos que poseen esas empresas. Por ejemplo, en el análisis de Ricardo cabría esperar que la tierra fértil se vendiera por más que un terreno

rocoso imposible de cultivar. Dado que esos precios reflejarán el valor actual de todos los beneficios futuros, se dice que estos beneficios son precios “capitalizados” de los factores.

Es la escasez de factores de bajo costo la que brinda la posibilidad de obtener una renta económica ricardiana. Si la oferta de suelo agrícola de bajo costo fuera infinitamente elástica, no habría ninguna renta económica. En términos más generales, un factor que es “escaso” (en el sentido de que su curva de oferta a una industria tiene pendiente positiva) obtiene rentas económicas, en el sentido de que obtiene un rendimiento mucho mayor que el que obtendría si la producción de la industria fuera cero. En esos casos, los incrementos de la producción no sólo elevan los costos de las empresas (y, por lo tanto, el precio al que se venderá la producción), sino que también generan rentas económicas a los factores. La suma de todas estas rentas se mide de nuevo por medio del área situada por encima de la curva de oferta de largo plazo y por debajo del precio de equilibrio. Los cambios del tamaño de esta área de excedente del productor a largo plazo, indican las variaciones de las rentas económicas generadas por los factores a la industria. Obsérvese que aunque el excedente del productor a largo plazo se mide utilizando la curva de oferta del mercado, son los factores de la industria los que reciben, en realidad, este excedente.

Realice ejercicios N° 9 al 12

CLASE 07

4. INTRODUCCIÓN A LA COMPETENCIA IMPERFECTA

Hasta el momento se ha supuesto que tanto los demandantes como los oferentes no tienen capacidad de influir en la determinación del precio de los bienes, por lo tanto, el precio era un parámetro fijo en sus decisiones.

La eliminación de este supuesto básico en los mercados de competencia perfecta, lleva a estudiar en este apartado, los mercados de competencia imperfecta, siendo el extremo de éste, los monopolios. Los monopolistas se enfrentan a la curva de demanda total del mercado, pudiendo escoger el punto de esa curva en la que producirán, es decir, el oferente monopolístico puede elegir cualquier combinación precio-cantidad de la curva de demanda que le resulte más rentable.

El mercado de un bien se califica de monopolio si sólo hay un productor de ese bien. A diferencia de la decisión de producción de la empresa perfectamente competitiva, la que no influye en el precio de mercado, la decisión de producción del monopolio determina el precio del bien. Técnicamente, un monopolio puede elegir el punto de la curva de demanda del mercado en el que prefiere producir: puede elegir el precio o la cantidad de mercado, pero no ambos a la vez. Se supondrá normalmente que los monopolios eligen la cantidad de

producción que maximiza los beneficios y después aceptan el precio de mercado compatible con el nivel de producción elegido.

La razón por la que existe un monopolio se halla en que a otras empresas no les resulta rentable o posible entrar en el mercado. Las barreras a la entrada son, pues, la causa de todo el poder del monopolista. Si pudieran entrar otras empresas en un mercado, por definición ya no habría un monopolio. Existen dos tipos generales de barreras a la entrada: las barreras técnicas y las legales.

La principal barrera técnica es que la producción del bien en cuestión muestre costos marginales (y medios) decrecientes en un amplio intervalo de niveles de producción. La tecnología de producción es tal que las empresa relativamente grandes son productoras de bajos costos. En esta situación, que a veces se denomina monopolio natural, a una empresa puede resultarle rentable expulsar a otras de la industria, bajando el precio. Una vez que se ha establecido un monopolio, es difícil entrar debido a que cualquier nueva empresa debe producir en unos niveles de producción relativamente bajos y, por lo tanto, con unos costos medios relativamente altos. Es importante destacar que el intervalo de costos decrecientes sólo tiene que ser “grande” en relación con el mercado en cuestión. No es necesario que los costos sean decrecientes en una escala absoluta. Por ejemplo, la producción y el reparto de cemento no muestran costos marginales decrecientes en un gran intervalo de producción cuando se compara con el mercado nacional total. Sin embargo, en una pequeña ciudad, los costos marginales decrecientes pueden permitir el establecimiento de un monopolio. Los elevados costos de transporte de esta industria tienden a aislar un mercado de otro.

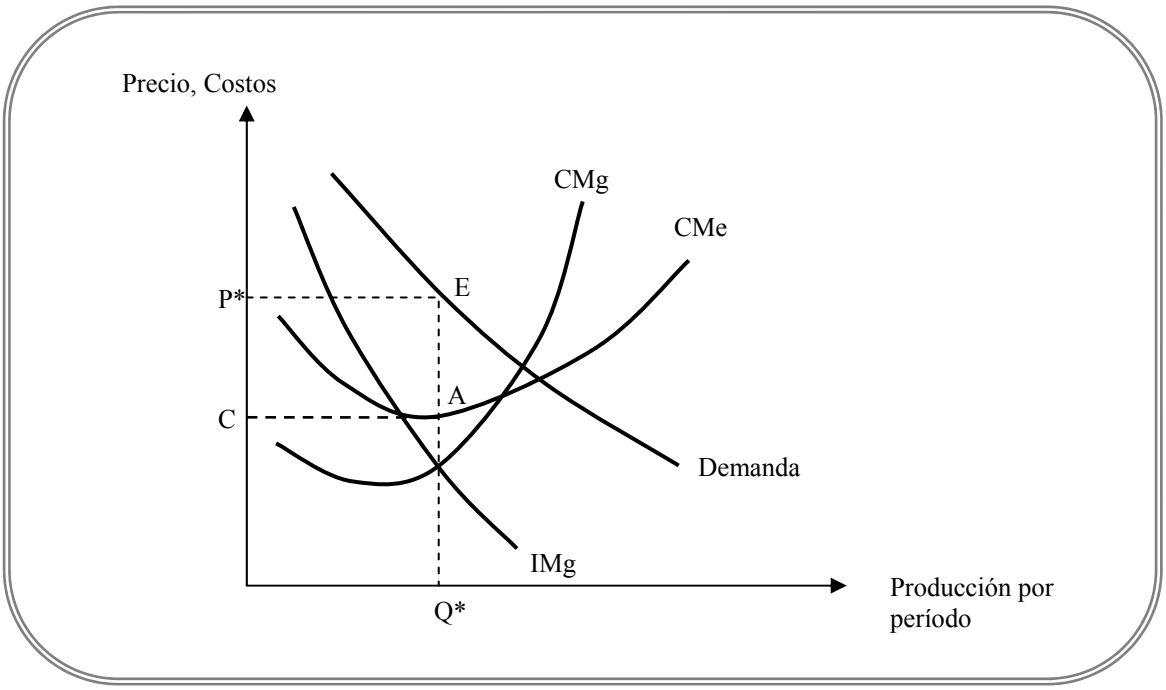
Otra causa técnica del monopolio es el conocimiento especial de una técnica productiva de bajo costo. Pero el problema del monopolio que teme la entrada de empresas es cómo mantener la propiedad única de esta técnica, lo cual puede ser extraordinariamente difícil, a menos que la tecnología pueda protegerse por medio de una patente. La propiedad de recursos únicos, como yacimientos minerales, terrenos o la posesión de un talento único para la dirección de empresas, también puede ser un elemento duradero para mantener un monopolio.

Muchos monopolios puros se crean en virtud de una ley (barreras legales a la entrada) y no como consecuencia de condiciones económicas. Un importante ejemplo de monopolio concedido por el Estado, es la protección legal de una técnica productiva por medio de una patente. Las fotocopiadoras Xerox y las cámaras Polaroid son notables ejemplos de productos que han tenido mucho éxito y que estuvieron protegidos de la competencia (durante un tiempo) por medio de un laberinto de patentes. Como la tecnología básica de estos productos se asignó a una única empresa, se creó una posición monopolística. Un segundo ejemplo de monopolio creado legalmente, es la concesión de una franquicia exclusiva para abastecer un mercado. Estas franquicias se conceden en los casos de servicios públicos (gas y electricidad), servicios de comunicación, servicios postales, algunos mercados de televisión y radio y en muchas otras situaciones.

4.1 Maximización de los Beneficios y Elección del Nivel de Producción

Para maximizar los beneficios, el monopolio decide producir la cantidad con la que el ingreso marginal es igual al costo marginal. Dado que el monopolio, a diferencia de la empresa perfectamente competitiva, se enfrenta a una curva de demanda del mercado de pendiente negativa, el ingreso marginal es menor que el precio. Para vender una unidad más, debe bajar el precio de todas las unidades vendidas si quiere generar la demanda adicional necesaria para absorber esta unidad marginal. El nivel de producción maximizador de los beneficios de una empresa es, pues, el nivel Q^* de la Figura Nº 20. En ese nivel, el ingreso marginal es igual a los costos marginales, por lo que se maximizan los beneficios.

Figura Nº 20: Maximización de Beneficios y Determinación del Precio en un Mercado Monopolístico



Dada la decisión del monopolio de producir Q^*, la curva de demanda indica que prevalecerá un precio de mercado de P^*. Éste es el precio que los demandantes como grupo están dispuestos a pagar por la producción del monopolio. En el mercado se observará una combinación precio-cantidad de equilibrio de P^*, Q^*. Suponiendo que $P^*>CMe$, este nivel de producción será rentable y el monopolista no tendrá ningún incentivo para alterar los niveles de producción, a menos que varíen las condiciones de demanda o de costos. Por lo tanto, se tiene el siguiente principio.

Principio de optimización:

Un monopolista decidirá producir la cantidad con la que el ingreso marginal sea igual al costo marginal. Dado que se enfrenta a una curva de demanda de pendiente negativa; en este nivel de producción el precio de mercado será superior tanto al ingreso marginal como al costo marginal de la empresa.

Los beneficios totales que obtiene el monopolista pueden hallarse directamente en la Figura Nº20. Están representados por el rectángulo P^*EAC y corresponden al beneficio por unidad (el precio menos el costo medio) multiplicado por el número de unidades vendidas. Estos beneficios son positivos si el precio de mercado es superior al costo total medio. Sin embargo, si $P^* < CMe$, el monopolista sólo puede actuar experimentando pérdidas a largo plazo, por lo que desistirá de abastecer al mercado.

Dado que no es posible la entrada en un mercado monopolístico, el monopolista puede obtener unos beneficios positivos incluso a largo plazo. Por este motivo, algunos autores llaman rentas monopolísticas a los beneficios que obtiene el monopolio a largo plazo. Estos beneficios pueden considerarse como un rendimiento del factor que constituye la base del monopolio (una patente, un lugar favorable o un empresario dinámico, por ejemplo); por lo tanto, otro posible propietario podría estar dispuesto a pagar esa cantidad en concepto de alquiler por el derecho a tener el monopolio. La posibilidad de obtener beneficios es la razón por la que algunas empresas pagan a otras por el derecho a usar una patente y por la que los concesionarios en los acontecimientos deportivos (y en algunas autopistas) están dispuestos a pagar por el derecho a conseguir la concesión. En la medida en que los derechos de monopolio se conceden a un precio inferior a su verdadero valor de mercado la riqueza de los receptores de esos derechos aumenta.

En la teoría de los mercados perfectamente competitivos, era posible trazar una curva de oferta de la industria, la que se obtenía permitiendo que la curva de demanda del mercado se desplazara y observando la curva de oferta que se obtenía por medio de la serie de combinaciones precio-cantidad de equilibrio. Este tipo de procedimiento no es posible en los mercados monopolísticos, ya que, con una curva de demanda del mercado fija, la “curva” de oferta de un monopolio sólo es un punto, a saber, la combinación precio-cantidad con la que $IMg = CMg$. Si la curva de demanda se desplazara, la curva de ingreso marginal también se desplazaría, por lo que se elegiría un nuevo nivel de producción maximizador de los beneficios. Sin embargo, conectar las series resultantes de puntos de equilibrio de las curvas de demanda del mercado apenas tendría sentido. Este lugar geométrico podría tener una forma muy extraña, dependiendo de cómo variara la elasticidad de la curva de demanda de mercado (y su correspondiente curva IMg) cuando se desplazara la curva. En ese sentido, la empresa monopolística no tiene una “curva de oferta” perfectamente definida.

4.1.1 Ejemplo de un Monopolio con una Demanda Lineal

Suponga que el mercado de discos de calidad olímpica (Q, medido en discos comprados al año) tiene una curva de demanda lineal de la forma

$$Q = 2.000 - 20P$$

O sea,

$$P = 100 - Q/20$$

Y que los costos de un productor monopolístico de discos son:

$$CT = 0{,}05Q^2 + 10.000$$

Para maximizar los beneficios, este productor elige el nivel de producción con el que $IMg = CMg$:

$$IT = P \times Q$$

$$P \cdot Q = 100Q - Q^2/20$$

Por lo que:

$$IMg = \frac{\partial IT}{\partial Q} = 100 - Q/10$$

Luego, $Cmg = \dfrac{\partial CT}{\partial Q}$, por lo que queda:

$$CMg = 0{,}1Q$$

Al igualar Costo marginal e Ingreso marginal, y despejar la cantidad, se obtiene:

$$100 - Q/10 = 0{,}1Q$$

$$Q^* = 500 \qquad P^* = 75$$

Para determinar el precio de equilibrio en monopolio, se debe reemplazar la cantidad (Q = 500), en la curva de demanda.

En el nivel de producción preferido por el monopolio,

$$CT = 0.05\ (500)^2 + 10.000 = 22.500$$

$$CMe = 22.500/500 = 45$$

Utilizando esta información, es posible calcular los beneficios de la forma siguiente:

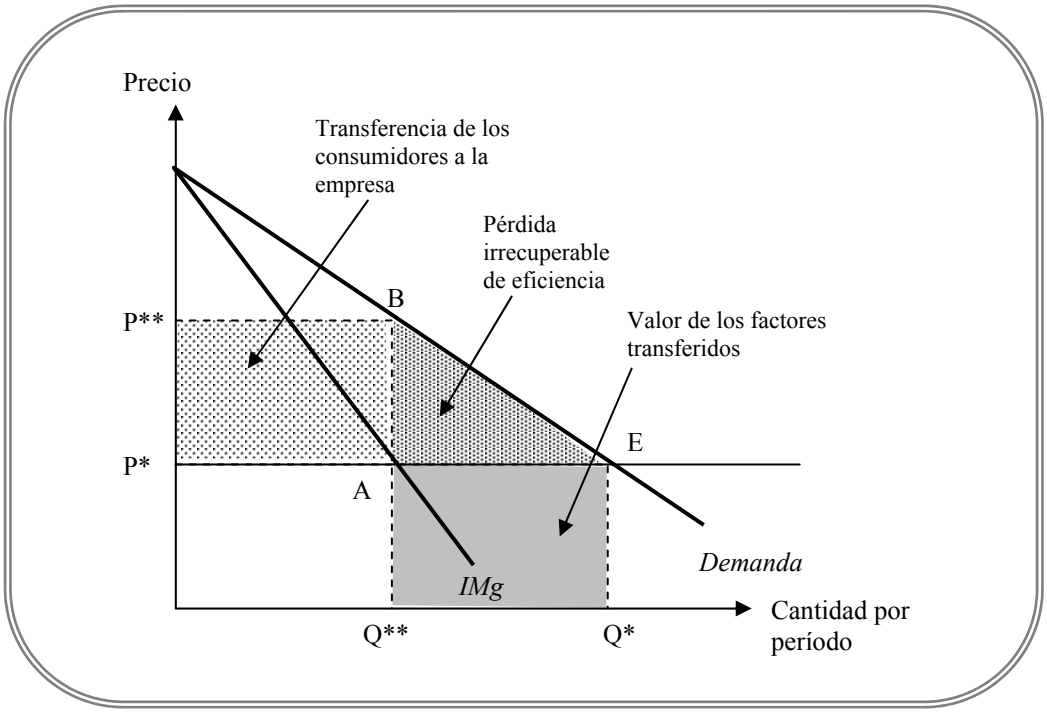
$$\pi = (P^* - CMe) \cdot Q^* = (75 - 45) \cdot 500 = 15.000$$

Observe que en este equilibrio hay una gran diferencia entre el precio ($P = 75$) y el costo marginal ($CMg = 0{,}1$; $Q = 50$). Sin embargo, en la medida en que las barreras a la entrada impidan a una nueva empresa producir discos de calidad olímpica, esta diferencia y los beneficios económicos positivos pueden persistir indefinidamente.

4.2 El Monopolio y la Asignación de los Recursos

Para evaluar la influencia de un monopolio en la asignación, se necesita una base de comparación perfectamente definida. La Figura 21 muestra una sencilla curva de demanda lineal de un producto que es producido por una industria de costos constantes. Si este mercado fuera competitivo, la producción sería Q^*, es decir, se produciría en el punto en el que el precio es igual al costo medio y marginal a largo plazo. En un sencillo monopolio de precio único, la producción sería Q^{**}, ya que éste es el nivel de producción con el que el ingreso marginal es igual al costo marginal. La restricción de la producción de Q^* a Q^{**} representa la mala asignación provocada por la monopolización. El valor total de los recursos liberados por esta restricción de la producción se representa por medio del área AEQ^*Q^{**}. Esencialmente, el monopolio cierra algunas de las plantas que funcionarían en el caso competitivo.

Figura Nº 21: Consecuencias del Monopolio para la Asignación y la Distribución



La restricción de la producción de Q^* a Q^{**} implica una pérdida total de excedente del consumidor de $P^{**}BEP^*$. Una parte de esta pérdida es recogida por el monopolio en forma de beneficios. Estos se miden por medio de $P^{**}BAP^*$ y reflejan una transferencia de renta de los consumidores a la empresa. Al igual que ocurre con cualquier transferencia, el intento de valorar si los resultados son deseables desde el punto de vista social plantea difíciles cuestiones de equidad. Sin embargo, no existe ninguna ambigüedad sobre la pérdida de excedente del consumidor representada por el área BEA, ya que esta pérdida no se transfiere a nadie. Es una pérdida irrecuperable de eficiencia, y representa la principal medida del perjuicio que causa el monopolio a la asignación.

Para mostrar la naturaleza de esta pérdida irrecuperable de eficiencia, considere el ejemplo del apartado 4.1.1., en el que se ha calculado un precio de equilibrio de $75 y un costo marginal de $50. Esta diferencia entre el precio y el costo marginal es una indicación de los intercambios que se pierden como consecuencia de la monopolización y que mejorarían la eficiencia. Indudablemente, existe un posible comprador que está dispuesto a pagar, por ejemplo, $60 por un disco olímpico, pero no $75. Un precio de $60 cubriría con creces todos los costos de recursos que exige la producción de discos, pero la presencia del monopolio impide realizar esa transacción mutuamente beneficiosa entre los usuarios de discos y los proveedores de los recursos necesarios para fabricarlos. Por este motivo, es evidente que el monopolio no conduce a una asignación de los recursos óptima en el sentido de Pareto[11]. Los economistas han intentado estimar en numerosas ocasiones el costo global de estas pérdidas irrecuperables de eficiencia en los monopolios reales. La mayoría de estas estimaciones son bastante bajas cuando se tiene en cuenta el conjunto de la economía. Sin embargo, las pérdidas en lo que se refiere a la asignación de los recursos son mayores en algunos sectores definidos en un sentido estricto.

4.2.1 Ejemplo de las Pérdidas de Bienestar y la Elasticidad

La influencia del monopolio en la asignación de los recursos puede describirse en gran medida en el caso de los costos marginales constantes y una curva de demanda de elasticidad – precio constante. Para ello, se supone que los costos marginales (y medios) constantes de un monopolista están representados por C y que la curva de demanda (compensada) tiene una elasticidad constante:

$$Q = P^e \qquad (64)$$

Donde e es la elasticidad-precio de la demanda ($e < -1$). Se sabe que en este mercado el precio competitivo es:

$$P_C = C \qquad (65)$$

[11] La eficiencia en el sentido de Pareto se encuentra cuando no es posible reorganizar la producción o el consumo de tal manera que aumente la satisfacción de una persona sin reducir la de otra. En otras palabras, una situación eficiente es aquella en la que no es posible mejorar el bienestar de ninguna persona sin empeorar el de ninguna otra.

Y que el precio de monopolio viene dado por:

$$P_m = \frac{C}{1+(1/e)} \qquad (66)$$

El excedente del consumidor correspondiente a un precio cualquiera (P_0) puede calcularse de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} CS &= \int_{P_0}^{\infty} Q(P)dP \\ &= \int_{P_0}^{\infty} P^e dP \\ &= \left.\frac{P^{e+1}}{e+1}\right|_{P_0}^{\infty} \\ &= -\frac{P_0^{e+1}}{e+1} \end{aligned} \qquad (67)$$

Por lo tanto, en condiciones de competencia perfecta,

$$CS_c = -\frac{C^{e+1}}{e+1} \qquad (68)$$

Y en condiciones monopolísticas,

$$CS_m = -\frac{\left(\frac{c}{1+(1/e)}\right)^{e+1}}{e+1} \qquad (69)$$

Tomando el cociente de estas dos medidas del excedente, se tiene que:

$$\frac{CS_m}{CS_c} = \left(\frac{1}{1+(1/e)}\right)^{e+1} \qquad (70)$$

Por ejemplo, si e = -2, este cociente es ½: en el monopolio el excedente del consumidor es la mitad de lo que seria en condiciones de competencia perfecta. En los casos más elásticos, esta cifra disminuye algo (ya que en el monopolio las restricciones de la producción son más significativas). Cuando las elasticidades son más cercanas a -1, el cociente aumenta.

La transferencia de excedente del consumidor a los beneficios monopolísticos también pueden calcularse fácilmente en este caso. Los beneficios monopolísticos vienen dados por:

$$\pi_m = P_m Q_m - CQ_m = \left(\frac{C}{1+(1/e)}\right)Q_m = \left(\frac{-C/e}{1+(1/e)}\right)\cdot\left(\frac{C}{1+(1/e)}\right)^e = -\left(\frac{C}{1+(1/e)}\right)^{e+1}\cdot\frac{1}{e} \qquad (71)$$

Dividiendo esta expresión por la Ecuación (68), se tiene que:

$$\frac{\pi_m}{CS_c} = \left(\frac{e+1}{e}\right)\left(\frac{1}{1+(1/e)}\right)^{e+1} = \left(\frac{e}{1+e}\right)^e \qquad (72)$$

Cuando e = -2, este cociente es ¼. Por lo tanto, un cuarto del excedente del consumidor existente en la competencia perfecta se transfiere a los beneficios monopolísticos. Por lo tanto, en este caso la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio también es ¼ del nivel de excedente del consumidor existente en condiciones de competencia perfecta.

CLASE 08

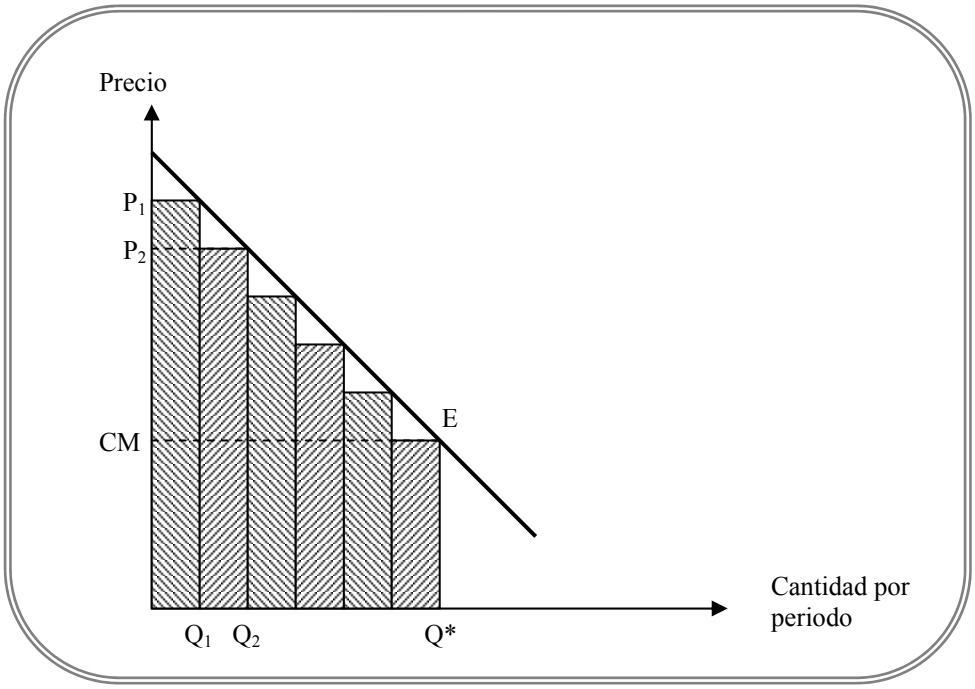
4.3 La Discriminación de Precios

En algunas circunstancias, un monopolio puede ser capaz de elevar los beneficios alejándose de la política de fijar un único precio para su producto. La posibilidad de vender bienes idénticos a diferentes precios se denomina *discriminación de precios*. La estrategia de la discriminación de precios es viable dependiendo fundamentalmente de la imposibilidad de los compradores del bien de practicar el arbitraje. En ausencia de costos de transacción o de información, la “ley de un sólo precio” implica que un bien homogéneo debe venderse en todos los casos al mismo precio. Por consiguiente, los sistemas de discriminación de precios están abocados al fracaso, ya que los demandantes que pueden comprar al monopolio a precios más bajos, serán para los que deben pagar elevados precios, fuentes más atractivas del bien que el propio monopolio. Los intermediarios buscadores de beneficios destruirían cualquier sistema de fijación discriminatoria de los precios. Sin embargo, cuando la reventa es costosa (o puede impedirse totalmente), la discriminación de precios es posible.

Si cada comprador puede ser identificado por separado por un monopolista, es posible cobrar a cada uno de ellos el precio máximo que esté dispuesto a pagar por el bien. Esta estrategia de la discriminación perfecta (o “de primer grado”) de precios extraería, pues, todo el excedente del consumidor existente, por lo que a los demandantes como grupo les daría lo mismo comprar el bien del monopolista que pasarse sin él. La estrategia se muestra en la Figura Nº 22. En esta figura se supone que los compradores se ordenan de mayor a menor según su disposición a pagar. El primer comprador está dispuesto a, pagar hasta P_1 por Q_1

unidades de producción, por lo que el monopolista cobra P_1 y obtiene unos ingresos totales de P_1Q_1, como indica el rectángulo sombreado. El segundo comprador está dispuesto a pagar hasta P_2 por Q_2 - Q_1 unidades de producción, por lo que el monopolista obtiene un ingreso total de P_2 (Q_2 - Q_1) de este comprador. Obsérvese que para que esta estrategia tenga éxito, el segundo comprador debe ser incapaz de revender el producto que compra a P_2 al primero (que paga $P_1 > P_2$).

Figura Nº 22: Discriminación Perfecta de Precios



El monopolista actuará de esta forma hasta el punto en el que el comprador marginal ya no esté dispuesto a pagar el costo marginal del bien (llamado CMg en la Figura Nº 22). Por lo tanto, la cantidad total producida será Q^*. Los ingresos totales obtenidos están representados por el área DEQ^*0. Todo el excedente del consumidor ha sido extraído por el monopolista y no se produce ninguna pérdida irrecuperable de eficiencia en esta situación (comparada con la de la Figura Nº 21). La asignación de los recursos en la discriminación perfecta de precios es, pues, eficiente, aunque entraña una gran transferencia de excedente del consumidor a los beneficios monopolísticos.

4.3.1 Ejemplo de Discriminación Perfecta de Precios

Consideremos de nuevo el caso del monopolista fabricante de discos. Como se venden relativamente pocos discos de buena calidad, el monopolista puede discriminar perfectamente entre los lanzadores de discos de talla mundial. En este caso, decidirá

producir la cantidad con la que el comprador marginal pague exactamente el costo marginal de un disco:

$$P = 100 - Q/20 = CMg = 0{,}1Q \qquad (73)$$

Por lo tanto,

$$Q^* = 666$$

Y en el margen, el precio y el costo marginal viene dados por:

$$P = CMg = 66{,}6 \qquad (74)$$

Ahora, se pueden calcular los ingresos totales mediante integración:

$$IT = \int_0^{Q^*} P(Q)dQ = 100Q - \frac{Q^2}{40}\Bigg|_0^{666} = 55.511 \qquad (75)$$

Y los costos totales de la forma siguiente:

$$CT = 0{,}05Q^2 + 10.000 = 32.178$$

Los beneficios totales viene dados por:

$$\pi = IT - CT = 23.333 \qquad (76)$$

Que representa un aumento significativo con respecto a la política de precio único examinada en el apartado 4.1.1., y que generaba 15.000.

La discriminación perfecta de precios obliga al monopolio a poseer una gran cantidad de información: debe conocer la función de demanda de cada comprador potencial. Una condición menos rigurosa sería suponer que el monopolio puede separar a sus compradores en un número relativamente pequeño de mercados identificables (como “rural-urbano”, “interior-extranjero” u “hora punta-hora valle”) y seguir en cada mercado una política distinta de precios monopolísticos[12].

Las consecuencias que tiene para el bienestar la discriminación de precios basada en la separación de los mercados (de tercer grado) son ambiguas en principio. En relación con la política de un único precio, la política discriminatoria obliga a subir el precio en el mercado menos elástico y a bajarlo en el más elástico. Por lo tanto, los cambios producen un efecto compensatorio en las pérdidas totales desde el punto de vista de la asignación de los

[12] La discriminación de precios basada en la separación de los mercados a veces se denomina discriminación de precios de “tercer grado”.

recursos. Si se analiza más exhaustivamente esta cuestión, se llega a la conclusión, intuitivamente razonable, de que la política de precios múltiples es superior desde el punto de vista de la asignación a la de un único precio solamente en las situaciones en las que la producción total aumenta como consecuencia de la discriminación. El ejemplo 20.4 muestra el sencillo caso de las curvas de demanda lineales en el que la política de precios múltiples siempre provoca pérdidas desde el punto de vista de la asignación de los recursos.

4.3.2 Ejemplo de Discriminación de Precios de Tercer Grado

Suponga que las curvas de demanda de dos mercados separados vienen dadas por:

$$Q_1 = 24 - P_1 \qquad \text{y} \qquad Q_2 = 24 - 2P_2 \qquad (77)$$

Y que un monopolio puede abastecer a los dos mercados con un costo marginal constante de 6. Para maximizar los beneficios en los dos mercados, es necesario que:

$$IMg_1 = 24 - 2Q_1 = 6 = IMg_2 = 12 - Q_2 \qquad (78)$$

Por lo que las decisiones óptimas son:

$$Q_1 = 9 \quad \text{y} \quad Q_2 = 6$$

Los precios vigentes en los dos mercados son,

$$P_1 = 15 \quad \text{y} \quad P_2 = 9$$

Para determinar los precios en ambos mercados, se deben reemplazar las cantidades, Q_1 y Q_2, en las curvas de demanda respectivas.

Los beneficios del monopolio qué sigue esta política de dos precios son:

$$\pi = (P_1 - 6)Q_1 + (P_2 - 6)Q_2 = 81 + 18 = 99 \qquad (79)$$

La influencia de esta política, en la asignación de los recursos, puede evaluarse calculando las pérdidas irrecuperables de eficiencia que se producen en los dos mercados. Como la demanda del mercado 1 al precio $P = CMg = 6$ es 18 y la producción competitiva sería 12 en el mercado 2, las pérdidas son:

$$DW_1 = 0{,}5(P_1 - CMg)(18 - Q_1) = 0{,}5(15 - 6)(18 - 9) = 40{,}5 \qquad (80)$$

Y

$$DW_2 = 0{,}5(P_2 - CMg)(12 - Q_2) = 0{,}5(9 - 6)(12 - 6) = 40{,}5 \qquad (81)$$

La política de un precio. Si este monopolio siguiera una política de un único precio, utilizaría la función de demanda del mercado:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 48 - 3P$$

Para calcular el ingreso marginal:

$$IMg = 16 - 2/3Q$$

Por lo tanto, para maximizar los beneficios es necesario que $Q = 15$, lo que implica un precio de mercado de 11. Una política de un único precio exige bajar el precio en el mercado 1 y subirlo en el 2. Esta política es claramente menos rentable que la de dos precios [$\pi = (P - 6)(Q) = 75$], y el hecho de que la producción no varíe con esta política sugiere que las pérdidas irrecuperables de eficiencia son menores con un único precio. Calculándolas explícitamente, se tiene que:

$$DW=0{,}5(P - 6)(30 - Q)=0{,}5(11 - 6)(15)=37{,}5 \qquad (82)$$

Esta cifra es alrededor de un 25% menor que la correspondiente a la política de precios.

4.3.3 Tablas de Precios Discriminatorios

Los ejemplos de discriminación de precios examinados en el apartado anterior exigen que el monopolio separe a los demandantes en diversas categorías y que elija un precio maximizador de los beneficios para cada una. El monopolio también podría elegir una tabla de precios (posiblemente bastante compleja) que diera incentivos a los demandantes para que se separaran ellos mismos dependiendo de cuánto desearan comprar. Esas tablas consisten en la realización de descuentos en función de la cantidad comprada, en la obligación de comprar una cantidad mínima o en el establecimiento de “cuotas de acceso” y la obligación de comprar un producto cuando se adquiere otro. Este tipo de sistema sería adoptado por un monopolio si generara más beneficios que una política de precio único, una vez tenidos en cuenta los costos de la aplicación de la tabla de precios. Dado que con estas tablas los demandantes pagan precios diferentes por bienes idénticos, este tipo de discriminación de precios (de segundo grado) también es viable únicamente cuando no hay posibilidades de realizar un arbitraje.

Un tipo de tabla de precios que se ha estudiado extensamente es la tarifa lineal de dos tramos: los demandantes deben pagar una cantidad fija por el derecho a consumir el bien y un precio uniforme por cada unidad consumida. El prototipo, estudiado por primera vez por Walter Oi, es un parque de atracciones (por ejemplo, Disneylandia) que fija una cantidad

básica para entrar y un precio marginal para cada una de las atracciones utilizadas[13] En términos matemáticos, este sistema puede representarse por medio de la tarifa que debe pagar cualquier demandante:

$$T(Q) = A + PQ \qquad (83)$$

Donde A es la cuota fija y P es el precio marginal que debe pagarse. El objetivo del monopolista es, pues, elegir los valores de A y P que maximicen los beneficios, dada la demanda de este producto. Dado que el precio medio pagado por los demandantes es:

$$\overline{P} = \frac{T}{Q} = \frac{A}{Q} + P \qquad (84)$$

Esta tarifa sólo es viable cuando las personas que pagan bajos precios medios (aquellas cuya Q es grande) no pueden revender el bien a las que deben pagar unos elevados precios medios (aquellas cuya Q es pequeña).

Un método viable para establecer los parámetros de esta tarifa lineal consistiría en que la empresa fijara un precio P igual al CMg y eligiera entonces un valor para A que extrajera el máximo excedente del consumidor de un determinado grupo de compradores. Cabría imaginar que los compradores se ordenaran de acuerdo con su disposición a pagar. La elección de $P = CMg$ maximizaría entonces el excedente del consumidor de este grupo y podría elegirse un valor de A que fuera igual al excedente de que disfrutara el comprador menos ansioso. A éste le daría igual comprar el bien, pero todos los demás compradores experimentarían una ganancia neta comprándolo.

Sin embargo, esta tarifa viable podría no ser la más rentable. Vea cómo afectarían a los beneficios una pequeña subida de P con respecto a CM. Los beneficios generados por el comprador menos dispuesto no sufrirían ningún cambio neto. La cantidad demandada disminuiría algo en el margen en el que $P = CMg$ y una parte de lo que antes era excedente del consumidor (y, por lo tanto, parte de la cuota fija, A) se convertiría en beneficios variables, ya que ahora $P > CMg$. En el caso de los demás demandantes, los beneficios aumentarían en la cuantía de la subida del precio. Aunque cada uno pagaría una cuota fija algo menor, los beneficios por unidad comprada aumentarían en mayor medida[14]. En algunos casos, es posible calcular explícitamente la tarifa óptima de dos tramos. Sin embargo, en términos más generales las tablas óptimas dependen de toda una variedad de contingencias.

---

[13] W. Y. Oi, "A Disneyland Dilemma: Two-Part Tariffs for a Mickey Mouse Monopoly", Quarterly Journal of Economics, febrero, 1971, págs. 77-90. Es interesante el hecho de que el imperio Disney utilizara durante un tiempo una tarifa de dos tramos, pero abandonara este sistema porque los costos de administración de los sistemas de pago de cada atracción eran demasiado altos. Al igual que Otros parques de atracciones, Disney optó por cobrar un único precio de admisión (que aún le brinda muchas oportunidades para practicar la discriminación de precios).

[14] Debido a que como $Q_i(cm) > Q_1(cm)$, donde $Q_i(cm)$ es la cantidad demandada cuando $P = CMg$ para todos, salvo para el comprador menos dispuesto (la persona 1). Por lo tanto, el aumento de los beneficios generado por una subida del precio con respecto a CMg, $\Delta PQ_i(cm)$, es superior a la pérdida de beneficios provocada por la reducción de la cantidad fija, $\Delta PQ_1(cm)$.

En el Ejemplo del apartado 4.3.2, se examina la posibilidad de practicar la discriminación de precios de tercer grado en dos mercados separados cuyas curvas de demanda son:

$$Q_1 = 24 - P_1 \qquad \text{y} \qquad Q_2 = 24 - 2P_2$$

Si el monopolio opta por fijar un precio igual al costo marginal ($CMg = 6$), venderá 18 unidades en el mercado 1; y 12 en el 2. El excedente del consumidor obtenido en el mercado 2 es:

$$S_2 = \frac{1}{2}(Q_2)\left(P_2^{máx} - 6\right)$$

Donde $P_2^{máx}$ es el precio al que la cantidad demandada es cero en el mercado 2 ($P_2^{máx}$=12 en este caso). Por lo tanto,

$$S_2 = \frac{1}{2}(12)(12-6) = 36$$

Y el monopolio cobra esta cuota de entrada. Dada esta tarifa de doble tramo [$T(Q)=36+6Q$], los beneficios totales ascienden a 72, cifra inferior a la que se obtiene con cualquiera de las dos políticas examinadas en el apartado 4.3.2.

En términos más generales, la tarifa óptima de doble tramo puede calcularse en este problema reconociendo que los beneficios están formados por dos componentes:

1) La cuota fija cobrada en los dos mercados y
2) Los beneficios obtenidos por cada unidad vendida.

Suponiendo que la cuota fija es igual al excedente del consumidor en el mercado 2, los beneficios totales son:

$$\begin{aligned} \pi &= 2S_2 + (P - CM)(Q) \\ &= Q_2(12 - P) + (P - 6)(Q) \\ &= (24 - 2P)(12 - P) + (P - 6)(48 - 3P) \\ &= 18P - P^2 \end{aligned} \qquad (85)$$

Maximizando esta expresión, se tiene que:

$$P^* = 9 \quad \text{y} \quad S_2 = 9$$

Por lo tanto, la tarifa maximizadora de los beneficios es:

$$T(Q) = 9 + 9Q$$

De acuerdo con la ecuación (94), los beneficios totales generados por esta tarifa son:

$$\pi = 2 \cdot 9 + (9 - 6) \cdot (21) = 81$$

Por lo que la tarifa de doble tramo es más que la estrategia de precio único para el monopolio, pero no tanto como la de discriminación de precios de tercer grado del Ejemplo 4.3.2., con la que los beneficios eran $99. Aun así, el monopolio podría optar por la tarifa de doble tramo, ya que no exige la separación formal de los mercados que exige la discriminación de tercer grado. Incluso separando los mercados, el monopolio puede optar por la tarifa lineal si la legislación o la costumbre prohíbe fijar precios en los dos mercados.

CLASE 09

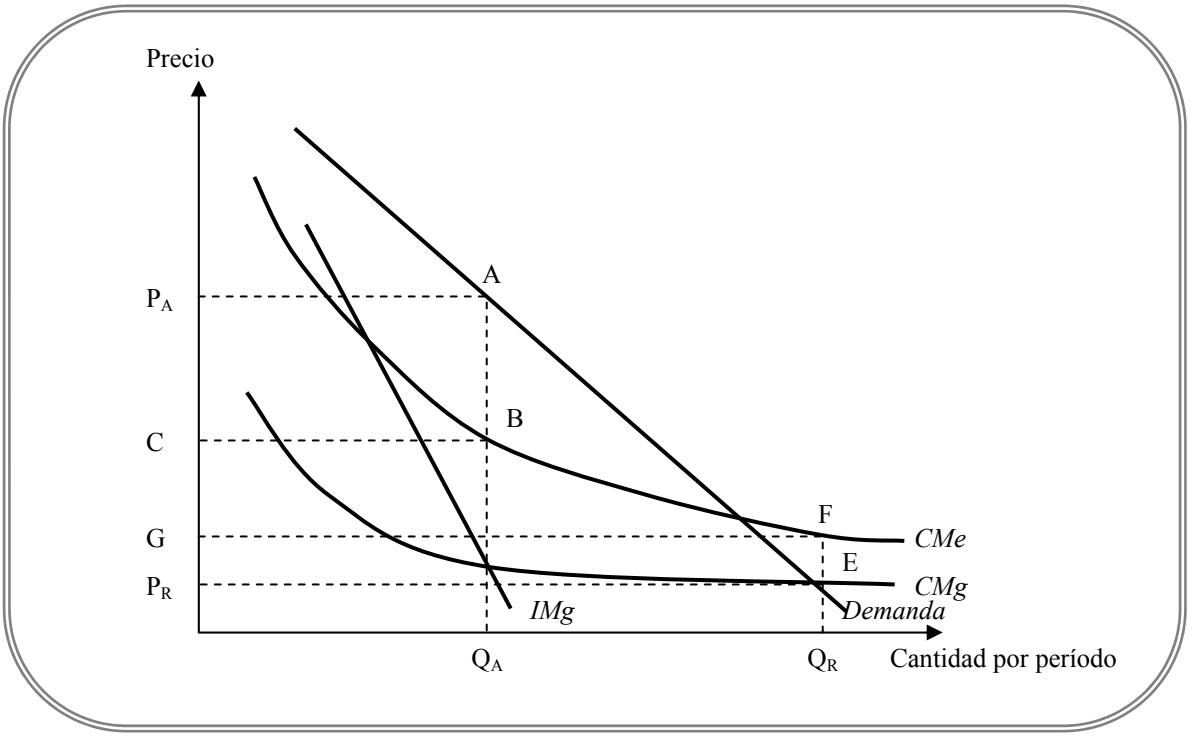
4.4 La Regulación de los Monopolios

La regulación de los monopolios naturales es un importante tema en el análisis económico aplicado. Los servicios públicos, las comunicaciones y los transportes son sectores muy regulados en la mayoría de los países, por lo que el diseño de procedimientos de regulación que obliguen a estos sectores a comportarse de una manera deseable es un importante problema práctico. Aquí examinaremos algunos aspectos de la regulación de los monopolios relacionados con la política de fijación de los precios.

a) La Fijación del Precio Basada en el Costo Marginal y el Dilema del Monopolio Natural

Muchos economistas creen que es importante que los precios cobrados por los monopolios regulados reflejen exactamente los costos marginales de producción, con el fin de minimizar la pérdida irrecuperable de eficiencia. El principal problema que plantea la obligación de fijar el precio basándose en el costo marginal se halla en que obliga a los verdaderos monopolios naturales a producir con pérdidas. Los monopolios naturales muestran, por definición, unos costos medios decrecientes en un amplio intervalo de niveles de producción. Las curvas de costos de esas empresas podrían parecerse a las que muestra la Figura Nº 23.

Figura Nº 23: Regulación de los Precios en un Monopolio de Costos Decrecientes

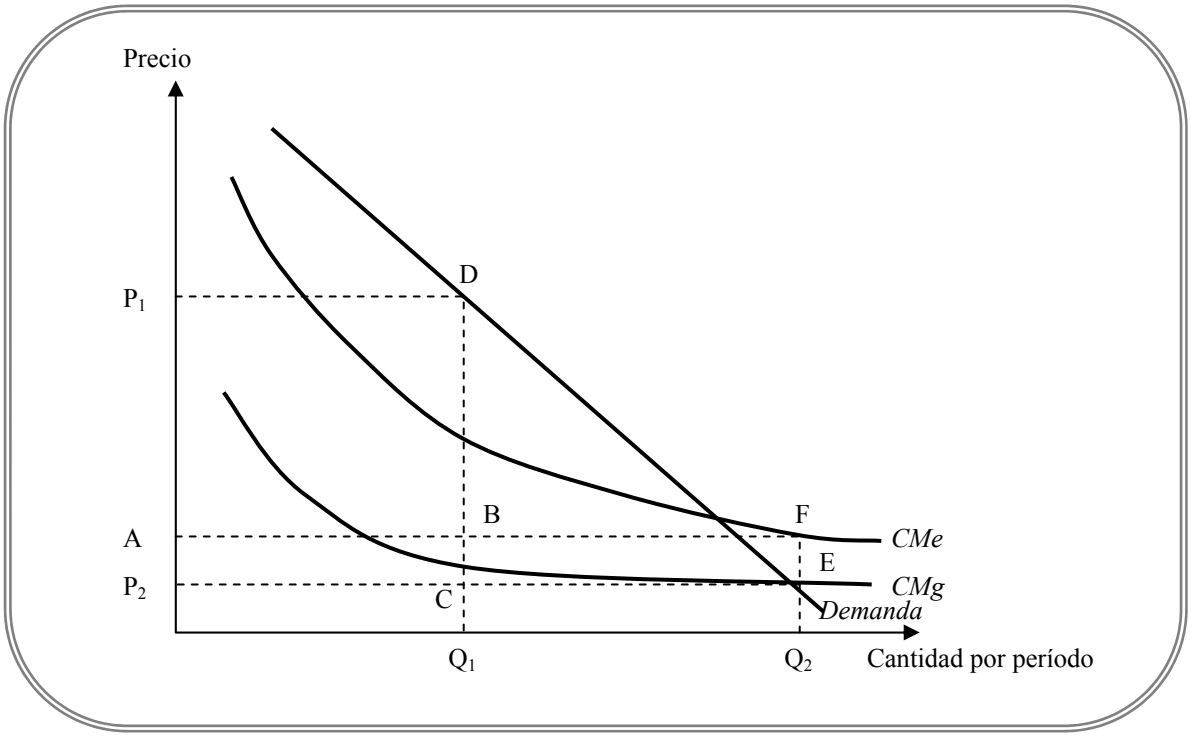


En ausencia de regulación, el monopolio produciría la cantidad Q_A y percibiendo el precio P_A por su producto. En esta situación, los beneficios están representados por el rectángulo P_AABC. Un organismo regulador podría fijar, por el contrario, el precio P_R para el monopolio. A este precio, se demandaría Q_R y el costo marginal de producir esa cantidad también seria P_R. Por consiguiente, se consigue fijar un precio basado en el costo marginal. Desgraciadamente, como la curva de costo medio de la empresa es decreciente, el precio P_R (= *costo marginal*) es inferior a los costos medios. Con este precio regulado, el monopolio debe producir con una pérdida de $GFEP_R$. Dado que ninguna empresa puede producir indefinidamente con pérdidas, este sistema plantea un dilema al organismo regulador: o abandona su objetivo de fijar el precio basándose en el costo marginal o el Estado debe subvencionar indefinidamente al monopolio.

b) Los Sistemas de Fijación de Tarifas de Doble Tramo

Una manera de resolver el dilema de la fijación del precio basada en el costo marginal es aplicar un sistema de precios discriminatorios. En un sistema de ese tipo, se permite que el monopolio cobre a unos usuarios un precio alto y a los marginales un precio bajo. De esta forma, los demandantes que pagan el precio alto subvencionan, en realidad, las pérdidas de los clientes que pagan el precio bajo. La Figura Nº 24 muestra un sistema de precios de este tipo.

Figura Nº 24: Tabla de Fijación de una Tarifa de Doble Tramo



En esta figura, la comisión reguladora ha decidido que algunos usuarios paguen un precio relativamente alto, P_1. A este precio, se demanda Q_1. A otros usuarios (probablemente a los que no comprarían el bien al precio P_1) se les ofrece un precio más bajo, P_2. Este precio más bajo genera una demanda adicional de $Q_2 - Q_1$. Por consiguiente, se produce una cantidad total de Q_2 con un costo medio de A. Con este sistema de precios, los beneficios generados por las ventas realizadas a los demandantes que pagan un precio alto (representados por el rectángulo P_1DBA) compensan las pérdidas en que se incurre por las ventas realizadas a los demandantes de precio bajo ($BFEC$). Por otra parte, en el caso del "usuario marginal", se sigue la regla de la fijación del precio basada en el costo marginal: es el usuario "intramarginal" el que subvenciona la empresa, por lo que ésta no produce con pérdidas. Aunque en la práctica puede no ser tan sencillo establecer sistemas de precios que mantengan la fijación del precio basada en el costo marginal y cubran los costos de explotación, muchas comisiones reguladoras utilizan tablas de precios que discriminan intencionadamente a unos usuarios (por ejemplo, a las empresas) en beneficio de otros (consumidores).

c) Regulación de la Tasa de Rendimiento

Otro método que se ha adoptado en muchas regulaciones ha sido permitir que el monopolio cobrara un precio superior al costo marginal y suficiente para obtener una tasa "justa" de rendimiento por la inversión. Se han realizado análisis para definir el concepto de tasa "justa" y desarrollar métodos para medirlo. Desde el punto de vista económico, algunas

de las cuestiones más interesantes que plantea este procedimiento se refieren a la influencia de la regulación en las elecciones de los factores de la empresa. Por ejemplo, si la tasa de rendimiento permitida a las empresas es superior a lo que podrían obtener los propietarios por su inversión en circunstancias competitivas, habrá un incentivo para utilizar relativamente más capital del que minimiza realmente los costos. O si los reguladores tardan normalmente en tomar decisiones sobre la tasa, pueden dar a las empresas unos incentivos para minimizar los costos que no existirían en caso contrario. A continuación, se examinará brevemente un modelo formal de esas posibilidades.

Suponga que una empresa regulada de servicios públicos tiene una función de producción de la forma $Q=f(K, L)$. La tasa efectiva de rendimiento del capital de esta empresa se define, pues, de la forma siguiente:

$$s = \frac{Pf(K,L) - wL}{K} \qquad (86)$$

Donde P es el precio del producto de la empresa (que depende de Q) y w es el salario del trabajo. Si como consecuencia de la regulación, s debe ser igual, por ejemplo, a $\bar{s}$, el problema de la empresa es maximizar los beneficios:

$$\pi = Pf(K,L) - wL - vK \qquad (87)$$

Sujeto a esta restricción impuesta por la regulación. Formulando el lagrangiano de este problema, se tiene que:

$$\mathrm{L} = Pf(K,L) - wL - vK + \lambda\left[wL + \bar{s}K - Pf(K,L)\right] \qquad (88)$$

Observe que si $\lambda=0$, la regulación es ineficaz y el monopolio se comporta como cualquier empresa maximizadora de los beneficios. Si $\lambda=1$, la Ecuación (97) se reduce a:

$$L = (\bar{s} - v)K \qquad (89)$$

Que, suponiendo que $\bar{s} > v$ (como debe serlo para que la empresa no obtenga una tasa de rendimiento del capital inferior a la que podría obtener realizando otras inversiones), significa que este monopolio contratará una cantidad infinita de capital, resultado poco razonable. Por lo tanto, $0 < \lambda < 1$. Las condiciones de primer orden para alcanzar un máximo son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial L} &= Pf_L - w + \lambda(w - Pf_L) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial K} &= Pf_k - v + \lambda(\bar{s} - Pf_K) = 0 \qquad (90) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= wL + \overline{sK} - Pf(K,L) = 0 \end{aligned}$$

La primera de estas condiciones implica que el monopolio regulado contratará trabajo adicional hasta el punto en el que $Pf_L = w$, resultado que se cumple en el caso de cualquier empresa maximizadora de los beneficios. Sin embargo, por lo que se refiere al capital, la segunda condición implica que:

$$(1-\lambda)Pf_K = v - \lambda\bar{s} \qquad (91)$$

O sea,

$$Pf_K = \frac{v-\lambda\bar{s}}{1-\lambda} = v - \frac{\lambda(\bar{s}-v)}{1-\lambda} \qquad (92)$$

Dado que $\bar{s} > v$ y $\lambda < 1$, la Ecuación (101) implica que:

$$Pf_K < v \qquad (93)$$

La empresa contratará más capital (y conseguirá del capital una productividad marginal menor) que si no estuviera regulada. Por lo tanto, el "exceso de capitalización" puede ser una mala asignación de los recursos de algunas empresas de servicios públicos provocada por la regulación. Es posible examinar otras cuestiones que plantea la regulación utilizando este marco analítico general, si bien no se realizarán aquí.

Realice ejercicios N° 13 al 15

5. DEMANDAS DE FACTORES DE PRODUCCIÓN

Ninguna empresa contrata trabajadores o alquila equipo simplemente para que hagan compañía a sus directivos, sino que la contratación de factores es un componente fundamental del proceso de maximización de los beneficios. Los beneficios de cualquier empresa (π) pueden expresarse como la diferencia entre los ingresos totales (IT) y los costos totales (CT), cada uno de los cuales puede considerarse como una función de los factores utilizados, es decir,

$$\pi = IT(K,L) - CT(K, L) \qquad (94)$$

Las condiciones de primer orden para maximizar los beneficios son:

$$\frac{\partial\pi}{\partial K} = \frac{\partial IT}{\partial K} - \frac{\partial CT}{\partial K} = 0$$
$$\frac{\partial\pi}{\partial L} = \frac{\partial IT}{\partial L} - \frac{\partial CT}{\partial L} = 0 \qquad (95)$$

O sea,

$$\frac{\partial IT}{\partial K} = \frac{\partial CT}{\partial K} \quad \text{y} \quad \frac{\partial IT}{\partial L} = \frac{\partial CT}{\partial L} \qquad (96)$$

Verbalmente, las Ecuaciones (95), indican el resultado bastante evidente de que cualquier empresa maximizadora de los beneficios debe contratar más unidades de cada factor de producción hasta el punto en el que el ingreso adicional generado por la contratación de una unidad más sea igual al costo adicional de contratarla. La demanda de un factor de producción cualquiera por parte de la empresa depende, pues, tanto de lo productivo que sea en la producción de bienes y, por lo tanto, en la generación de ingresos a la empresa, como de la forma en que afecte la contratación de factores a los costos. Este resultado se deriva directamente de la hipótesis de la maximización de los beneficios y se aplica a cualquier mercado de factores.

5.1 El Ingreso del Producto Marginal y el Gasto Marginal

Todas las derivadas de las Ecuaciones 96 tienen nombres especiales en la teoría de la demanda de factores. Las expresiones de la variación del ingreso con respecto a una variación de un factor (es decir, los términos del primer miembro de las Ecuaciones 96) se denomina ingreso del producto marginal (IPM) de ese factor. Reconociendo que la contratación de una unidad adicional de un factor sólo da lugar a un ingreso adicional a través de la producción (q) que genera, se puede comprender de mejor manera la naturaleza del concepto. Por ejemplo, en el caso del factor trabajo, se tiene que:

$$IPM_L = \frac{\partial IT(q)}{\partial L} = \frac{\partial IT(q)}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial L} = IMg \cdot PMg_L \qquad (97)$$

Donde IMg es el ingreso marginal de la producción de la empresa y PMg_L es el producto físico marginal del trabajo. A partir de esto, se puede generalizar diciendo que el *ingreso del producto marginal* (IPM), resultante de la contratación de una unidad adicional de un factor cualquiera, puede hallarse multiplicando la productividad física marginal del factor por el ingreso marginal que puede obtenerse con la producción de la empresa en el mercado de bienes:

$$IPM = IMg \cdot PMg \qquad (98)$$

Vea lo anterior por medio del siguiente ejemplo: en un campo la contratación de una persona que recoja manzanas durante una hora genera, hipotéticamente, tres cajones adicionales de manzanas, y el ingreso marginal generado por la venta de un cajón de manzanas es de $2.000. En ese caso, el ingreso adicional que obtiene el propietario del campo de manzanas contratando una hora adicional del tiempo de un trabajador sería $6.000, es decir,

$$IPM = IMg_L \cdot PMg_L$$
$$\$6.000 = \$2.000 \cdot 3 \; quintales$$

De las Ecuaciones (96) se infiere, además, que se deben contratar unidades adicionales de un factor hasta el punto que el IPM de los factores sea igual al costo adicional de contratarlos. Si las curvas de oferta de los factores que contrata la empresa son infinitamente elásticas a los precios vigentes, es decir, si la empresa puede contratar todo lo que quiera sin influir en los precios de los factores, este costo adicional es entonces simplemente el precio de los factores; por ejemplo, en el caso del propietario del campo, suponga que puede contratar cualquier número de trabajadores a un salario de mercado de $4.000 por hora, por lo tanto, el gasto marginal de la contratación de trabajo viene dado por este salario de mercado. En este caso, sería conveniente contratar al trabajador, dado que su IPM_L es superior a este salario de mercado ($6.000 > 4.000$).

Sin embargo, la oferta de factores no es infinitamente elástica, por lo que las decisiones de contratación de la empresa pueden influir en los precios de los factores, dado que la contratación de otra unidad de factor productivo presionará al alza los precios de los factores[15]. Sin embargo, de momento no se examinará esta posibilidad y se tomará como supuesto que la empresa es un precio – aceptante en el caso de los factores que compra, es decir,

$$\frac{\partial CT}{\partial K} = v \quad \text{y} \quad \frac{\partial CT}{\partial L} = w \qquad (99)$$

Donde v y w son los costos unitarios de contratación de capital y trabajo respectivamente. Las condiciones de primer orden para la maximización de los beneficios se convierten, entonces, en

$$IPM_K = v \quad \text{y} \quad IPM_L = w \qquad (100)$$

Antes de pasar a examinar las implicaciones de las Ecuaciones (100) para la demanda de factores por parte de la empresa, se presentará otro método para obtener estas condiciones de maximización de los beneficios que aporta más ideas sobre la relación entre las elecciones de los factores y del nivel de producción de la empresa. Si la empresa desea

[15] Recuerde que por ley de mercado, cuando la oferta de factores es menor que la demanda por ellos, se produce un ajuste en los precios de equilibrio, el que resulta generalmente en un alza de precios.

minimizar los costos de producir cualquier cantidad (por ejemplo, q_0), el lagrangiano correspondiente a este problema de minimización es:

$$L = vK + wL + \lambda[q_0 - f(K, L)]$$

Donde $f(K, L)$ es la función de producción de la empresa. Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial K} = v - \lambda \frac{\partial f}{\partial K} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial f}{\partial L} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = q_0 - f(K, L) = 0$$

Las dos primeras ecuaciones pueden expresarse de la siguiente forma:

$$\lambda \frac{\partial f}{\partial K} = \lambda PM_K = v$$
$$\lambda \frac{\partial f}{\partial L} = \lambda PM_L = w$$

El multiplicador de Lagrange, λ, puede interpretarse como el costo marginal en este problema porque refleja la variación del objetivo (los costos totales) correspondiente a una variación unitaria de la restricción (la producción, q_0). Utilizando esta interpretación, se tiene que:

$$CMg \cdot PMg_K = v \quad \text{y} \quad CMg \cdot PMg_L = w$$

Si se incorporan las decisiones de producción a esta teoría de la elección de los factores introduciendo la vieja regla fiable $IMg = CMg$ para la maximización de los beneficios:

$$IMg \cdot PMg_K = v \quad \text{y} \quad IMg \cdot PMg_L = w$$

Que es precisamente el resultado que se ha obtenido anteriormente. Este enfoque muestra de una forma especialmente clara que la demanda de cualquier factor por parte de una empresa se deriva no sólo de su deseo de minimizar los costos sino también de su deseo de tomar decisiones de producción maximizadoras de los beneficios. Por lo tanto, para ver cómo reaccionan las empresas a las variaciones de los precios de los factores, hay que tener en cuenta ambas motivaciones.

En el caso que la empresa muestre una conducta precio-aceptante en el mercado de su producto, al momento de realizar la elección de los factores maximizadores de los beneficios, el ingreso marginal será el precio de mercado de su producto ($IMg=P$) y las ecuaciones se convierten en:

$$P \cdot PM_K = v \quad \text{y} \quad P \cdot PM_L = w \qquad (101)$$

Los términos del primer miembro de estas ecuaciones representan un caso especial del concepto de ingreso del producto marginal, en el que la cantidad física de producción generada por una unidad adicional de un factor se valora a su precio de mercado.

5.2 Estática Comparativa de la Demanda de Factores: El Caso de un Único Factor

Para estudiar la estática comparativa de la demanda de factores, se partirá del supuesto de maximización de los beneficios y se utilizará la demanda de trabajo para efecto de demostraciones (el análisis de la demanda de capital sería similar). Hecha esta aclaración, se dirá que se espera que la variación de la demanda de trabajo, cuando varia el precio del factor trabajo ($\partial L/\partial w$), tenga un valor negativo basado en el supuesto de que el producto físico marginal del trabajo (PMg_L) disminuye a medida que aumenta la cantidad empleada de este factor. Una reducción del precio del factor (w) significa que debe contratarse más trabajo para conseguir la igualdad $w=P \cdot PMg_L$, debido a que una disminución de w debe ir acompañada de una reducción de PMg_L (ya que P es fijo), lo que puede conseguirse aumentando L. Este argumento es estrictamente correcto en el caso de un único factor, como se puede demostrar a continuación. Expresando la diferencial total de la Ecuación (101) de maximización de los beneficios de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} dw &= P \cdot \frac{\partial PM_L}{\partial L} \cdot \frac{\partial L}{\partial w} \cdot dw \\ 1 &= P \cdot \frac{\partial PM_L}{\partial L} \cdot \frac{\partial L}{\partial w} \end{aligned} \qquad (102)$$

O sea,

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \frac{1}{P \cdot \dfrac{\partial PM_L}{\partial L}}$$

Si se supone que PMg_L disminuye cuando aumenta L ($\partial PMg_L/\partial L<0$), entonces se tiene que:

$$\frac{\partial L}{\partial w} < 0 \qquad (103)$$

Una disminución ceteris paribus de w hará que se contrate más trabajo, lo que también hará que se produzca más.

Para ejemplificar lo anterior, suponga que el número de kilos de frutos recogidos en un bosque durante una única temporada viene dado por $Q = 100\sqrt{L}$, donde L es el número de personas contratadas para realizar la recolección. Suponiendo que los frutos se venden a $50 el kilo, el ingreso total del dueño del bosque es:

$$IT = P \cdot Q = 5.000\sqrt{L}$$

Y el ingreso del producto marginal viene dado por:

$$IPM = \frac{\partial IT}{\partial L} = 2.500L^{-1/2}$$

Si los salarios estacionales (w) de los que buscan frutos son de $500, el propietario averiguará L por medio de:

$$500 = 2.500L^{-1/2}$$
$$L = 25$$

Con 25 recolectores, el ingreso del producto marginal es de $500, que es precisamente lo que debe pagar el propietario en salarios. Los 25 trabajadores encuentran un total de 500 kilos de frutos durante la temporada. A un salario más bajo, por ejemplo $250, el propietario contrataría 100 trabajadores, ya que el menor ingreso del producto marginal generado por esa gran plantilla estaría justificado por el salario más bajo. Obsérvese que cuando el salario es más bajo, la producción de frutos aumenta a 1.000 kilos durante la temporada.

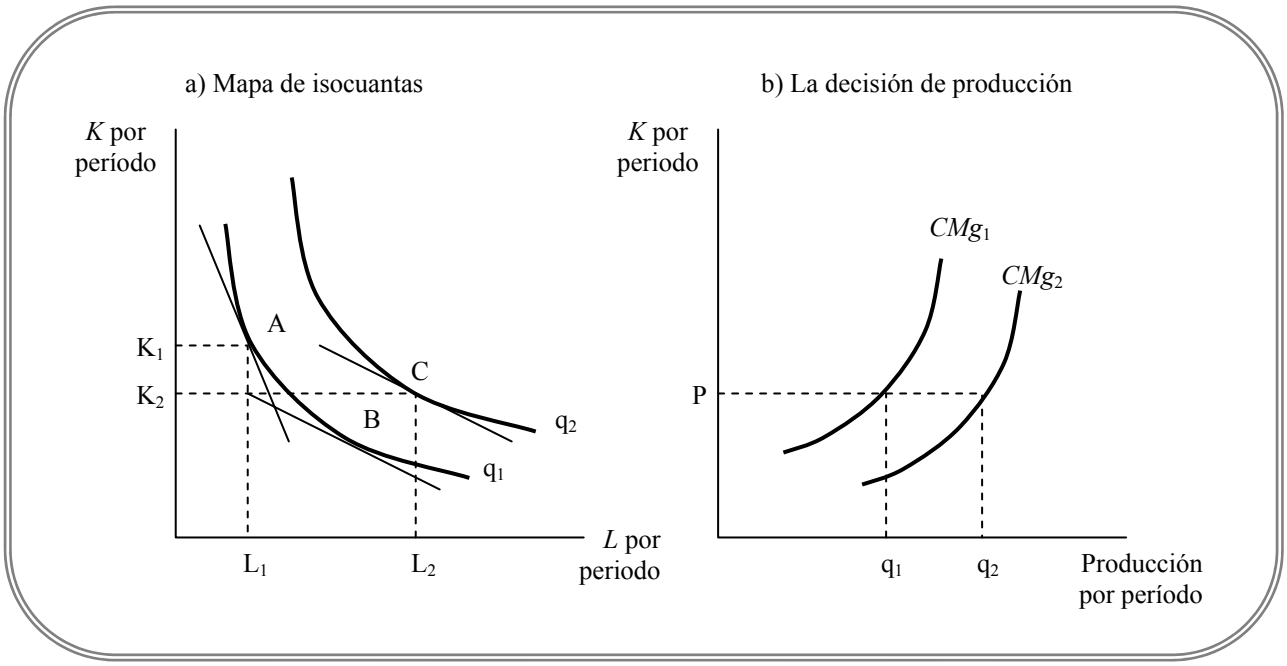
5.3 Estática Comparativa de la Demanda de Factores: El Caso de Dos Factores

Vea el caso, algo más complejo, en el que hay dos factores (o más). El supuesto del producto físico marginal decreciente del trabajo, visto anteriormente, puede ser engañoso en este caso, debido a que la disminución de w no sólo variará la cantidad de L utilizado en el proceso productivo, sino también la cantidad de K, ya que se elige una nueva combinación de factores minimizadora de los costos. Cuando varía K, cambia toda la función PMg_L (ahora el trabajo tiene una cantidad diferente de capital con la que trabajar), por lo que no es posible hacer el sencillo razonamiento anterior.

En forma análoga a como sucede con el problema de maximización de la utilidad del individuo cuando varía el precio de un bien, en la teoría de la producción cuando varía el precio de un factor, por ejemplo, una baja de w, el efecto total producido en la cantidad contratada de L se puede descomponer en dos partes: una de las partes sería el efecto-sustitución y otra parte sería el efecto – producción.

Cuando q se mantiene constante en q_1, se tenderá a sustituir K por L en el proceso productivo, siendo este el *efecto-sustitución*. Este efecto se muestra en la Figura Nº25 (a) Dado que la condición para minimizar el costo de producir q_1 exige que $RMST = w/v$, una disminución de w exige la sustitución de la combinación de factores A por la B. Como se ha supuesto que las isocuantas muestran una $RMST$ decreciente, es evidente en el gráfico que este efecto-sustitución debe ser negativo: una reducción de w provoca un aumento del trabajo contratado si se mantiene constante la producción, que fue lo concluido en el caso de un sólo factor.

Figura Nº 25: Efecto – Ingreso y Efecto – Producción de una Disminución del Precio de un Factor



Sin embargo, no es correcto mantener constante la producción. La analogía con el problema de maximización de la utilidad del individuo desaparece cuando se considera una variación de q (el *efecto-producción*). Los consumidores tienen restricciones presupuestarias, pero no así las empresas. Estas producen tanto como permita la demanda existente. Para ver qué ocurre con la cantidad producida, se debe investigar la decisión de producción maximizadora de los beneficios de la empresa. Una variación de w, al alterar los costos relativos de factores, desplaza la senda de expansión de la empresa. Por consiguiente, se desplazan todas sus curvas de costos, lo que probablemente lleva a elegir algún nivel de producción distinto de q_1.

En la Figura Nº 25 (b), se ha representado el caso que puede considerarse "normal". Suponiendo que con esta nueva senda de expansión, la curva de costo marginal de la empresa se desplaza en sentido descendente desde CMg_1 a CMg_2, el nivel de producción

maximizador de los beneficios aumenta de q_1 a q_2. La condición de maximización de los beneficios ($P = CMg$) ahora se satisface con un nivel de producción más alto. Volviendo a la Figura Nº 25 (a), este aumento de la producción hace que se demande una cantidad aún mayor de L, siempre que L no sea un factor inferior. El resultado tanto del efecto-sustitución como del efecto-producción es un movimiento de la combinación de factores al punto C del mapa de isocuantas de la empresa. Ambos efectos elevan la cantidad contratada de trabajo en respuesta a una reducción del salario real.

El análisis de la Figura Nº 25 se basa en el supuesto de que el precio de mercado del bien producido (o el ingreso marginal, si no es igual al precio) permanece constante. Este supuesto no sería adecuado si sólo disminuyeran los costos laborales unitarios de una empresa de una industria. Sin embargo, si la disminución afectara a toda la industria, el análisis tendría que ser algo distinto. En ese caso, las curvas de costo marginal de todas las empresas se desplazarían hacia fuera y, por lo tanto, la curva de oferta de la industria también se desplazaría. Suponiendo que la demanda tiene pendiente negativa, eso provocaría una reducción del precio del producto. La producción tanto de la industria como de la empresa representativa seguiría aumentando y, al igual que antes, se contrataría más trabajo. Dado que el efecto – producción en toda la industria, provocado por los desplazamientos de la curva de oferta del mercado es el que se emplea más a menudo, se utilizará en el análisis matemático posterior.

Es importante hacer notar que se ha mostrado que $\partial L/\partial w$ tiene un valor inequívocamente negativo, al menos en los casos sencillos: tanto el efecto – sustitución como el efecto – producción hacen que se contrate más trabajo cuando baja el salario. En la Figura Nº 25 debería quedar claro que no es posible hacer ninguna afirmación definitiva sobre la forma en que responde el uso de capital a la variación del salario, es decir, el signo de $\partial K/\partial w$ es indeterminado. Por ejemplo, en el caso en que hay dos factores, una reducción del salario provoca una variación en la combinación capital – trabajo, utilizándose menos capital para obtener un determinado nivel de producción. Además, el efecto – producción hace que se demande más capital como parte del plan de aumento de la producción de la empresa. Por lo tanto, en este caso, el efecto – sustitución y el efecto – producción funcionan en sentido contrario, por lo que *no es posible* extraer ninguna conclusión definitiva sobre el signo de $\partial K/\partial w$.

En resumen, se dirá que cuando baja el precio de un factor, dos efectos hacen que aumente la cantidad demandada:

1. El efecto – sustitución hace que se produzca una determinada cantidad utilizando una cantidad mayor del factor.

2. La disminución de los costos hace que se venda una cantidad mayor del bien, lo que produce un efecto-producción adicional que eleva la demanda del factor.

Cuando sube el precio de un factor, tanto el efecto-sustitución como el efecto-producción hacen que disminuya su cantidad demandada.

CLASE 10

5.4 Análisis Matemático de las Variaciones de Precio de los Factores

Las funciones generales de demanda de factores, que se obtienen considerando la decisión maximizadora de los beneficios de la empresa, pueden formularse en el caso de dos factores de la manera siguiente:

$$L = L(P, w, v) \quad \text{y} \quad K = K(P, w, v) \qquad (104)$$

Donde P es el precio del producto. La presencia de este término en la función de demanda muestra la relación que existe entre la demanda del producto y la demanda derivada de factores. Para simplificar el análisis de cómo afectan las variaciones de los precios de los factores a estas demandas[16], sólo se fijará en la demanda de trabajo, ya que el razonamiento sería idéntico en el caso del capital (o de cualquier otro factor variable).

Al igual que en el análisis gráfico, se comienza dividiendo $\partial L/\partial w$ en dos componentes: 1) la variación de L provocada por la variación de w, manteniendo constante la producción; y 2) la variación de L provocada por las variaciones de la producción. Por lo tanto,

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \frac{\partial L}{\partial w}(q\ constante) + \frac{\partial L}{\partial w}(debida\ a\ variaciones\ de\ q) \qquad (105)$$

A continuación, se analizarán cada uno de estos términos por separado, comenzando por el análisis de las funciones de demanda de factores correspondientes a un nivel de producción constante y el lema de Shephard.

Ya se ha analizado el primer término del segundo miembro de la Ecuación (105) en relación con el análisis de la minimización de los costos. En el apartado 1.4, quedó demostrado el “lema de Shephard”, que utiliza el teorema de la envolvente para mostrar que la función de demanda de L correspondiente a un nivel de producción constante, puede hallarse simplemente diferenciando parcialmente los costos totales con respecto a w (véase la nota 8 al pie de pagina de ese apartado). Es decir,

$$\frac{\partial CT}{\partial w} = L'(q, w, v) \qquad (106)$$

[16] En general, $\partial L/\partial P$ y $\partial K/\partial P$ tiene un valor positivo, ya que, suponiendo que la curva de costo marginal tiene pendiente positiva, una subida del precio del producto eleva la producción y la demanda derivada de ambos factores. Sin embargo, cuando los factores son inferiores, este análisis no es válido, ya que un aumento de la producción provoca, en realidad una disminución de la compra del factor inferior.

Donde la función L' permite mantener constante la producción al estudiar la demanda de trabajo. Dos argumentos sugieren que $\partial L'/\partial w$ tendrá un valor negativo.

1) En el caso de dos factores, el supuesto de que la relación de sustitución técnica disminuye cuando se producen movimientos a lo largo de la isocuanta en sentido sudeste, junto con el supuesto de la minimización de los costos, exige que w y L varíen en sentido contrario cuando se mantiene constante la producción (este resultado ya se ha mostrado gráficamente en la Figura Nº 23 (a)).

2) En el caso en el que hay muchos factores, puede demostrarse que $\partial L'/\partial w = \partial^2 CT/\partial w^2$ debe tener un valor negativo si se minimizan realmente los costos. Por lo tanto, el efecto – sustitución es inequívocamente negativo en la teoría de la demanda de factores.

La obtención del efecto – producción en la Ecuación (105) es mucho más tediosa, por lo que aquí sólo se ofrecerá una demostración utilizando un tipo de razonamiento basado en la "regla de la derivación en cadena" para examinar los nexos causales que determinan cómo afectan las variaciones de w a la demanda de L a través de las variaciones inducidas de la producción. Concretamente, es posible postular que:

$$\frac{\partial L}{\partial w}\left(debido\ a\ variaciones\ de\ q\right) = \frac{\partial L}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial P} \cdot \frac{\partial P}{\partial CMg} \cdot \frac{\partial CMg}{\partial w} \qquad (107)$$

Para indicar la forma en que w afecta a L a través de su influencia en los costos marginales, los precios de los productos y la demanda del mercado.

La evaluación de los dos términos intermedios del segundo miembro de la Ecuación (107) es sencilla. Dado que $P = CMg$ para maximizar los beneficios en condiciones de competencia perfecta, $\partial P/\partial CMg = 1$, por otro lado la derivada $\partial q/\partial P$ muestra cómo responde la demanda del mercado (o más concretamente, la parte de esa demanda que corresponde a la empresa) a las variaciones del precio, que en el caso habitual es $\partial q/\partial P<0$, es decir se relacionan en sentido inverso. Este término indica cómo afecta la conducta del mercado de bienes a la demanda de factores. Como se podrá ver más adelante, la elasticidad-precio de la demanda de bienes desempeña, pues, un importante papel en la determinación de la elasticidad-precio de la demanda de factores.

La evaluación de los términos $\partial L/\partial q$ y $\partial CMg/\partial w$ de la Ecuación (107) es tediosa, sin embargo, a través del teorema de la envolvente se demostrará que ambos términos deben tener el mismo signo. El problema de la empresa es minimizar los costos sujeto a un nivel de producción, siendo el lagrangiano a resolver $L = vK + wL + \lambda\,[q_0 - f(K, L)]$, de donde se extrae un importante resultado,

$$CMg = \frac{\partial CT}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial q} = \lambda$$

Al igual que ocurre en todos los problemas de optimización sujeta a restricciones, el multiplicador de Lagrange muestra la variación de la función objetivo (que en este caso es CT) con respecto a la restricción (q) para cualquier factor (por ejemplo, el trabajo),

$$\frac{\partial CMg}{\partial w} = \frac{\partial^2 L}{\partial q \partial w} = \frac{\partial^2 L}{\partial w \partial q} = \frac{\partial L}{\partial q}$$

Cuyo valor es positivo o negativo, dependiendo de que L sea un factor normal o inferior. En este caso su producto debe ser positivo (se supone que es un factor normal). En conjunto, pues, el segundo miembro de la Ecuación 107 debe ser negativo debido a que la curva de demanda del mercado del bien producido tiene pendiente negativa.

Se llega a la misma conclusión que en el análisis gráfico: $\partial L/\partial w$ debe tener un valor negativo porque tanto el efecto-sustitución como el efecto-producción actúan en el mismo sentido. La ambigüedad que surge en la ecuación de Slutsky en la teoría de la demanda de bienes no surge en la teoría de la demanda de factores. Dado que las demandas de factores se derivan de la demanda de bienes producidos por las empresas maximizadoras de los beneficios, los tipos de respuestas a las variaciones de los precios que pueden producirse son algo reducidos.

5.4.1 Ejemplo de Descomposición de la Demanda de Factores

Suponga que la función de oferta a corto plazo de una empresa de hamburguesas, con un aforo de 16 m^2, es:

$$q = \frac{40(10P)}{(vw)^{0,5}}$$

Y que la demanda de trabajo es: (108)

$$L = \frac{(10P)^2}{v^{0,5} w^{1,5}}$$

Si $w = v = \$4$ y $P = \$1$, esta empresa ofrecerá 100 hamburguesas por hora y contratará 6,25 trabajadores por hora. Si w sube a \$9 y P y v no varían, la empresa producirá 66,6 hamburguesas por hora utilizando 1,9 trabajadores solamente. Para examinar el efecto-sustitución y el efecto-producción presentes en este problema, suponga que la empresa hubiera continuado produciendo 100 hamburguesas por hora, aun cuando el salario subiera a \$9. Para minimizar los costos, es necesario que:

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{v} = \frac{9}{4}$$

Utilizando la función inicial de producción:

$$q = 100 = 10K^{0,25}L^{0,25}F^{0,5} \qquad (108.a)$$

Junto con la condición de minimización de los costos (y $F=16$), se tiene que:

$$10 = 4(9/4L)^{0,25}L^{0,25} \qquad (109)$$

Lo que da un valor de L de 4,17 aproximadamente. Aún cuando la producción se mantuviera constante en 100 hamburguesas, el empleo disminuiría, pues, de 6,25 a 4,17 a medida que la empresa sustituyera trabajo por capital (parrillas). Este es el efecto-sustitución. La reducción adicional de la contratación de 4,17 a 1,9 trabajadores refleja la disminución de la producción de hamburguesas por hora de 100 a 66,6.

Para analizar en términos más formales esta situación, se puede calcular la función de demanda de trabajo correspondiente a un nivel de producción constante utilizando el lema de Shephard. Los costos totales de la empresa de hamburguesas son:

$$CT = vK + wL + R \qquad (110)$$

Donde R es el alquiler fijo del espacio. Introduciendo las funciones de demanda de K y L en esta expresión y utilizando la función de oferta (Ecuación (108)), se puede calcular la función de costo total:

$$CT = \frac{q^2 v^{0,5} w^{0,5}}{800} + R \qquad (111)$$

Aplicando el lema de Shephard, se tiene que:

$$L' = \frac{\partial CT}{\partial w} = \frac{q^2 v^{0,5} w^{0,5}}{1.600} \qquad (112)$$

Cuando $q=100$, se tiene que:

$$L' = 6,25 v^{0,5} w^{-0,5} \qquad (113)$$

Que cuando v = \$4, w = \$4, da L' = 6,25; y cuando v = \$4, w = \$9, da L' = 4,17, al igual que antes. Obsérvese que la función de demanda correspondiente a un nivel de producción constante (Ecuación (112)), permite mantener constante la producción (q) en el análisis, mientras que la función de demanda total de L (Ecuación 108) permite implícitamente que

varíe la producción. Por lo tanto, cuando se considera la función de demanda total, una variación del salario produce un efecto mayor.

5.5 Sensibilidad de la Demanda de Factores a las Variaciones de sus Precios

El análisis anterior constituye la base para explicar el grado en que responde la demanda de factores a las variaciones de sus precios; es decir, contribuye a explicar la elasticidad-precio de la demanda de factores. Suponga, por ejemplo, que subiera el salario. Ya se sabe que se demandará menos trabajo. Ahora, se quiere ver si esta disminución de la cantidad demandada es grande o pequeña. Considere, en primer lugar, el efecto-sustitución. La disminución de la contratación de trabajo depende de la facilidad con que las empresas puedan sustituirlo por otros factores. La magnitud del efecto depende de la elasticidad de sustitución que caracteriza a la función de producción de una empresa. A algunas les resulta relativamente sencillo sustituir trabajadores por máquinas, por lo que en estas empresas la cantidad demandada de trabajo disminuye significativamente. Otras pueden producir con una tecnología de proporciones fijas, por lo que en su caso la sustitución es imposible.

La magnitud del efecto-sustitución no sólo depende de las propiedades técnicas de la función de producción, sino también del tiempo que se tenga para realizar el ajuste. A corto plazo, las empresas pueden tener una cantidad de maquinaria que exija un complemento relativamente fijo de trabajadores. Por consiguiente, las posibilidades de sustitución a corto plazo son escasas. Sin embargo, a largo plazo la empresa puede ser capaz de adaptar su maquinaria para poder utilizar menos trabajo por máquina por lo tanto, las posibilidades de sustitución pueden ser significativas. Por ejemplo, una subida de los salarios de los mineros del carbón apenas producirá un efecto-sustitución a corto plazo, ya que el equipo existente para extraer el carbón exige un complemento fijo de trabajadores. Sin embargo, a largo plazo es evidente que la minería puede hacerse más intensiva en capital diseñando una maquinaria más compleja. A largo plazo, el trabajo puede ser sustituido por capital.

Una subida del salario también eleva los costos de las empresas. Como se ha visto, esto provoca una subida del precio del bien que se produce, por lo que los individuos reducen sus compras de dicho bien. Esta reducción de las compras se denomina efecto-producción: como se produce menos, se demanda menos trabajo. El efecto-producción refuerza de esta forma el efecto-sustitución. Para investigar la magnitud probable de este efecto, se debe saber:

1) cuán grande es el incremento de los costos provocado por la subida del salario y
2) cuánto disminuye la cantidad demandada como consecuencia de la subida del precio.

La magnitud del primer componente depende de lo “importante” que sea el trabajo en los costos totales de producción, mientras que la magnitud del segundo depende de lo elástica que sea la demanda del producto con respecto al precio. En las industrias en las que los costos laborales representen una gran proporción de los costos totales y en las que la demanda sea muy elástica, los efectos-producción serán grandes. Por ejemplo, una subida

de los salarios de los trabajadores de los restaurantes probablemente provocará un gran efecto-producción en la demanda de esos trabajadores, ya que los costos laborales representan una elevada proporción de los costos de explotación de los restaurantes y la demanda de comidas fuera de casa es relativamente elástica con respecto al precio. Una subida de los salarios provocará un gran incremento de los precios, lo que hará que los individuos reduzcan considerablemente las comidas que realizan fuera del hogar. En cambio, los efectos.-producción en la demanda de trabajadores farmacéuticos probablemente serán pequeños, ya que los costos laborales directos representan una pequeña proporción de los costos de producción de los medicamentos y la demanda de medicamentos es inelástica con respecto al precio. Las subidas salariales apenas afectarán a los costos y ninguna subida que experimente el precio provocará una disminución significativa de la demanda de medicamentos.

En resumen, la elasticidad – precio de la demanda de cualquier factor será mayor (en valor absoluto),

1. cuanto mayor sea la elasticidad de sustitución de otros factores por ese factor.
2. cuanto mayor sea la proporción del costo total representada por los gastos en ese factor.
3. cuanto mayor sea la elasticidad-precio de la demanda del bien producido.

Las conclusiones son similares en el caso de la elasticidad-precio cruzada de la demanda de un factor con respecto a las variaciones del precio de algún otro. Estas relaciones se examinan en el ejemplo siguiente y se analizan más detalladamente en las extensiones de este capítulo.

5.5.1 Ejemplo de las Elasticidades de la Demanda de Factores

En la Ecuación (112), se calculó la función de demanda de trabajo de El Paraíso de las Hamburguesas, correspondiente a un nivel de producción constante:

$$L' = \frac{q^2 v^{0,5} w^{-0,5}}{1.600} \qquad (114)$$

Esta función muestra claramente que la elasticidad de la demanda con respecto al salario manteniendo constante la producción (se representa por medio de η_{LL}), es

$$\eta_{LL} = \frac{\partial L'}{\partial w} \cdot \frac{w}{L'} = \frac{\partial \ln L'}{\partial \ln w} \qquad (115)$$

En este ejemplo, se han examinado las decisiones de oferta a corto plazo y éstas implicaban elevados costos fijos. Sin embargo, estos costos son irrelevantes para las decisiones de sustitución de la empresa y desaparecen cuando se calcula la función de demanda correspondiente a un nivel de producción constante. Para generalizar el resultado,

sólo se centrará la atención en los costos variables, lo cual también permite extender el análisis al largo plazo, en que todos los costos son variables. En el caso de las Hamburguesas, los costos laborales representan la mitad de todos los costos variables. Utilizando S_L para representar esta proporción de los costos laborales correspondiente a los costos variables, es evidente en la derivada de la Ecuación (112) que:

$$\eta_{LL} = s_L - 1 = -(1 - s_L) = -0{,}5 \qquad (116)$$

Este resultado es, en realidad, un caso especial del que se muestra en las extensiones, según el cual:

$$\eta_{LL} = -(1 - s_L)\sigma \qquad (117)$$

Donde σ es la elasticidad de sustitución de la función de producción. En el caso Cobb-Douglas aquí examinado, σ=1, por lo que la Ecuación (117) se reduce a la (116). En términos más generales, como se esperaría, cuanto mayor es σ, mayor es (en valor absoluto) η_{LL}, que es el efecto-sustitución en la demanda de trabajo.

Para cuantificar los efectos que ejerce el nivel de producción en la demanda de factores, es necesario examinar la cadena de acontecimientos que hacen que la producción varíe cuando cambia el salario. Esta secuencia ya se ha formulado en la Ecuación (114). Expresándola por medio de elasticidades, se tiene que:

$$e_{L,w}(\textit{debido a variaciones de } q) = e_{L,q} \cdot e_{q,P} \cdot e_{P,CM} \cdot e_{CM,w} \qquad (118)$$

Hay dos formas de interpretar esta ecuación, dependiendo de que varíe el salario w de todas las empresas o el de una sola y, por lo tanto, de que varíe o no el precio. En el caso de las hamburguesas, se suponía que el precio del producto se mantenía constante, por lo que los dos términos intermedios de la Ecuación (118) exigen alguna interpretación. Los términos tienen un producto de -1, ya que en este ejemplo los costos marginales son una función lineal de q, como muestra la Ecuación (111). Esa ecuación también muestra que $e_{CM} = 0{,}5$. Dado que la función de producción utilizada (Ecuación (118)) muestra rendimientos decrecientes de escala a corto plazo, $e_{L,q} = 1/e_{q,L} = 2$ cuando se producen movimientos a lo largo de la senda de expansión (cuando, como en la Ecuación (109)), ambos factores variables aumentan a la vez). En suma, pues,

$$e_{L,w}(\textit{debido a variaciones de } q) = (2) \cdot (-1) \cdot (0{,}5) = -1$$

La elasticidad total de la demanda (incluido el efecto-sustitución y el efecto-producción) es:

$$e_{L,w} = -0{,}5 - 1{,}0 = -1{,}5$$

Como puede verificarse directamente en la Ecuación de la demanda (108). Cuando las variaciones de los salarios afectan a todas las empresas, la Ecuación (118) debe reinterpretarse de nuevo. A largo plazo, cuando hay rendimientos constantes de escala,

$$\begin{aligned} e_{L,q} &= 1 \\ e_{P,CM} &= 1 \\ e_{CM,w} &= s_L \end{aligned} \qquad (119)$$

Por lo que el efecto – producción puede expresarse de la forma siguiente:

$$e_{L,w}(debido\ a\ variaciones\ de\ q) = s_L \cdot e_{q,P} \qquad (120)$$

Y la elasticidad total de la demanda con respecto al salario es:

$$e_{L,w} = \eta_{LL} + s_L e_{q,P} = -(1 - s_L)\sigma + s_L e_{q,P} \qquad (121)$$

Dado que cada empresa mantiene una proporción constante de la producción de la industria, $e_{q,P}$ es idéntica a la elasticidad de mercado de la demanda de los productos de estas empresas ($e_{q,P}$). Por lo tanto, la Ecuación (121) muestra explícitamente que $e_{L,w}$ depende de los diversos factores antes mencionados. Por ejemplo, si el trabajo representa un 75% de los costos en una industria caracterizada por una función de producción Cobb-Douglas y la elasticidad de la demanda del producto de la industria es -2, $e_{L,w}$ será[=−0,25+0,75(-2)]=-1,75. Obsérvese que en este caso la elasticidad con respecto al salario depende en gran medida de la elasticidad de la demanda del bien que produce el trabajo. En cambio, en el caso de un factor que representa una pequeña proporción de los costos totales, la elasticidad de la demanda depende principalmente de la elasticidad de sustitución de otros factores por ése.

5.6 Análisis de la Productividad Marginal y Determinantes de las Participaciones de los Factores

Suponga que sólo hay una empresa que produce un bien homogéneo utilizando trabajo y capital. Su función de producción es $Q = f(K,L)$; el producto se vende al precio P en el mercado. La renta total que recibe el trabajo en el proceso de producción durante un periodo es wL, mientras que la renta total que recibe el capital es vK (donde v es el alquiler del capital). Si la empresa en cuestión es una maximizadora de los beneficios y si produce como si estuviera en un mercado perfectamente competitivo, elegirá las cantidades de capital y trabajo tales que el ingreso del producto marginal de cada factor sea igual a su precio. Por lo tanto,

$$participación\ del\ trabajo = \frac{wL}{PQ} = \frac{P \cdot PMg_L \cdot L}{PQ} = \frac{PMg_L \cdot L}{Q} \qquad (122)$$

Y

$$participación\ del\ capital = \frac{vK}{PQ} = \frac{P \cdot PMg_K \cdot K}{PQ} = \frac{PMg_K \cdot K}{Q} \qquad (123)$$

Las participaciones del capital y del trabajo dependen, pues, puramente de las propiedades técnicas de la función de producción relativas a las cantidades utilizadas de esos factores y sus respectivos productos físicos marginales. Si se conociera la forma exacta de la función de producción, sería posible predecir la conducta de las participaciones de los factores[17].

Si se está dispuesto a suponer que los mercados de factores son perfectamente competitivos (o quizá se encuentran en una situación razonablemente parecida), el concepto de elasticidad de sustitución puede ser bastante útil para analizar la conducta de las participaciones de los factores. Recuerde que la elasticidad de sustitución se definía de la forma siguiente:

$$\sigma = \frac{\Delta(K/L)\ en\ porcentaje}{\Delta(w/v)\ en\ porcentaje} \qquad (124)$$

Y se puede utilizar este parámetro para estudiar las variaciones de las participaciones relativas de los factores. Si $\sigma = 1$, la Ecuación (115) indica que w/v variará exactamente en la misma proporción que K/L. En este caso, pues, las participaciones relativas del capital y del trabajo (vK/wL) permanecen constantes. Cualquier aumento que experimente la relación capital-trabajo con el paso del tiempo será contrarrestada exactamente por un aumento de PMg_L/PMg_K ($=RMST$), lo que se traducirá en un aumento idéntico de w/v.

Cuando $\sigma > 1$, el aumento porcentual de K/L es superior al aumento porcentual de w/v y, por lo tanto, la participación del capital en la renta total aumenta cuando aumenta la relación capital – trabajo. El resultado es opuesto cuando $\sigma < 1$ (cuando la sustitución es

[17] La participación de los factores determinada competitivamente también puede interpretarse como la elasticidad de la producción con respecto al factor en cuestión. Por ejemplo, en el caso del trabajo,

$$e_{Q,L} = \frac{\partial f}{\partial L} \cdot \frac{L}{Q} = \frac{PMg_L \cdot L}{Q} = participación\ del\ trabajo$$

Este hecho suele utilizarse en los estudios empíricos del cambio técnico. Si la función de producción muestra rendimientos constantes de escala, estas participaciones suman 1. Demostración: si $f(K,L)$ muestra rendimientos constantes de escala, se sabe que:

$$f(tK,tL) = t \cdot f(tK,tL)\ para\ todo\ t > 0$$

Diferenciado con respecto a t, se tiene que:

$$f_1K + f_2L = f(K,L)$$

o sea,

$$PMg_K \cdot K + PMg_L \cdot L = f(K,L) = Q$$

Multiplicando esta ecuación por P y utilizando las relaciones de demanda de las Ecuaciones $P \cdot PMg_K = v$ y $P \cdot PMg_L = w$ se demuestra que estas participaciones suman realmente 1.

relativamente "difícil"). La participación del capital tiende a disminuir en este caso porque el precio relativo del trabajo sube rápidamente en respuesta a un aumento de la cantidad de capital por trabajador.

La elasticidad de sustitución es, pues, un útil instrumento conceptual para comprender la influencia de las variaciones de las proporciones de factores en sus participaciones. Si la sustitución de factores es relativamente fácil, el factor que aumente más deprisa elevará su participación en la renta total. Pero no tiene por qué ser así. Si la sustitución es difícil, las variaciones de las retribuciones relativas de los factores provocadas por las variaciones de las proporciones de los factores pueden invertir este resultado. Empíricamente, parece que las participaciones del trabajo y del capital en la renta total se han mantenido relativamente constantes con el paso del tiempo. Ésa es una de las razones por las que la función de producción Cobb – Douglas tiene mucho interés. Dado que es la función de producción en la que $\sigma = 1$, está de acuerdo en general con la constancia observada de las participaciones en la renta[18].

5.7 El Monopsonio en el Mercado de Factores

En muchas situaciones las empresas no son precio-aceptantes en el caso de los factores que compran; es decir, por ejemplo, la curva de oferta de trabajo a la que se enfrenta una empresa no es infinitamente elástica al salario vigente. A menudo puede ser necesario que la empresa ofrezca un salario superior al vigente para atraer más trabajadores. Para estudiar esas situaciones, es más útil examinar el caso extremo del monopsonio (un único comprador) en el mercado de trabajo. Si sólo hay un comprador en el mercado de trabajo, esta empresa se enfrenta a toda la curva de demanda del mercado. Para contratar una unidad más de trabajo, debe trasladarse a un punto más alto de esta curva de oferta, lo cual implica no sólo pagar un salario más alto al "trabajador marginal" sino salarios adicionales a los trabajadores ya empleados. El gasto marginal correspondiente a la contratación de la unidad adicional de trabajo (GM_L) es, pues, superior a su salario. Se puede demostrar este resultado matemáticamente de la manera siguiente. El costo total del trabajo para la empresa es wL. Por lo tanto, la variación de esos costos provocada por la contratación de un trabajador adicional es:

[18] La constancia de las participaciones de los factores puede demostrarse directamente con la función de producción Cobb-Douglas:

$$Q = AK^{\alpha} L^{\beta}$$

donde $\alpha+\beta=1$. Dado que

$$PMg_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \beta AK^{\alpha} L^{\beta-1}$$

$$\textit{participación del trabajo}=s_L=\frac{P \cdot PMg_L \cdot L}{PQ} = \frac{\left(\beta AK^{\alpha} L^{\beta-1}\right) \cdot L}{AK^{\alpha} L\beta} = \beta$$

Una demostración similar muestra que la participación del capital = α y, por lo tanto, las participaciones son constantes independientes de las ofertas totales de trabajo y capital.

$$GM_L = \frac{\partial wL}{\partial L} = w + L\frac{\partial w}{\partial L} \qquad (125)$$

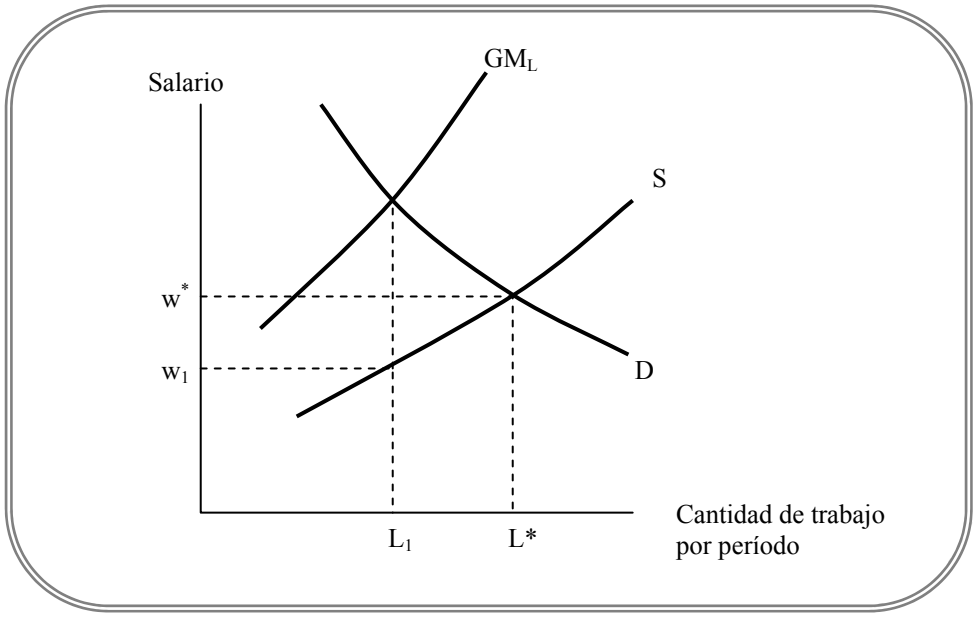
En el caso competitivo, $\partial w/\partial L=0$ y el gasto marginal de la contratación de un trabajador más es simplemente el salario de mercado, w. Sin embargo, si la empresa se enfrenta a una curva de oferta de trabajo de pendiente positiva, $\partial w/\partial L > 0$ y el gasto marginal es superior al salario. Estas ideas se resumen en la siguiente definición: El *gasto marginal* correspondiente a un factor cualquiera (GM) es el aumento que experimentan los costos totales del factor cuando se contrata una unidad más. Si la empresa se enfrenta a una curva de oferta del factor de pendiente positiva, el gasto marginal es superior al precio de mercado del factor.

Una empresa maximizadora de los beneficios contratará un factor cualquiera hasta el punto en el que su ingreso del producto marginal sea igual a su gasto marginal. Se trata simplemente de una generalización del análisis anterior de las elecciones marginalistas para cubrir el caso del poder de monopsonio en el mercado de trabajo. Cualquier alejamiento de esas elecciones provocará, al igual que antes, una reducción de los beneficios de la empresa. Por ejemplo, si $IPM_L>GM_L$, la empresa debe contratar más trabajadores, ya que esa medida elevaría los ingresos más que los costos. En cambio, si $IPM_L < GM_L$, el empleo debería reducirse, ya que de esa forma los costos disminuirían más rápidamente que los ingresos.

La Figura Nº 26 muestra la elección de la cantidad de trabajo por parte de un monopsonista. La curva de demanda de trabajo de la empresa (D) tiene pendiente negativa, como se ha demostrado[19]. En este caso, la curva GM_L correspondiente a la curva de oferta de trabajo (S) también se obtiene de una forma muy parecida a la curva de ingreso marginal correspondiente a una curva de demanda. Como S tiene pendiente positiva, la curva GM_L se encuentra en todos los puntos por encima de S. El nivel de trabajo maximizador de los beneficios del monopsomsta viene dado por L_1, pues en este nivel de factor se cumple la condición de maximización de los beneficios de la Ecuación $\partial IT/\partial L = \partial CT/\partial L$. En L_1 el salario del mercado viene dado por w_1. Obsérvese que la cantidad demandada de trabajo es menor que la que se contrataría en un mercado de trabajo perfectamente competitivo (L*). La empresa ha restringido la demanda del factor en virtud de su posición monopsonística en el mercado. En concreto, la "curva de demanda" del monopsonista consiste en un único punto que viene dado por L_1, w_1. El monopsonista ha elegido este punto por ser el más deseable de todos los puntos de la curva de oferta S. No se elegirá un punto diferente, a menos que se produzca algún cambio externo (como un desplazamiento de la demanda de producción de la empresa o un cambio de la tecnología) que afecte al ingreso del producto marginal del trabajo.

[19] La Figura Nº26 sólo pretende ser un recurso pedagógico y no puede defenderse rigurosamente. En concreto, la curva *D*, aunque se supone que representa la curva de "demanda" (o de ingreso del producto marginal) de trabajo, no tiene ningún significado preciso para el comprador monopsístico de trabajo, ya que no puede ser construida enfrentando a la empresa a un salario fijo, sino que ésta ve toda la curva de oferta, *S*, y utiliza la curva auxiliar GM_L para elegir el punto más favorable de *K*. En un sentido estricto, no existe una curva de demanda del monopsonista. Este caso es análogo al del monopolio, en el que no se podía hablar de una "curva de oferta" del monopolista.

Figura Nº 26: Mercado de Trabajo Monopsónico



5.7.1 Ejemplo de la Contratación Monopsonística

Para mostrar estos conceptos en un contexto muy sencillo, suponga que los trabajadores de una mina de carbón pueden extraer dos toneladas de carbón por hora y que éste se vende a $10 por tonelada. El ingreso del producto marginal de un minero es, pues, $20 por hora. Si la mina de carbón es la única que contrata mineros en una zona local y se enfrenta a una curva de oferta de trabajo de la forma:

$$L = 50w \qquad (127)$$

Esta empresa debe reconocer que sus decisiones de contratación afectan a los salarios. Expresando la masa salarial total en función de L,

$$wL = \frac{L^2}{50} \qquad (128)$$

El propietario de la mina puede calcular (quizá sólo implícitamente) el gasto marginal correspondiente a la contratación de mineros:

$$GM_L = \frac{\partial wL}{\partial L} = \frac{L}{25} \qquad (129)$$

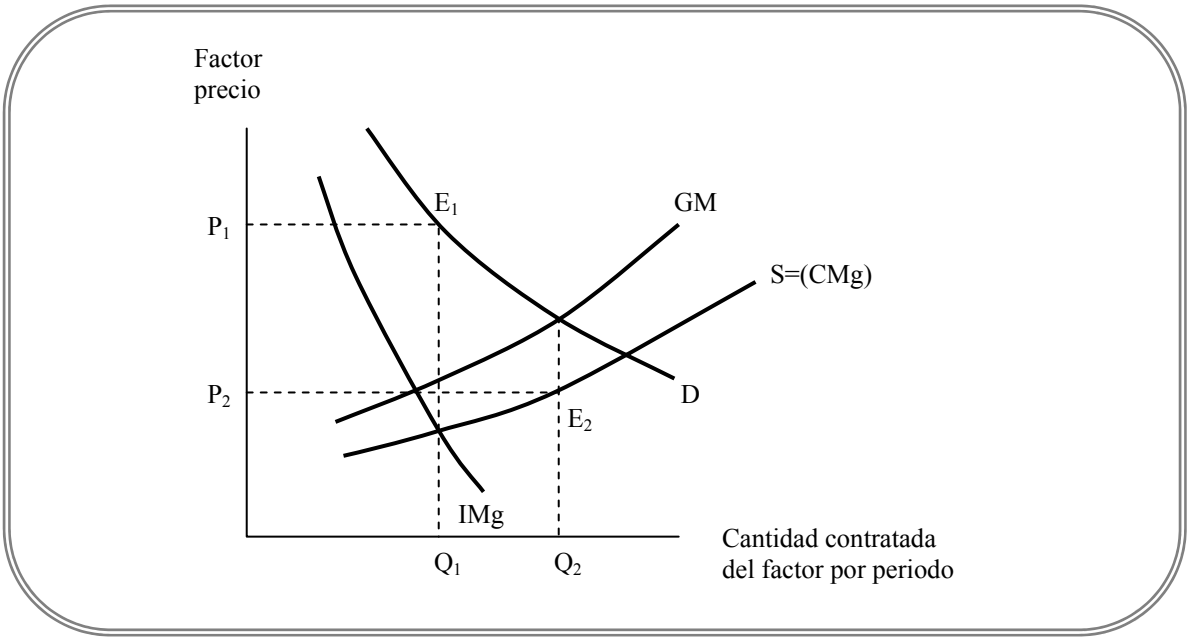
Igualando el gasto marginal y el ingreso del producto marginal de los mineros de $20, el propietario de la mina debe contratar 500 trabajadores por hora. En este nivel de empleo, el salario será de $10 por hora, es decir, sólo la mitad del valor del ingreso del producto marginal de los trabajadores. Si el propietario de la mina se hubiera visto forzado por la competencia del mercado a pagar $20 por hora, independientemente del número de mineros contratados, el mercado hubiera alcanzado el equilibrio con $L=1.000$ en lugar de los 500 contratados en condiciones monopsonísticas.

5.8 El Monopolio en la Oferta de Factores

Otra manera de que haya competencia imperfecta en los mercados de factores es que sus oferentes sean capaces de formar un monopolio. Entre los ejemplos de monopolios de ese tipo se encuentran los sindicatos de industrias que sólo pueden contratar a sus afiliados, los carteles de producción de ciertos tipos de equipo de capital y las empresas (o los países) que controlan reservas de recursos naturales. El análisis de esas situaciones es similar al de cualquier monopolio: el oferente monopolístico puede elegir un punto cualquiera de la curva de demanda del factor a la que se enfrente. Por ejemplo, un oferente monopolístico de un factor puede maximizar sus ingresos vendiendo los factores si decide producir la cantidad con la que el ingreso marginal es cero o puede elegir cualquier otro nivel de oferta del factor que genere un resultado deseable. En la medida en que con esta elección los precios de los factores sean superiores a los costos de oportunidad, obtendrá rentas de monopolio. Éstas persistirán en la medida en que pueda restringirse la entrada en el mercado de factores.

Si tanto la oferta como la demanda de un mercado de factores están monopolizadas, el resultado de mercado será indeterminado. Cada uno de los participantes puede limitar la gama de resultados que pueden obtenerse, pero el resultado real dependerá de la habilidad negociadora de las partes. La Figura 27 muestra un mercado en el que un oferente monopolístico de un factor (por ejemplo, un metal raro utilizado para producir una aleación) se enfrenta a un comprador monopsonístico de ese factor (el único productor de la aleación). El punto preferido por el monopolista se encuentra donde su costo marginal de producción (CMg) es igual al ingreso marginal (IMg) correspondiente a la demanda del metal raro. En ese punto se produciría Q_1 a un precio P_1. El equilibrio preferido monopolista está representado por E_1. En cambio, el monopsonio preferiría vender la cantidad Q_2 al precio P_2, ya que ese equilibrio (E_2) maximiza sus beneficios.

Figura Nº 27: Monopolio Bilateral



Por lo tanto, en la situación de monopolio bilateral mostrada en la Figura 27, los deseos del comprador y del vendedor están en conflicto. Ni el punto E_1 ni el E_2 son el resultado de equilibrio, por lo que las partes deben negociar para llegar a una solución.

Realice ejercicios N° 16 y 17

CLASE 11

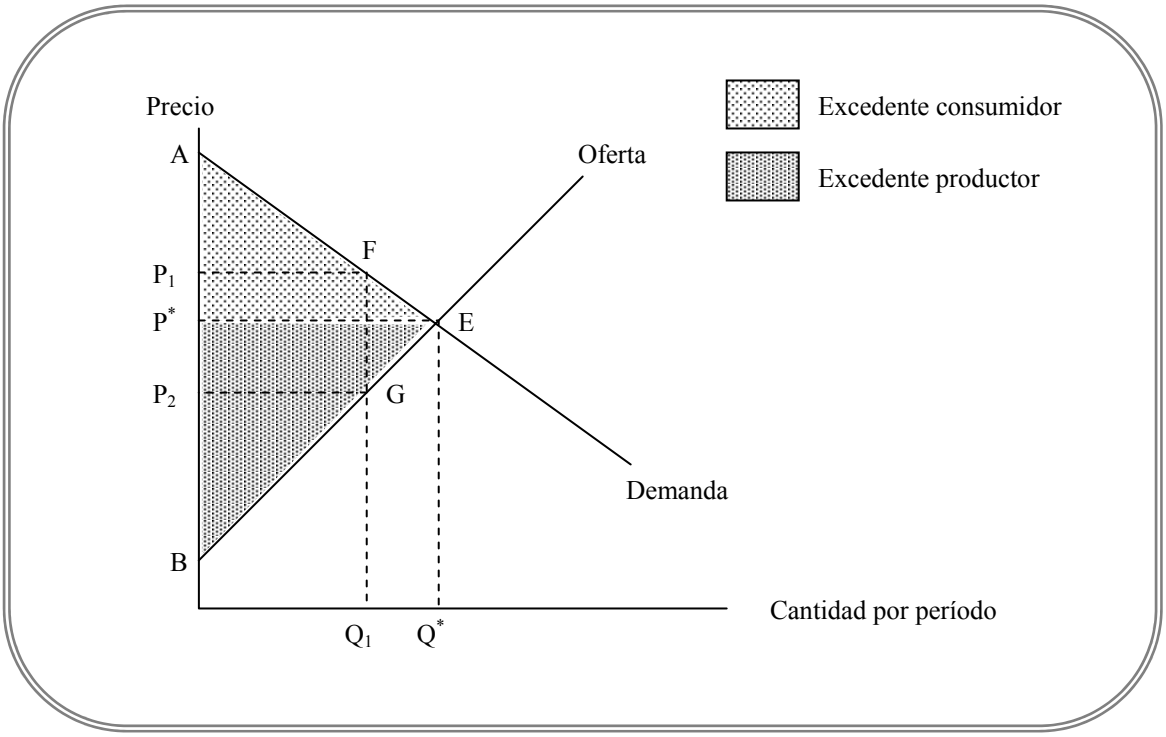
6. ANÁLISIS COMPLICADO APLICADO

Antes de comenzar este apartado se debe recordar que, gráficamente, el área situada por debajo de la curva de demanda y por encima del precio de mercado representa el excedente del consumidor, es decir, la utilidad adicional que obtienen los consumidores cuando deciden comprar un bien voluntariamente en lugar de verse obligados a pasar sin él. Asimismo, el excedente del productor es el área situada por debajo del precio de mercado y por encima de la curva de oferta a largo plazo, que representa el rendimiento adicional que obtienen los factores productivos en comparación con la situación en la que no se produce nada. En conjunto, pues, el área situada entre la curva de demanda y la de oferta representa la suma del excedente del consumidor y del productor y, por lo tanto, refleja el valor adicional total que obtienen los participantes en el mercado por poder realizar transacciones de

mercado. Parece evidente que esta área total se maximiza en el equilibrio del mercado competitivo.

La Figura Nº 28 presenta una demostración simplificada. Dada la curva de demanda y la curva de oferta a largo plazo, la suma del excedente del consumidor y del excedente del productor es la distancia AB en el caso de la primera unidad producida. El excedente total continúa aumentando conforme se produce más hasta que se alcanza el nivel de equilibrio competitivo, Q^*. Este nivel de producción se alcanza cuando el precio se encuentra en el nivel competitivo, P^*. El excedente total del consumidor está representado por el área sombreada de color claro en la figura y el excedente total del productor por el área sombreada de color más oscuro. Un nivel de producción inferior a Q^* (por ejemplo, Q_1), disminuiría el excedente total. Una prueba de esta mala asignación es que en Q_1 los demandantes valorarían una unidad adicional de producción al precio P_1, mientras que los costos marginales vendrían dados por P_2. Dado que $P_1 > P_2$, el bienestar total aumentaría claramente produciendo una unidad más. Una transacción que implicara el intercambio de esta unidad adicional a un precio cualquiera situado entre P_1 y P_2 sería mutuamente beneficiosa, es decir, ambas partes saldrían ganando.

Figura Nº 28: Excedentes del Consumidor y Productor, y Equilibrio Competitivo



La pérdida total de bienestar que se produce en el nivel de producción Q_1 está representada por el área FEG. La distribución del excedente correspondiente al nivel de producción Q_1 depende del precio (que no es de equilibrio) que esté vigente en el mercado.

Al precio P_1, el excedente del consumidor disminuiría significativamente y estaría representado por el área AFP_1, mientras que los productores podrían salir ganando, de hecho, ya que ahora el excedente del productor sería P_1FGB. A un precio bajo, como P_2, la situación se invertiría, es decir, el bienestar de los productores sería mucho menor que inicialmente. Por lo tanto, la distribución de las pérdidas de bienestar provocadas por la producción de una cantidad inferior a Q^* depende del precio al que se realicen las transacciones. Sin embargo, la magnitud de la pérdida total está representada por FEG, independientemente del precio al que se acabe llegando.

La utilización de los conceptos de excedentes del consumidor y del productor permite calcular explícitamente las pérdidas de bienestar provocadas por las restricciones de las transacciones voluntarias. En el caso de las curvas lineales de demanda y de oferta, este cálculo es especialmente sencillo, ya que las áreas de pérdida suelen ser triangulares. Por ejemplo, si la demanda (Q_D) y la oferta (Q_S) se definen como:

$$Q_D=10-P \quad \text{y} \quad Q_S=P-2$$

El equilibrio del mercado se encuentra en el punto $P^*=6$, $Q^*=4$. La restricción de la producción a $\overline{Q}=3$ provocaría una diferencia entre lo que los demandantes están dispuestos a pagar ($P_D=10 - \overline{Q}=7$) y lo que exigen los oferentes ($P_S=2+\overline{Q}=5$). La pérdida de bienestar, derivada de la restricción de las transacciones, está representada por un triángulo cuya base es 2 ($=PD - PS=7 - 5$) y cuya altura es 1 (la diferencia entre Q^* y $\overline{Q}$). Por lo tanto, la pérdida de bienestar es un peso si P se mide en pesos por unidad y Q en unidades. En términos más generales, la pérdida se mide en las unidades en las que se mida $P{\cdot}Q$.

Normalmente se pueden obtener unos resultados más realistas utilizando curvas de demanda y de oferta de elasticidad constante basadas en estudios econométricos. Por ejemplo, suponga que un modelo del mercado de automóviles americano esta definido por la demanda (Q_D) y la oferta (Q_S) de la siguiente manera,

$$Q_D = 200P^{-1,2} \quad \text{y} \quad Q_S = 1,3P$$

Donde P se expresa en miles de dólares, Q en millones de automóviles. El equilibrio del mercado viene dado por $P^*=9,87$, $Q^*=12,8$. Suponga ahora que el gobierno restringe la venta de automóviles a 11 (millones) para controlar la emisión de contaminantes. Utilizando el método triangular empleado antes se puede averiguar aproximadamente la pérdida directa de bienestar provocada por esa medida.

Si $\overline{Q} = 11$, $P_D = (200/11)^{0,83} = 11,1$, $P_S=11/1,3 = 8,46$. Por lo tanto, el "triángulo" de pérdida de bienestar viene dado por $0,5(P_D - Ps)(Q^*-\overline{Q}) = 0,5(11,1 - 8,46)(12,8 - 11) = 2,28$. En este caso, las unidades son el resultado de multiplicar P por Q: miles de millones de dólares.

El valor aproximado[20] de la pérdida de bienestar es, pues, de 2.400 millones de dólares, cifra que podría sopesarse con la ganancia esperada del control de las emisiones.

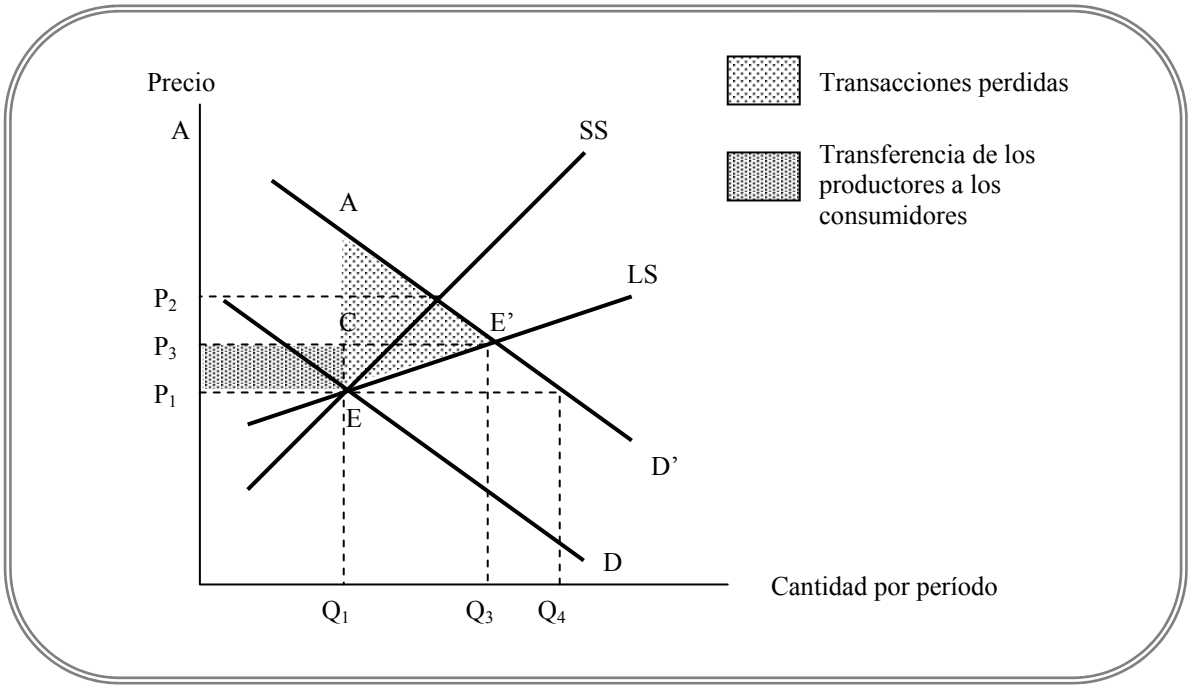
En el caso de los automóviles, la pérdida de bienestar se reparte más o menos por igual entre los consumidores y los productores. La pérdida de los consumidores es aproximadamente: $0{,}5(P_D - P^*)(Q^* - \overline{Q}) = 0{,}5(11{,}1 - 9{,}87)(12{,}8 - 11) = 1{,}05$; la de los productores: $0{,}5(9{,}87 - 8{,}46)(12{,}8 - 11) = 1{,}20$. Dado que la elasticidad-precio de la demanda es algo mayor (en valor absoluto) que la elasticidad-precio de la oferta, los consumidores incurren en algo menos de la mitad de la pérdida y los productores en algo más de la mitad. Con una curva de demanda aún más elástica con respecto al precio, los consumidores incurrirían en una pérdida aún menor.

6.1 El Control de los Precios y la Escasez

A veces los gobiernos tratan de controlar los precios y fijarlos en un nivel inferior al de equilibrio. Aunque la adopción de ese tipo de medida se base en motivos nobles, los controles impiden que la oferta responda a largo plazo y causan pérdidas de bienestar tanto a los consumidores como a los productores. La Figura Nº 29 muestra un sencillo análisis de esta posibilidad. Inicialmente, el mercado se encuentra en equilibrio a largo plazo en P_1, Q_1 (punto E). Un aumento de la demanda de D a D' provocaría una subida del precio a P_2 a corto plazo y fomentaría la entrada de nuevas empresas. Suponiendo que este mercado se caracteriza por tener costos crecientes (lo que se refleja en la curva de oferta a largo plazo LS de pendiente positiva), el precio bajaría algo como consecuencia de esta entrada, situándose finalmente en P_3. Si estas variaciones de los precios se consideraran poco deseables, el gobierno podría impedirlas en principio imponiendo un precio máximo legalmente vinculante, P_1. Esta medida haría que las empresas continuaran ofreciendo su nivel de producción anterior (Q_1) y como ahora al precio P_1 los demandantes querrían comprar Q_4, habría una escasez representada por Q_4-Q_1.

[20] Es posible estimar de una forma más precisa la pérdida integrando $P_D - P_S$ en el intervalo que va de Q=11 a Q=12,8. Con unas curvas exponenciales de demanda y de oferta, esta integración suele ser bastante sencilla. En el presente caso, la técnica da una pérdida estimada de bienestar de 2,28, lo que indica que la aproximación triangular no es excesivamente insatisfactoria, incluso cuando las variaciones de los precios son relativamente grandes. En los análisis posteriores se utilizarán esas aproximaciones.

Figura Nº 29: Control de Precios y Escasez



Las consecuencias de esta medida de control de los precios para el bienestar, pueden evaluarse comparando las medidas del excedente del consumidor y del productor existentes con esta política y las que existirían en ausencia de controles. En primer lugar, los compradores de Q_1 obtienen el excedente del consumidor representado por el área P_3CEP_1, ya que pueden comprar este bien a un precio inferior al que existiría en un mercado en el que no hubiera ningún control. Esta ganancia refleja una transferencia pura de los productores de la cantidad de excedente del productor que habría en ausencia de controles. Lo que obtienen los consumidores actuales gracias a la reducción del precio, es lo que pierden los productores. Aunque esta transferencia no representa una pérdida de bienestar global, afecta claramente al bienestar relativo de los participantes en el mercado.

En segundo lugar, el área $AE'C$ representa el valor del excedente adicional del consumidor que se habría obtenido sin controles. Asimismo, el área $CE'E$ refleja el excedente adicional del productor que se habría obtenido en ausencia de controles. Estas dos áreas (es decir, el área $AE'E$) representan conjuntamente el valor total de las transacciones mutuamente beneficiosas que no pueden realizarse debido a la política del gobierno de controlar el precio. Es, pues, una medida de los costos puros de bienestar de esa política.

El análisis de bienestar representado en la Figura 29 también sugiere algunos de los tipos de conducta que cabría esperar como consecuencia de la política de control de los precios. Suponiendo que los resultados observados en el mercado son generados por

$$Q(P_1) = min[Q_D(P_1), Q_S(P_1)] \qquad (130)$$

Los oferentes estarán satisfechos con este resultado, pero los demandantes no, ya que se verán obligados a aceptar una situación de exceso de demanda. Tienen un incentivo para mostrar su insatisfacción a los oferentes subiendo sus ofertas de precios. Esas ofertas no sólo pueden inducir a los oferentes existentes a realizar transacciones ilegales a unos precios superiores a los permitidos, sino también a las nuevas empresas. Es este tipo de actividad el que provoca la existencia de mercados negros en la mayoría de los casos en que se controlan los precios. Resulta difícil plasmar en un modelo las transacciones resultantes por dos motivos. En primer lugar, pueden significar una conducta que no acepta los precios, ya que el precio de cada transacción debe negociarse individualmente en lugar de ser fijado por "el mercado". En segundo lugar, las transacciones realizadas en situaciones de desequilibrio suelen implicar la existencia de información imperfecta, ya qué cualquier par de participantes en el mercado generalmente no sabe qué otras transacciones están realizándose, aunque afecten a su bienestar al alterar las opciones existentes. Se han realizado algunos progresos en la plasmación de esa conducta de desequilibrio en un modelo, utilizando las técnicas de la teoría de los juegos, tema que no se abordarán en la unidad, sin embargo, no se han obtenido unos resultados muy generales, salvo la predicción obvia de que las transacciones se realizarán a unos precios superiores al máximo fijado. Los tipos de transacciones ilegales que se realicen, dependerán de los detalles institucionales específicos de la situación.

6.2 Incidencia de los Impuestos en el Bienestar

La manera más fácil de estudiar los efectos de los impuestos es utilizar el modelo matemático de oferta y demanda. Sin embargo, es necesario hacer una distinción entre el precio pagado por los demandantes (P_D) y el que perciben los oferentes (P_S), ya que un impuesto unitario (t) introduce una "brecha" entre estas dos magnitudes de la forma:

$$P_D - P_S = t \qquad (131)$$

O utilizando las pequeñas variaciones de los precios que se desean examinar,

$$dP_D - dP_S = dt \qquad (132)$$

Para que se mantenga el equilibrio en el mercado, es necesario que $dQ_D = dQ_S$, es decir,

$$D_p dP_D = S_p dP_S \qquad (133)$$

Donde D_p, S_p, son las derivadas con respecto al precio de las funciones de demanda y de oferta, respectivamente. Se pueden utilizar las Ecuaciones (132) y (133) para encontrar el efecto que produce el impuesto en P_D:

$$D_p dP_D = S_p dP_S = S_p (dP_D - dt) \qquad (134)$$

Por lo tanto,

$$\frac{dP_D}{dt} = \frac{S_p}{S_p - D_p} = \frac{e_S}{e_S - e_D} \qquad (135)$$

Donde e_S y e_D representan las elasticidades-precio de la oferta y la demanda, respectivamente, y la ecuación final se obtiene multiplicando el numerador y el denominador por P/Q. Realizando algunas manipulaciones similares con la variación del precio de oferta, se tiene que:

$$\frac{dP_S}{dt} = \frac{e_D}{e_S - e_D} \qquad (136)$$

Dado que $e_D \leq 0$, $e_S \geq 0$, estos cálculos dan los obvios resultados siguientes:

$$\frac{dP_D}{dt} \geq 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{dP_S}{dt} \leq 0 \qquad (137)$$

Si $e_D = 0$ (la demanda es perfectamente inelástica), $dP_D/dt = 1$ y el impuesto por unidad es pagado totalmente por los demandantes. En cambio, si $e_D = -\infty$, $dP_S/dt = -1$ y el impuesto es pagado totalmente por los productores. En términos más generales, dividiendo la Ecuación (136) por la (135), se tiene que:

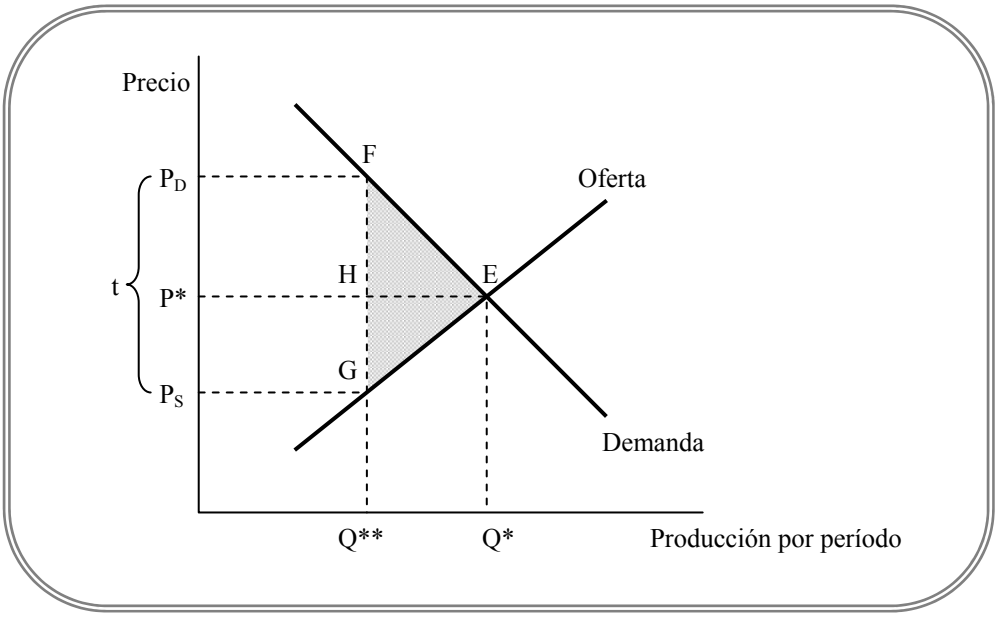
$$-\frac{dP_S/dt}{dP_D/dt} = -\frac{e_D}{e_S} \qquad (138)$$

Esta ecuación muestra que el agente que tiene las respuestas menos elásticas (en valor absoluto) experimenta la mayor parte de la variación del precio provocada por el impuesto.

La Figura Nº 30 permite realizar un análisis simplificado de la cuestión de la incidencia de los impuestos desde el punto de vista del bienestar. La introducción del impuesto unitario, t, crea una brecha vertical entre la curva de oferta y la de demanda y la cantidad intercambiada disminuye a Q^{**}. Los demandantes incurren en una pérdida de excedente del consumidor representada por el área P_DFEP^*, de la cual P_DFHP^* se transfiere al Estado, lo que constituye una parte de los ingresos fiscales totales. El resto de los ingresos fiscales totales (P^*HGP_S) es pagado por los productores, que incurren en una pérdida total de excedente del productor representada por el área P^*EGP_S. Obsérvese que la reducción del excedente conjunto del consumidor y del productor es superior a los ingresos fiscales totales en el área FEG. Esta área representa una pérdida "irrecuperable" que se debe a que el impuesto reduce los incentivos para realizar algunas transacciones mutuamente beneficiosas. En general, las elasticidades-precio afectan a las dimensiones de todas las áreas representadas en la Figura Nº 30. Para averiguar la incidencia final de la proporción

del impuesto pagada por los productores, sería necesario analizar explícitamente los mercados de factores: la carga del impuesto se traduciría en una reducción de las rentas económicas obtenidas por los factores cuya oferta fuera relativamente inelástica.

Figura Nº 30: Incidencia de los Impuestos



Todos los impuestos que no son de cuantía fija provocan pérdidas irrecuperables porque alteran la conducta de los agentes económicos. La magnitud de estas pérdidas depende de una manera bastante compleja de las elasticidades de la demanda y de la oferta del mercado. Una aproximación lineal de la pérdida irrecuperable (PI) causada por un pequeño impuesto, dt, es la siguiente:

$$PI = -0{,}5(dt)(dQ) \qquad (139)$$

Pero de acuerdo con la definición de elasticidad, se sabe que:

$$dQ = e_D dP_D \cdot Q_0 / P_0 \qquad (140)$$

Donde Q_0 y P_0 son los valores de la cantidad y del precio, respectivamente, antes de la introducción del impuesto. Combinando las Ecuaciones (140) y (135), se tiene que:

$$dQ = e_D \left[e_S / (e_S - e_D) \right] dt \, Q_0 / P_0 \qquad (141)$$

Introduciendo este resultado en la Ecuación $Q_S = 1{,}3P$, se obtiene la expresión final de la pérdida:

$$PI = -05\left(\frac{dt}{P_0}\right)^2 [e_D e_S / (e_S - e_D)] P_0 Q_0 \qquad (142)$$

Es evidente que las pérdidas irrecuperables son nulas en los casos en los que o e_D o e_S es cero, ya que en ese caso el impuesto no altera la cantidad intercambiada del bien. En términos más generales, las pérdidas irrecuperables son menores en las situaciones en las que el valor de e_D y el de e_S es bajo. En principio, se puede utilizar la Ecuación (142) para evaluar las pérdidas irrecuperables que provoca cualquier sistema tributario complejo. Esta información podría aportar algunas ideas sobre la manera en que podría elaborarse un sistema tributario que minimizara la "carga excesiva" global que implica la recaudación de la cantidad necesaria de ingresos fiscales.

6.2.1 Ejemplo de Cálculo de la Pérdida Irrecuperable

Anteriormente se examinó la pérdida de excedente del consumidor y del productor que se producía cuando las ventas de automóviles se reducen de su nivel de equilibrio de 12,8 (millones) a 11 (millones). Un impuesto sobre los automóviles de $2.640 (es decir, 2,64 miles de dólares) logra esta reducción, ya que introduce exactamente la brecha entre el precio de demanda y el de oferta que se ha calculado antes. Dado que $e_D = 11{,}2$ y $e_S = 1{,}0$ en las funciones de demanda y oferta presentadas anteriormente, y que el gasto inicial en automóviles es de $126 (miles de millones) aproximadamente, la Ecuación (142) predice que la pérdida irrecuperable provocada por el impuesto sobre los automóviles es:

$$PI = 0{,}5\left(\frac{2{,}64}{9{,}87}\right)^2\left(\frac{1{,}2}{2{,}2}\right)(126) = 246 \qquad (143)$$

Esta pérdida de 2,46 miles de millones de dólares es aproximadamente igual que la pérdida provocada por el control de las emisiones y calculada anteriormente. Al contrastarse con la recaudación total de impuestos, que en este caso asciende a 29.000 millones de dólares (2.640 por automóvil multiplicado por 11 millones de automóviles en el equilibrio después de impuestos). En este caso, la pérdida irrecuperable es igual aproximadamente a un 8% de los ingresos fiscales totales recaudados.

Un aumento adicional del impuesto (carga marginal) sobre los automóviles sería relativamente más costoso desde el punto de vista de la pérdida irrecuperable. Suponga que el gobierno decide redondear hacia arriba el impuesto sobre los automóviles y fijarlo en $3.000 por automóvil. En este caso, las ventas de automóviles descenderían a unos 10,7 (millones). La recaudación de impuestos seria de 32.100 millones, lo que representa un aumento de 3.100 millones con respecto a la cantidad calculada antes. Se puede utilizar la Ecuación (143) para mostrar que ahora la pérdida irrecuperable asciende a 3,71 miles de millones de dólares, lo que representa un aumento de 0,71 miles de millones con respecto a

las pérdidas experimentadas con un impuesto más bajo. En el margen, pues, las pérdidas irrecuperables adicionales representan alrededor de 23 (=0,72/3,1) por 100 de los ingresos adicionales recaudados. Por lo tanto, los cálculos de la carga excesiva marginal y media pueden ser muy diferentes.

Aunque se ha analizado esta cuestión, basándose en la teoría de la incidencia de los impuestos, los modelos que tienen en cuenta la existencia de una brecha entre los precios de los compradores y los precios de los vendedores tienen algunas otras aplicaciones en economía. Tal vez la más importante se refiera a los *costos que conllevan las transacciones* de mercado. En algunos casos, éstos pueden ser explícitos. Por ejemplo, la mayoría de las transacciones inmobiliarias se realizan a través de un agente, que cobra una comisión por poner en contacto al comprador y al vendedor. También se cobran comisiones explícitas por las transacciones en la compraventa de acciones y bonos, de barcos y aviones y de casi todo lo que se vende en subastas. En todos estos casos, los compradores y los vendedores están dispuestos a pagar una comisión explicita a un agente que facilita la transacción. En otros casos, los costos de las transacciones pueden ser en gran medida implícitos. Las personas que tratan de comprar un automóvil usado, por ejemplo, dedican mucho tiempo y esfuerzo a leer los anuncios por palabras y a examinar los vehículos y estas actividades equivalen a un costo implícito de la transacción.

En la medida en que los costos de las transacciones sean unitarios (como lo son en los ejemplos de la propiedad inmobiliaria, los títulos y las subastas), el ejemplo anterior de los impuestos se aplica exactamente. Desde el punto de vista de los compradores y de los vendedores, da lo mismo que t represente un impuesto unitario que una comisión unitaria por las transacciones, ya que el análisis de la influencia de la comisión en el mercado es idéntico. Es decir, la comisión se reparte entre los compradores y los vendedores, dependiendo de las elasticidades. El volumen de intercambios será menor que si no existieran esas comisiones[21]. Sin embargo, el análisis sería distinto si los costos de las transacciones fueran una cantidad fija por transacción. En este caso, los individuos tratarían de reducir el número de transacciones realizadas, pero la existencia de la comisión no afectaría al propio equilibrio de la oferta y la demanda. Por ejemplo, el costo de desplazarse al supermercado es principalmente un costo de transacción de cuantía fija en el que se incurre al realizar la compra de alimentos. La existencia de un costo de ese tipo puede no afectar significativamente al precio de los productos alimenticios o a la cantidad consumida de alimentos (a menos que induzca a los consumidores a cultivar sus propios productos), pero llevará a los consumidores a acudir con menos frecuencia al supermercado, a adquirir cantidades mayores de cada vez y a tener en casa más existencias de alimentos de las que tendrían si no existiera ese costo.

[21] Este análisis no tiene en cuenta los posibles beneficios que obtienen los agentes. En la medida en que estos servicios sean valiosos para las partes que intervienen en la transacción, las curvas de demanda y de oferta se desplazarán hacia fuera para reflejar este valor. Por lo tanto, el volumen de intercambios puede aumentar, de hecho, con la existencia de servicios que faciliten las transacciones, aunque los costos de esos servicios continúen creando una brecha entre los precios de los vendedores y los precios de los compradores.

En términos generales, los impuestos o los costos de las transacciones pueden afectar a algunos atributos de las transacciones más que a otros. En el modelo formal, se ha supuesto que esos costos se basaban únicamente en la cantidad física de bienes vendidos. El deseo, tanto de los oferentes como de los demandantes, de minimizar los costos los llevaba a reducir la cantidad intercambiada. Cuando en las transacciones hay varias dimensiones (como la calidad, el riesgo y el momento de realizarlas), los impuestos o los costos de las transacciones pueden afectar a algunas de estas dimensiones o a todas dependiendo de la base que se utilice exactamente para evaluar los costos. Por ejemplo, un impuesto sobre la cantidad puede llevar a las empresas a mejorar la calidad del producto o unos costos de transacción basados en la información pueden animarlas a producir bienes estandarizados y menos arriesgados. Asimismo, un costo por transacción (los costos del desplazamiento a la tienda) puede llevar a los individuos a hacer menos transacciones, pero mayores (y a tener más existencias). Las posibilidades de que se realicen estas distintas sustituciones dependen evidentemente de las circunstancias concretas de la transacción.

CLASE 12

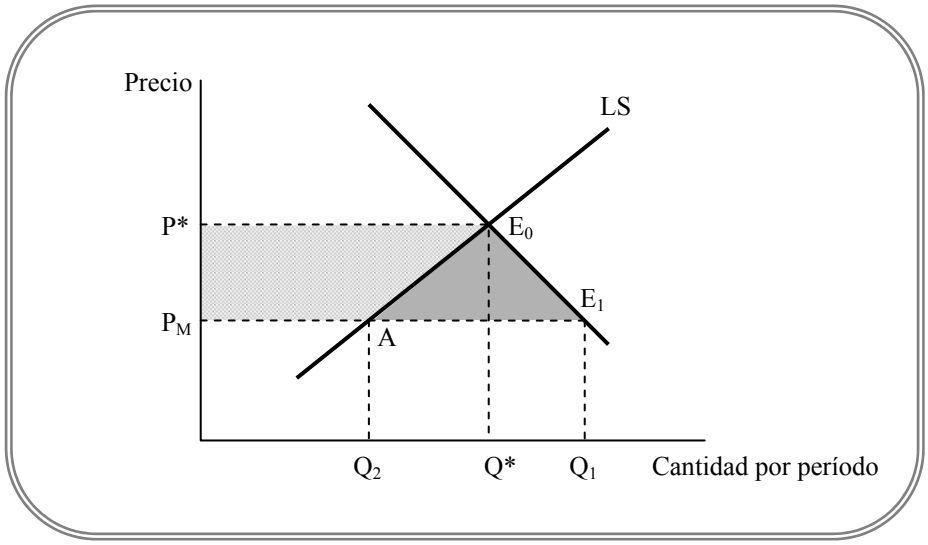
6.3 Restricciones del Comercio

Las restricciones del flujo de bienes En el comercio internacional tienen consecuencias similares a las que acabamos de examinar en el caso de los impuestos. Los obstáculos que impiden el libre comercio pueden reducir las transacciones mutuamente beneficiosas y provocar toda una variedad de transferencias entre las distintas partes. Una vez más, el modelo competitivo de oferta y demanda se utiliza frecuentemente para estudiar estos efectos.

La Figura Nº 31 muestra las curvas de demanda y oferta interiores de un determinado bien, por ejemplo, calzado. En ausencia de comercio internacional, el precio interior de equilibrio del calzado sería P^* y la cantidad Q^*. Aunque este equilibrio agotaría todas las transacciones mutuamente beneficiosas entre los productores interiores de calzado y los demandantes interiores, la apertura del comercio internacional presenta algunas otras opciones. Si los precios mundiales del calzado, P_M, son inferiores al interior, P^*, la apertura del comercio hará que los precios desciendan hasta este nivel mundial[22] Este descenso del precio hace que la cantidad demandada aumente a Q_1, mientras que la cantidad ofrecida por los productores interiores disminuye a Q_2. El calzado importado es $Q_1 - Q_2$, es decir, el calzado que no ofrecen los productores interiores al precio mundial.

[22] En nuestro análisis supondremos que este país es un precio-aceptante en el mercado mundial y puede comprar todas las importaciones que deseen sin influir en el precio, P_M.

Figura Nº 31: Efecto del Comercio Internacional en el Bienestar



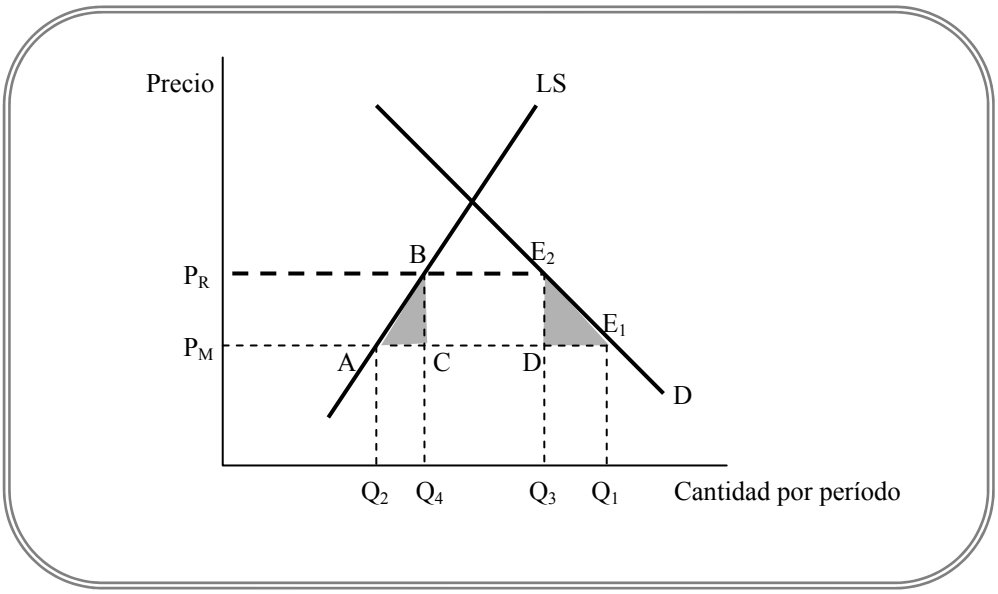
El desplazamiento del equilibrio del mercado de E_0 a E_1, provoca un gran incremento del excedente del consumidor representado por el área $P^*E_0E_1P_M$. Una parte de esta ganancia refleja una transferencia de los productores interiores de calzado (área $P^*E_0AP_M$) y una parte representa un aumento inequívoco del bienestar (área E_0E_1A). En este caso, la fuente de las ganancias de los consumidores es evidente: los compradores consiguen calzado a un precio inferior al que estaba vigente antes en el mercado interior. Al igual que ocurría en el análisis anterior de los impuestos, quienes experimentan las pérdidas de excedente del productor son los factores que dan a la curva de oferta a largo plazo su pendiente positiva. Por ejemplo, si la industria interior de calzado experimenta costos crecientes, debido a que los salarios de los trabajadores del sector suben a medida que aumenta la producción de la industria, la disminución que experimenta la producción de Q^* a Q_2 como consecuencia del comercio invertirá este proceso, lo que provocará un descenso de los salarios de los trabajadores.

Es improbable que los trabajadores del sector del calzado permitan una pérdida salarial como consecuencia de las importaciones de calzado. Presionarán al gobierno para que los proteja de la inundación de calzado importado. Dado que son relativamente pocas personas las que experimentan la pérdida de excedente del productor, mientras que las ganancias que reporta el comercio a los consumidores se reparten entre muchos compradores de calzado, los trabajadores de la industria pueden tener muchos más incentivos para organizarse y oponerse a las importaciones que los consumidores para mantener abierto el comercio. El resultado puede ser la adopción de medidas proteccionistas.

Históricamente, el tipo más importante de protección que se ha empleado ha sido el *arancel*, que es un impuesto sobre el bien importado. La Figura Nº 32, muestra los efectos de este tipo de impuesto. Ahora las comparaciones comienzan con el equilibrio de libre

comercio, E_1. La introducción de un arancel unitario sobre el calzado de cuantía t pagadero por los compradores interiores eleva el precio efectivo a $P_M + t = P_R$. Esta subida del precio hace que la cantidad demandada baje de Q_1 a Q_3, mientras que la producción interior aumenta de Q_2 a Q_4. La cantidad total de importaciones de calzado disminuye de $Q_1 - Q_2$ a $Q_3 - Q_4$. Dado que ahora cada par importado de zapatos está sujeto a un arancel, los ingresos arancelarios totales están representados por el área BE_2DC, que es igual a $t(Q_3 - Q_4)$.

Figura Nº 32: Efectos de un Arancel



La introducción de un arancel sobre el calzado importado produce diversos efectos en el bienestar. El excedente total del consumidor se reduce en el área $P_RE_2E_1P_M$. Una parte, como hemos visto, se traduce en un aumento de los ingresos arancelarios y otra en un aumento del excedente de los productores interiores (área P_RBAP_M). Los triángulos BCA y E_2E_1D representan las pérdidas de excedente del consumidor que no se transfieren a nadie; son una pérdida irrecuperable provocada por el arancel y similares a la carga excesiva que impone un impuesto cualquiera. Todas estas áreas pueden medirse si se dispone de buenas estimaciones empíricas de las elasticidades de la oferta y la demanda interiores de bienes importados, como se mostrará a continuación.

6.3.1 Estimaciones Cuantitativas de las Pérdidas Irrecuperables

Es fácil estimar las dimensiones del triángulo de la pérdida irrecuperable de la Figura Nº 32. Dado que $P_R = (1+t)\ P_M$, la variación proporcional de la cantidad demandada provocada por esta subida del precio viene dada por:

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_1} = \frac{P_R - P_M}{P_M} \cdot e_D = te_D \qquad (144)$$

Y el área del triángulo E_2E_1D por:

$$PI_1 = 0{,}5(P_R - P_M)(Q_1 - Q_3) = -0{,}5t^2 e_D P_M Q_1 \qquad (145)$$

Asimismo, la pérdida de excedente del consumidor representada por el área BCA viene dada por

$$PI_2 = 0{,}5(P_R - P_M)(Q_4 - Q_2) = -0{,}5t^2 e_S P_M Q_2 \qquad (146)$$

Obsérvese que los valores de PI_1 y PI_2 son funciones convexas del arancel (t) y cada uno depende del valor inicial de los ingresos totales. Cuando las importaciones representan inicialmente una gran proporción del mercado interior y e_D y e_S son de magnitud similar (en valor absoluto), eso sugiere que PI_1 generalmente será la pérdida irrecuperable mayor de las dos. Estas también pueden ser a veces grandes en relación con las transferencias totales a los productores (área P_RBAP_M), lo que da lugar a estimaciones bastante elevadas de los "costos" de algunos aranceles en relación con el valor de los beneficios relacionados con el aumento de la producción.

En los últimos años, los aranceles han comenzado a desempeñar un papel mucho menor en el comercio internacional. Se han reducido gradualmente como consecuencia de las negociaciones del Acuerdo General de Aranceles y Comercio (GATT). La reducción de los aranceles no ha significado, sin embargo, una disminución del proteccionismo. Han sido sustituidos por una serie de medidas restrictivas, entre las que se encuentran los contingentes, las restricciones "voluntarias" de las exportaciones y la regulación, aparentemente beneficiosa, de la salud, la seguridad y el medio ambiente. Muchos de estos nuevos tipos de restricción pueden analizarse adaptando el modelo de los aranceles que ya se ha analizado en la Figura Nº 32.

Un contingente que limita las importaciones a Q_3 - Q_4 produce unos efectos muy parecidos a los que se muestran en la figura: el precio de mercado sube a P_R; se produce una transferencia considerable de los consumidores a los productores interiores (área P_RBAP_M) y unas pérdidas irrecuperables representadas por los triángulos BCA y E_2E_1D. Sin embargo, con un contingente el Estado no recauda ningún ingreso, por lo que la pérdida de

excedente del consumidor representada por el área BE_2DC debe ir a otra parte. Puede ser recogida por los propietarios de licencias de importación o por los productores extranjeros, dependiendo de cómo se repartan los derechos de adquisición del contingente.

Las restricciones no cuantitativas, como las inspecciones o los controles de calidad también imponen costos y retrasos que pueden concebirse como un arancel "implícito" sobre las importaciones. Por ejemplo, durante algún tiempo todos los bates de béisbol de aluminio que eran importados tuvieron que ser comprobados por las autoridades de la liga, lo que elevó su precio en relación con bates producidos por los japoneses. La Figura Nº32 puede adaptarse fácilmente para mostrar los efectos de estos frecuentes y costosos obstáculos al comercio.

Estos distintos aspectos de la política comercial pueden ser vistos con el modelo simplificado del mercado de automóviles. Como se mostró anteriormente, con una función de demanda y de oferta:

$$Q_D = 200P^{-1,2} \qquad \text{y} \qquad Q_S = 1,3P$$

El mercado interior tiene un equilibrio a largo plazo de $P^* = 9,87$ y $Q^* = 12,8$. Si hubiera automóviles a un precio mundial de 9 (mil dólares), la demanda aumentaría a $Q_D = 14,3$, mientras que la oferta interior se reduciría a $Q_S = 11,7$. Las importaciones ascenderían, entonces, a 2,6 (millones) automóviles. Los consumidores saldrían ganando considerablemente si pudieran comprar automóviles importados (el excedente del consumidor aumentaría alrededor de 11.800 millones de dólares), aunque una parte significativa de esta ganancia (10.700 millones) representaría una transferencia de los productores interiores a los extranjeros.

Si la presión de los productores interiores lleva al gobierno a adoptar, por ejemplo, un arancel de $500, el precio mundial de los automóviles subirá a 9,5 (miles de dólares), la cantidad demandada disminuirá (a 13,4) y la oferta interior aumentará (a 12,4). Las importaciones se reducirá a 1,0 (millones) automóviles. Los efectos que producen estos cambios en el bienestar pueden calcularse directamente o estimarse de una forma aproximada por medio de las expresiones de las Ecuaciones 145 y 146. Calculando directamente PI_1, se tiene que[23]:

$$PI_1 = 0,5(0,5)(14,3 - 13,4) = 0,225 \qquad (147)$$

Y calculando directamente PI_2, se tiene que:

$$PI_2 = 0,5(0,5)(12,4 - 11,7) = 0,175 \qquad (148)$$

[23] Dado que en este caso el arancel es aproximadamente t=0,055, la Ecuación (145) da un valor aproximado de PI_1 de 0,234, mientras que la Ecuación (146) muestra que $PI_2 = 0,159$. La pérdida irrecuperable total estimada es del orden de 400 millones.

Por lo tanto, la pérdida irrecuperable total provocada por el arancel (400 millones) es aproximadamente igual a los ingresos arancelarios totales (500 millones).

Un contingente sobre las importaciones de automóviles de 1 millón de automóviles produciría los mismos efectos que un arancel de $500. El precio de equilibrio subiría en $500 y se produciría una gran transferencia de los consumidores interiores a los productores interiores. Las pérdidas irrecuperables de 400 millones de dólares también serían las mismas que antes. Sin embargo, ahora no habría ningún ingreso arancelario. La pérdida de excedente del consumidor de 500 millones se transferiría, en cambio, a quien pudiera apropiarse de los derechos para importar automóviles. Dado que el derecho a importar un automóvil vale $500, parece probable que haya mucho interés en adquirir esos derechos.

Realice ejercicios N° 18 al 21