FINANZAS II

iPLACEX
instituto profesional

CLASE 01

1. ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

El cambiante mundo de las finanzas, ha obligado a los administradores financieros a comprender que la eficacia de sus decisiones afectará en gran medida el curso de la empresa. Además, las actuales condiciones de competitividad entre las empresas, los niveles cada vez más exigentes de productividad y la importancia que se le otorga al talento humano que conforma una organización, han provocado que el administrador financiero sea el que deba conocer mucho de negociaciones, participar activamente en las decisiones de mercadeo, apoyar a toda su fuerza productiva y mantener estimulado todos sus frentes de trabajo.

1.1. Definiciones y Conceptos de Administración Financiera

En la literatura, es posible encontrar diferentes definiciones de Administración Financiera, para efectos de nuestro aprendizaje sólo estudiaremos dos. Las que a continuación se presentan:

Administración Financiera

Es aquella parte de la administración que resguarda los recursos financieros de la empresa; en donde los dos aspectos centrales de esta área de la administración son la rentabilidad y la liquidez, de los recursos financieros de la empresa. De acuerdo a lo anterior, se puede concluir que la administración financiera busca lograr que los recursos financieros de una empresa sean lucrativos y líquidos al mismo tiempo.

Es el área de la administración que se encarga de ciertos aspectos específicos de una organización y que varían de acuerdo con la naturaleza de cada función que se realiza al interior de la empresa. Las funciones básicas que desarrolla la administración financiera, para una empresa, son: la inversión, el financiamiento y las decisiones sobre los dividendos de ésta.

La "Administración Financiera" actual no debe estar limitada a la utilización de formatos preestablecidos, ni al uso de manuales de procedimientos rígidos. Para salvar estos obstáculos, se debe incorporar dentro de las tareas de la administración financiera, el uso de la informática, cuyo propósito principal es simplificar el trabajo de manera significativa y, a través de este medio, obtener las cosas y medios de manera más sencillas, suprimiendo pasos y/o personas que no sean necesarias de acuerdo a la labor a realizar.

Es así como, debido al gran avance de la informática, la forma de realizar la administración financiera ha cambiado, esto con el fin de no seguir sujeta a formatos innecesarios para realizar los procedimientos y tareas dentro de la organización; con el uso de la informática, se ha podido simplificar el trabajo a través de las redes de información, asimismo es posible poder acelerar y revolucionar procesos que antiguamente eran realizados lentamente. Por lo tanto, constituye una herramienta de gran importancia para la realización de sus actividades cotidianas, ya que mediante ella se puede procesar más rápidamente la información financiera.

El concepto de "Gerencia Financiera", ha tomado relevancia con el tiempo y la evolución de la administración, que se hace esencial conocer la definición de este cargo dentro de la estructura actual de la empresa. La "Gerencia Financiera", se encarga de la eficiente administración del capital de trabajo dentro de un equilibrio de los criterios de riesgo y rentabilidad; además de orientar la estrategia financiera para garantizar la disponibilidad de fuentes de financiación y proporcionar el debido registro de las operaciones como herramientas de control de la gestión de la Empresa.

La relación entre el nuevo cargo estructural de la "Gerencia Financiera", que las empresas ha adoptado, y la administración financiera, se puede observar en que la gestión financiera esta íntimamente relacionada con la toma de decisiones relativas al tamaño y composición de los activos (nivel de inversión), al nivel y estructura del financiamiento y a la política de dividendos.

Las "Finanzas Corporativas" (Corporate Finance), se centran en la forma en la que las empresas pueden crear valor y mantenerlo a través del uso eficiente de los recursos financieros. La cual se subdivide en tres partes:

- Las decisiones de inversión, que se centran en el estudio de los activos[1] reales (tangibles o intangibles) en los que la empresa debería invertir;

- Las decisiones de financiamiento, que estudian la obtención de fondos (provenientes de los inversores o fuentes externas de la empresa) para que la compañía pueda adquirir los activos en los que ha decidido invertir.

[1] Un activo, en un sentido amplio, significa que se posee y tiene un valor de cambio.

- Las decisiones directivas, que atañen a las decisiones operativas y financieras del día a día como, por ejemplo: el tamaño de la empresa, su ritmo de crecimiento, el tamaño del crédito concedido a sus clientes, la remuneración del personal de la empresa, etc.

1.2. El Administrador Financiero y sus Funciones

La función de las finanzas para la administración se describe de manera general al considerar su papel dentro de la organización, su relación con la Economía, relación con la contabilidad y las actividades principales del Administrador Financiero.

En primer lugar, la dimensión y la importancia de la función de las finanzas para la administración dependen del tamaño de la empresa. De esta forma, para empresas pequeñas el departamento de contabilidad, por lo general, realiza las funciones de finanzas y conforme vaya creciendo la empresa, esta responsabilidad (funciones de finanzas) son tan importantes que se debe crear un departamento independiente de finanzas, donde se generaron 2 puestos muy importantes: Tesorero y Contralor.

Dado lo anterior y dependiendo del tamaño de la empresa, el cargo que representa el administrador financiero se conoce con distintos nombres, lo que se presentan a continuación:

Cuadro Nº 1: Nombre que recibe el cargo de Administrador Financiero

CARGO	DESCRIPCIÓN	TIPO DE ORGANIZACIÓN
Gerente Financiero	Se encarga de la administración de finanzas integral y la planeación financiera para empresas grandes.	Empresas o Instituciones que poseen niveles Gerenciales, empresas grandes.
Director Administrativo y Financiero	Se encarga de la administración de finanzas integral para empresas grandes.	Empresas o Instituciones con Departamento de Administración y Finanzas, empresas grandes.
Contralor	Es el que dirige por lo general las actividades de contabilidad, tanto corporativa financiera y de costos, así como el manejo de impuestos	Empresas grandes o medianas, del sector de Bancas o Instituciones de seguro o financieras
Tesorero	Es el responsable de la administración de las actividades financieros, así como la planeación financiera y la obtención de fondos y la toma de decisiones en Inversiones de capital y el manejo de efectivo, del crédito y del fondo de pensiones.	Empresas o Instituciones que poseen una Tesorería, ejemplo: Tesorero Municipal, para empresas grandes y medianas.
Contador	Realiza las funciones básicas de finanzas.	Pequeñas empresa, en donde el departamento de contabilidad se responsabiliza de estas funciones.

Cabe señalar, que no importa el nombre del cargo de administrador financiero en una empresa, lo que se necesita es una persona que tenga una posición, criterio y actitud para manejar óptimamente las finanzas de una organización.

En segundo lugar, el campo de las finanzas se relaciona con la Economía, pues se debe conocer la estructura económica nacional, estar al tanto de las consecuencias de los niveles de variación de la actividad económica y de los cambios en la política económica.

El principio económico más importante que utilizan las finanzas para la administración es el análisis marginal, el cual establece que es necesario tomar decisiones financieras e intervenir en la Economía solo cuando los beneficios adicionales excedan a los costos agregados, y teniendo como consecuencia que todas las decisiones financieras se orientan a un cálculo de sus beneficios y costos marginales.

Por Ejemplo:

La empresa Amme S.A. que se dedica a la fabricación de ropa de polar, desea comprar un módulo de taller, que consiste en una máquina SINGER. El módulo a desechar se puede vender a $20.000, de modo de financiar (en parte) la compra del nuevo equipo, el cual tiene un valor de $180.000.

De acuerdo a una evaluación de proyecto se concluyó que los beneficios actuales, del equipo usado, se pueden valorar en $45.000, y el beneficio futuro, al utilizar el equipo nuevo, en $300.000.

Suponga que usted es el administrador financiero de Amme S.A, se le pide analizar marginalmente la compra del módulo nuevo.

Análisis Marginal

Beneficio equipo nuevo	300.000	
Menos: Beneficio equipo usado	45.000	
Beneficio Adicionales Marginales		255.000
Costo del Equipo Nuevo	180.000	
Menos Ingresos Venta equipo usado	20.000	
Costo marginal agregado		160.000
Beneficio Neto		95.000

Con un beneficio neto positivo, podemos decir que de acuerdo al análisis marginal, se debe buscar el financiamiento para comprar el nuevo módulo para el taller.

En resumen, el administrador financiero es quien debe realizar las tareas y deberes que hace referencia la gestión financiera de una empresa, en donde el trabajo del administrador financiero va desde la realización de los presupuestos, la predicción financiera y el manejo de efectivo, la administración de los créditos, el análisis de las inversiones y el uso de los fondos[2].

El papel del director financiero

Para llevar a cabo sus actividades, las empresas necesitan una variedad de casi infinita de activos reales. Muchos de estos activos son tangibles, como por ejemplo las máquinas, las fábricas y las oficinas; otros son intangibles, como los conocimientos técnicos, las marcas y las patentes. Todos ellos exigen hacer desembolsos.

- Activos reales: Activos que se emplean para producir bienes y servicios.
- Activos financieros: Los derechos a recoger los beneficios que generan los activos reales. También se denominan títulos.

Para obtener los fondos que necesitan, las empresas venden a los inversos activos financieros o títulos. Estos documentos tienen valor porque son derechos sobre los activos reales de la empresa y sobre los beneficios que producirán esos activos. Consideremos dos ejemplos:

- LAN es una sociedad anónima abierta que cotiza en la bolsa de Santiago. Vende 5.000 acciones nuevas a inversionistas individuales a $14.000 por acción. En consecuencia, ingresa 70.000 millones de pesos, que invierte en investigación y desarrollo (I+D). Los activos reales son conocimientos y la tecnología que genera el programa de I+D. Los activos financieros son las nuevas acciones, que tienen valor porque ahora los nuevos accionistas poseen una parte de la empresa.

- LAN pide un préstamo de 10 millones de pesos a un banco para comprar terrenos donde construir una nueva fábrica. El activo real es el terreno. El activo financiero es el préstamo bancario. Desde el punto de vista del banco, el préstamo es una inversión en LAN. La inversión tiene valor porque LAN se ha comprometido a devolver el principal y los intereses.

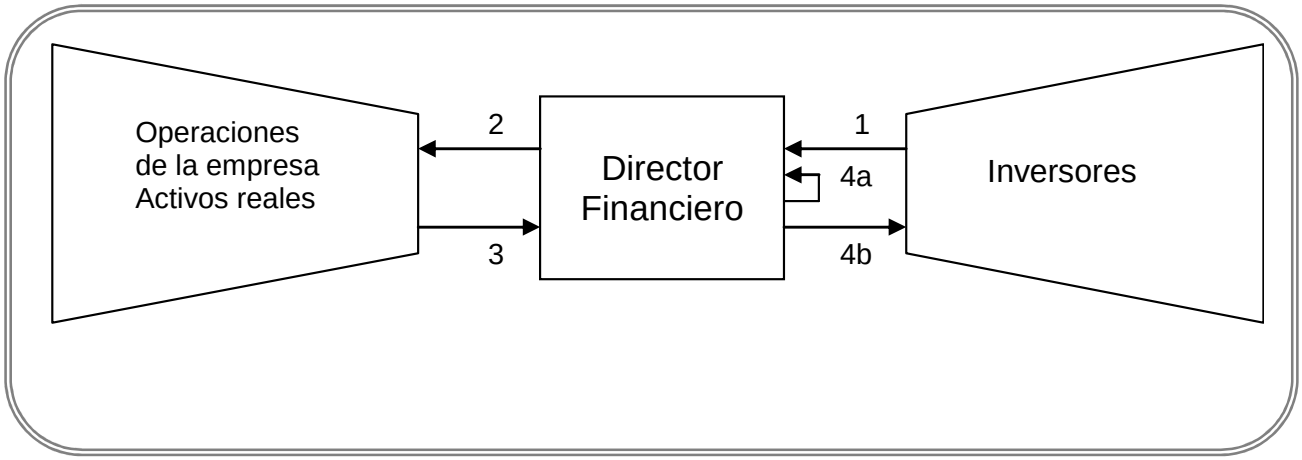
En cada caso, el capital proviene de inversores externos, que lo ponen a disposición de la empresa. Observe que los accionistas pueden ser personas que operan en los mercados financieros, como bolsa de Santiago, o instituciones financieras, como los bancos.

Los directores financieros median entre las operaciones de la empresa y los inversores externos. El papel que desempeña el director financiero se muestra en la figura 1,

[2] Fondos, término que se utiliza para denominar a los recursos financieros de una organización.

donde se indica cómo pasa el capital desde los inversores hacia la empresa, y como vuelve luego a los inversores. El flujo comienza cuando se venden los activos financieros para obtener el capital (flecha 1 de la figura). El capital se destina a comprar los activos reales que se emplean en las operaciones de la firma (la flecha 2 de la figura), más tarde, si la empresa funciona, los activos financieros generan un flujo de dinero más que suficiente para devolver la inversión inicial (la fecha 3). Por fin, el capital se reinvierte (flecha 4a) o se devuelve a los inversores que ofrecieron su dinero (flecha 4b). Por supuesto, no es posible elegir libremente entre las flechas 4a y 4b. Por ejemplo, si un banco presta dinero en la etapa 1 en la etapa 4b debe percibir su dinero más los intereses.

Figura Nº 1: Flujo de ahorro hacia la inversión empresarial



Este diagrama de flujo sugiere que el director financiero enfrenta dos problemas básicos. Primero ¿cuánto dinero debe invertir la empresa y en qué activos específicos debe hacerlo? Esta es la decisión de presupuesto de capital, o de inversión. Segundo, ¿Cuándo hay que pedir el capital necesario? Ésta es la decisión de financiación.

- Decisión de presupuesto de capital: ¿Qué activos reales debe adquirir la empresa?
- Decisión de financiación: ¿Cómo hay que conseguir los fondos para financiar las inversiones reales?

Decisión de presupuesto de capital

La mayoría de las empresas invierte en activos reales para producir bienes y servicios, es por ello que el presupuesto de capital es vital para el éxito o fracaso de la empresa

Por lo general, el éxito de estas decisiones se juzga de acuerdo con su valor. Los buenos proyectos de inversión valen más que lo que cuestan. Al optar por ellos, se incrementa el valor de la empresa y, en consecuencia, la riqueza de los accionistas.

Las inversiones de hoy generan los beneficios del mañana, así, el director financiero no sólo se ocupa de la magnitud de los beneficios, sino que también del tiempo que debe esperar la empresa para recogerlos. Cuanto antes se presenten, mejor. Además, estos beneficios rara vez son seguros; un nuevo proyecto puede ser un gran éxito, pero también un enorme fracaso. El director financiero necesita disponer de formas de asignar el valor en estos beneficios futuros.

La decisión de financiación

La segunda responsabilidad del director financiero consiste en conseguir fondos para pagar las inversiones en activos reales. Ésta es la decisión de financiación. Cuando las empresas necesitan financiación, pueden invitar a los inversores a aportar fondos dinero a cambio de compartir los beneficios (dividendos), o prometerles una serie de pagos fijos (cuotas). En el primer caso, el inversor recibe acciones nuevas y se convierte en accionista, esto es, un propietario de una parte de la empresa. En el segundo, el inversor se convierte en prestamista, al que habrá que pagar algún día. A menudo, la composición de la financiación a largo plazo se denomina decisión sobre la estructura del capital, pues el capital es una de las fuentes de financiación de la empresa a largo plazo.

Supongamos que una empresa X decide tomar fondos prestados. ¿Debe dirigirse a los mercados de capital y pedir financiación a largo plazo, o solicitar un préstamo bancario? ¿Debe hacer esto último en Paris, recibiendo euros y comprometiéndose a devolver la suma de la misma moneda, o en Nueva York y en dólares? ¿Debe reservarse el derecho de pagar la duda anticipadamente, si los tipos de interés futuros se reducen?.

La decisión de invertir en una fábrica nueva o de emitir más acciones tiene consecuencias a largo plazo. Pero el director financiero también interviene en algunas decisiones importantes a corto plazo. Por ejemplo, necesita asegurarse de que la empresa disponga de fondos suficientes para pagar las cuantas del mes, y que todo el dinero sobrante se coloque a generar interés. Las decisiones financieras a corto plazo giran tanto en torno a la inversión (la inversión del capital sobrante) como a la financiación (cómo encontrar fondos para responder a corto plazo).

CLASE 02

El objetivo o fin del administrador financiero para toda organización, se pude resumir en “maximizar las utilidades o el valor de la empresa”. Para alcanzar este objetivo, el administrador financiero juega un papel importante en mantener una coherencia de dirección y fines o propósito fundamental, entre las cuatro áreas básicas de administración: Producción, Mercadeo, Recursos Humanos y Finanzas.

A pesar de lo expuesto anteriormente, todavía existe la idea errada de que el administrador financiero es la persona dedicada, única y exclusivamente, a controlar el gasto, el presupuesto y a vigilar que se cumplan las políticas financieras de la organización.

Por Ejemplo:

Un administrador financiero que no interviene, o más aún que no conoce, el departamento de producción de la empresa, no logrará maximizar las utilidades de la organización. Es decir, un administrador financiero aislado de las otras áreas básicas de administración, no podrá aportar ideas que deriven en el progreso de la organización.

El paradigma de que el administrador financiero sólo está para manejar números dentro de la empresa, es el principio fundamental del renacimiento Empresarial y de la gerencia moderna. Es por esto que, en la actualidad las escuelas de nuevas tendencias administrativas (Coaching[3]) muestran los excelentes resultados que se han dado, con las funciones integrales del administrador financiero en la organización.

Para una mejor comprensión de las funciones del administrador financiero, es necesario analizar las características fundamentales de las personas que ejercen este cargo en las organizaciones de hoy en día.

Características fundamentales del administrador financiero

- El administrador financiero es considerado un líder, por lo tanto debe tener cualidades de líder (destreza, dominador, coordinador, buenas relaciones con sus subordinados y superiores, etc.)

[3] Coaching: es una herramienta de desarrollo de directivos que se lleva a cabo mediante un sistema de asesoramiento personal y profesional para el posterior impacto en la organización.

- El administrador financiero debe tener iniciativa propia para el desarrollo y ejecución de nuevas ideas y proyectos.

- El administrador financiero debe dar apoyo incondicional a sus colaboradores, en lo que a orientación de actividades se refiere, como también reconocer la labor realizada.

- La competitividad que posea el administrador financiero también juega un rol trascendental, puesto que como se dijo, el cargo de administrador financiero más que un cargo es un enfoque de actitud.

- El administrador financiero debe orientar su desempeño hacia la búsqueda de soluciones creativas que faciliten el posicionamiento de la empresa de forma inmediata y/o anticipada en situaciones de liderazgo privilegiado.

- Este profesional, está obligado a mantener una actitud de búsqueda constante; de desarrollo de una imaginación creativa, de permanentemente innovación, de actuar de manera inmediata y con un sentido claro de oportunidad ante los diversos estímulos de su entorno.

- El administrador financiero moderno, debe ser capaz de anticiparse a los problemas; para lo cual debe utilizar los recursos que existen en su entorno y con todos estos elementos encontrar las respuestas necesarias a las anomalías, retos y/o necesidades surgidas en el entorno.

- El nuevo administrador financiero proyecta a futuro para corregir el presente. La lógica de este profesional, por lo tanto, es que debe ser capaz de ver oportunidades en los problemas, y encontrar fortalezas en las debilidades.
- El administrador financiero debe tener una actitud positiva hacia el cambio, contar con nueva forma de ver y realizar las cosas, debe tener la capacidad de enfrentar cualquier campo del conocimiento.

- El administrador financiero debe lograr que la tecnología esté al servicio de toda la empresa, mediante la simplificación de los procesos, y la compactación de funciones.

Funciones o tareas del administrador financiero

El administrador financiero juega un papel de crucial importancia en la operación y éxito de las empresas. Es por esto que debe realizar varias funciones al interior de la organización; dentro de las cuales, se encuentran[4]:

[4] Adaptación propia del apartado extraído del "Boletín Tecnológico #247; Instituto Tecnológico de México".

- El administrador financiero es el encargado de repartir de manera racional todos los recursos financieros y que están destinados a atender cualquier tipo de necesidades dentro de las empresas; garantiza el pleno cumplimiento de los objetivos generales de la empresa y, tiene como función central aplicar sus conocimientos y creatividad con el fin de obtener el máximo de beneficios monetarios con un monto mínimo de recursos invertidos.

- Al administrador financiero le corresponden diversas tareas operativas, las cuales van desde la realización de presupuestos del flujo de efectivo, la predicción financiera, el manejo del efectivo, la administración crediticia, el análisis de inversiones, hasta la obtención de recursos monetarios.

- Una función crucial del administrador financiero es saber invertir los recursos financieros excedentes de la empresa, en distintas operaciones tales como: inversiones en el mercado de capitales, adquisición de inmuebles, terrenos u otros bienes para la empresa. En conclusión, debe saber administrar los recursos financieros para poder realizar distintas operaciones como: compra de materia prima, adquisiciones de maquinaria y equipos, pago de salarios, etc.

- El administrador debe interactuar coordinadamente con los otros administradores de la empresa, a razón de que debe existir una coherencia en la elaboración de los planes financieros, que permiten la obtención de recursos por parte de la empresa.

- El administrador financiero, debe tener la capacidad de manejar en forma adecuada la elección de productos y de los mercados en donde la empresa participará, como también, debe ser responsable de obtener productos de buena calidad a bajo costo y de manera eficiente.

- Una de las principales tareas que deben realizar los administradores financieros es la de crear negocios financieros en espacios donde actualmente no se hacen. El administrador financiero debe crear necesidades, no buscar solucionar problemas, sino crear soluciones a problemas que todavía no existen; no debe limitarse a hacer o lograr lo que otras empresas han logrado, sino ir más allá.

- El administrador financiero debe provocar cambios mediante la implementación de alianzas estratégicas, la reducción de gastos, la incorporación de oportunidades en nuevos mercados y la realización de inversiones, intentando aprovechar siempre las oportunidades que el mercado le ofrece.

- Finalmente, la meta de un Administrador Financiero consiste en planear, obtener y usar los fondos para maximizar el valor de la organización, es decir, debe utilizar los recursos financieros con el fin de maximizar las utilidades.

1.3. La globalización de los Negocios y la Administración Financiera

La relación entre la globalización de los negocios y la administración financiera, dice referencia con la influencia que ejerce el proceso de toma de decisión y control en la planeación financiera. Debido a la continua tendencia de globalización en el mundo de los negocios, como una forma de mantener el crecimiento dinámico y las oportunidades en las diferentes industrias, globalización que va de la mano con los avances tecnologicotas y de comunicación que a su vez modifican la forma de tomar decisiones, pues se puede analizar la información a tiempo real.

Es así, como en todas las decisiones de negocios se requiere de conocimientos claros de administración financiera, de manera de realizar más eficientemente los análisis de información.

Dado lo anterior, se deben conocer los cuatro factores de la globalización, que la determinan como un elemento relevante a considerar en la administración financiera en las empresas de hoy en día. Estos factores son:

- Las mejoras del transporte y de las comunicaciones, han provocado una disminución en los costos de los embarques y facilitan el comercio internacional.

- La agrupación y el movimiento político de los consumidores que desean productos a bajo costo y de alta calidad, ha ayudado a reducir las barreras comerciales diseñadas para proteger a los productores nacionales ineficientes.

- A medida que la tecnología ha avanzado más y más, el costo del desarrollo de los nuevos productos se ha incrementado y, a medida que aumenten los costos de desarrollo, en relación con la competitividad de las empresas.

- En un mundo poblado de empresas multinacionales que tienen capacidad para cambiar la producción a los países con costos más bajos, una empresa cuyas operaciones de manufactura se restrinjan a un país no podrá competir a menos de que los costos de su país de origen sean bajos. Por lo que, los productores requieren manufacturar y vender en forma global para sobrevivir

Realice Ejercicios del Nº 1 al Nº 5

CLASE 03

2. MERCADOS FINANCIEROS

En materia económica un mercado es el lugar o área donde se reúnen compradores y vendedores para realizar operaciones de intercambio.

El Mercado Financiero

Es aquél donde se emiten y negocian los títulos. Los títulos son sólo activos financieros negociados, como las acciones. Para las empresas, la Bolsa es probablemente el mercado financiero más importante.

Los mercados financieros también se denominan mercados de capitales, pues los accionistas poseen el capital de las empresas. Los directores financieros suelen definirla decisión sobre la estructura del capital como la "elección entre la financiación por deuda o con capital propio".

Los participantes de este mercado (prestamistas y prestatarios) pueden funcionar sin contacto físico, dado los avances en la comunicación, por medio del teléfono, correo electrónico o Internet. Como también, existen los mercados financieros que sí tienen contacto físico entre los participantes, por medio de los corredores de la bolsa.

La finalidad del mercado financiero es poner en contacto oferentes y demandantes de fondos, determinar los precios justos de los diferentes activos financieros, y que los costos de transacción sean los más bajo posibles.

Pero es importante insistir en que la finalidad principal, es determinar el precio justo del activo financiero, ello dependerá de las características del mercado financiero.

Las ventajas que tienen los inversores, gracias a la existencia de los mercados financieros, son la búsqueda rápida del activo financiero que se adecúe a la voluntad de invertir, y además, esa inversión tiene un precio justo, lo cual impide que se pueda timar a los inversores.

Además de ayudar a las empresas a lograr más dinero los mercados financieros también permiten a los inversores negociar títulos entre si. Por ejemplo, el señor Rojas decide buscar dinero vendiendo sus acciones de AT&T al mismo tiempo que el señor Valenzuela invierte el que le sobra en AT&T. El resultado es sencillamente una transferencia de la propiedad de las acciones del señor Rojas al señor Valenzuela, que no afecta en lo absoluto a la empresa en sí.

A medida que las empresas crecen, sus necesidades de capital exterior pueden aumentar espectacularmente. Entonces, en algún momento la empresa decide "salir a bolsa", y emite acciones en un mercado de organizado, como la Bolsa de Santiago; esa primera emisión se llama Oferta Pública Inicial. Los compradores de la OPI ayudan a financiar las inversiones de la firma en activos reales. A cambio de ello, esos compradores se convierten en copropietarios de la empresa, y en el futuro comparten sus éxitos y sus fracasos

2.1. Clasificación de los Mercados Financieros[5]

Existen tantas clasificaciones de los mercados financieros como autores que abordan el tema, aunque casi todos llegan a definirlos según las características de los activos negociados. Dentro de las clasificaciones se encuentran:

2.2.1. Según la forma de funcionamiento

- Mercados Directos: En los mercados financieros directos, son las familias quienes van directamente a las empresas y les ofrecen sus recursos, a cambio de recursos financieros. De manera de aterrizar este concepto, podemos decir por ejemplo, cuando ofrecemos nuestro servicios laborales a una empresa en particular.

- Mercados Indirectos o de Intermediarios**:** Este tipo, se origina cuando en el mercado aparece algún intermediario (agentes financieros, intermediarios financieros). Por ejemplo, cuando recurrimos a los Bancos de las grandes tiendas comerciales a solicitar un crédito.

2.2.2. Según la restricciones existentes

- Mercados Libres: En este tipo de mercado, el precio se determina mediante la interacción de la oferta y la demanda.

[5] Existen distintas clasificaciones de los mercados financieros, dependiendo del autor. En este texto, se recopiló información de varios autores (Weston, Reihl) y sitios de Internet: http://www.megabolsa.com/biblioteca/mer4.htm.

- Mercados Regulados: Aquí, existen ciertas regulaciones o restricciones tanto para la formación del precio como para volúmenes negociados, para de esta forma favorecer el buen funcionamiento del mercado financiero. Por ejemplo, el Banco Central es un ente regulador de la actividad financiera de los demás bancos comerciales.

2.2.3. Según el grado de organización

- Mercados Organizados: En este tipo de mercados, existen normas reglamentadas para su funcionamiento, tanto para la entrada como para la salida de los participantes, así como de calidad sobre los activos que se negocian, y específicas sobre la formación de los precios, y las que afectan a la información y publicidad de la misma. Un ejemplo de este tipo de mercado, son los denominados mercados bursátiles, tales como la bolsa de valores, el mercado de divisas y el mercado interbancario.

- Mercados No inscritos: Son los denominados O.T.C. (Over the Counter), en donde el precio que se forma no es un precio de mercado, sino un precio de referencia que sólo indica el acuerdo de las partes, es decir, no cuentan con una reglamentación establecida. Generalmente, este tipo de mercado son de búsqueda directa, según su forma de funcionamiento, es decir, cuando ofrecemos nuestros servicios laborales a una empresa, donde el precio por estos servicios se acuerda entre las partes.

2.2.4. Según la fase de negociación de los activos

- Mercados Primarios: Son aquellos en que el emisor coloca en éste, por primera vez, un activo. En este caso, sólo se negocia una vez en el mercado primario, la primera transacción y el mercado desaparece. El emisor, de este tipo de mercados, sólo encuentra financiamiento en este mercado. Ejemplo, la venta de acciones inicial de una empresa.

- Mercados Secundarios: Es el juego que se realiza con las acciones entre los propietarios de los activos financieros (compra-venta de activos financieros), cambiando así la titularidad jurídica de los títulos. Es decir, las transacciones efectuadas, posteriormente, a la primera tienen lugar en el mercado secundario, por lo que los mercados secundarios son conocidos como los mercados de activos viejos o de segunda mano.

Esta clasificación de los mercados, tiene importancia por la finalidad que le otorgan los emisores a estos mercados. En cuanto los emisores encuentran financiación exclusivamente en los mercados primarios, los mercados secundarios sólo tienen por objeto dotar de liquidez a los activos del emisor.

2.2.5. Según el grado de centralización

- Mercados Centralizados: existe un precio único y, básicamente, un lugar físico o electrónico único donde realizar la negociación. Como por ejemplo la bolsa de valores de Santiago.
- Mercados Descentralizados: existen varios precios para el mismo activo financiero, esto debido a la existencia de distintos lugares de contratación.

2.2.6. Según la característica de los activos negociados

- Mercados Monetarios o de dinero: En este mercado se negocian activos de alta liquidez y bajo riesgo, con vencimiento a corto plazo, las empresas pueden financiar su activo circulante o colocar sus excedentes temporales de tesorería. Los mercados monetarios están integrados por las instituciones financieras, que proporcionan el mecanismo para transferir o distribuir capitales de la masa de ahorradores hacia los demandantes (prestatarios).

- Mercados De Capital: se negocian títulos a más largo plazo (es decir a mediano y largo plazo), este tipo de mercado está integrados por una serie de participantes que, compran y venden acciones e instrumentos de crédito con la finalidad de que los financistas cubran sus necesidades de inversiones de activo fijo y de capital de trabajo, y los inversionistas coloquen su exceso de capital en negocios que generen rendimiento. Ejemplos: los mercados de futuros y las opciones financieras.

2.2.7. Según los Agentes que Intervienen

- Mercados de búsqueda directa: En este mercado, los propios compradores y vendedores de activos financieros son los encargados de realizar las gestiones necesarias para hallar la contrapartida. En este tipo de mercado, el precio alcanzado por los activos negociados no se toma como referencia de la situación del mercado y sólo indica un acuerdo entre las partes. La consecuencia inmediata de este tipo de mercados es la escasa posibilidad de reacción que tienen los agentes que intervienen en el mercado. No se trata, por lo tanto, de un clásico mercado con formación objetiva de los precios.

- Mercados de comisionistas, o Brokers[6]: Con este tipo de mercados, se permite la actuación de estos mediadores que se interponen entre los oferentes y demandantes de activos financieros. Los brokers reciben órdenes tanto de compra como de venta de sus clientes, y aunque "no hacen mercado" en su sentido estricto, ejecutan las órdenes recibidas en el propio mercado, disponiendo información sobre los mejores precios ofertados o demandados.

- Mercados de Mediadores, o Dealers[7]: Estos mercados basan su funcionamiento en la figura del denominado especialista creador de mercado[8]. Los mercados de futuros, opciones, son mercados que han adoptado esta configuración.

- Mercados de subasta: Establecen el precio de los activos financieros de forma independiente a la existencia o no de los distintos tipos de especialistas. Generalmente, son en los momentos de la emisión de activos monetarios donde se acude a esta forma de emisión. El demandante solicita del emisor un precio y/o cantidad, quedando en libertad (el emisor) de aceptar o rechazar la posición, o bien dar solamente una parte de lo solicitado. Ejemplo: en las emisiones de Letras del Tesoro y pagarés de empresa, los emisores actúan de esta forma, mediante subastas periódicas.

2.2.8. Dirigido por Órdenes y Dirigidos por Precios

- Mercado dirigido por órdenes: Supone la utilización de la subasta competitiva en la que intervienen todos los agentes especialistas, brokers y dealers, en igualdad de condiciones.

- Mercado dirigido por precios: En este tipo de mercado, los distintos agentes especializados, marcan diversas posiciones para cada valor, pero asumiendo ciertas obligaciones, efectuándose la negociación de forma directa, personal o telefónica.

  El modelo de precios es típico de los países anglosajones y se apoya, básicamente, en la figura del llamado “Market Maket o Creador de Mercado”. El resto de los miembros del mercado, es decir, tanto Dealers como Brokers, son tomadores a esos precios.

---

[6] “Es aquella persona o entidad, que actúa como intermediario entre un comprador y un vendedor en transacciones de valores, cobrando una comisión. El Broker actúa como agente, es decir, no toma ninguna posición propia ni siquiera con duración temporal, si no que se limita a unir dos posiciones (compra-venta) al precio que resulte satisfactorio para las dos partes”.

[7] “Una de las formas como operan las mesas de dinero y consiste en la financiación de una cartera de valores con recursos propios y de terceros, es decir, tomando posición propia, lo cual implica garantizar o evaluar las operaciones”.

[8] Mantenedor de mercado o Market-maker. Es el intermediario que anuncia de forma ininterrumpida los precios y cantidades que se dedica a intervenir.

Los Brokers actúan como tomadores de un precio; cuando han recibido una orden de compra/venta de títulos por parte de sus clientes, estudian los precios que ofrecen los creadores de mercado y comprarán a aquel Dealer que les ofrezca el precio más bajo en ese momento, y lo venderán al que lo tome a un precio más alto.

2.2.9. Según el contexto en que realizan las operaciones

- Mercado Interbancario: Se refiere a aquellos mercados mayoristas y primarios en los que solamente se realizan operaciones entre entidades de crédito, el banco central y, en algunos casos, otras instituciones de carácter financiero, con el propósito de negociar activos a muy corto plazo con un elevado grado de liquidez. La creciente importancia que ha adquirido este mercado en la actualidad, no sólo está dada por el gran número de entidades que en él participan y por los altos volúmenes negociados entre ellas, sino también porque constituyen el punto de referencia básico para la formulación de los precios en los distintos mercados financieros.

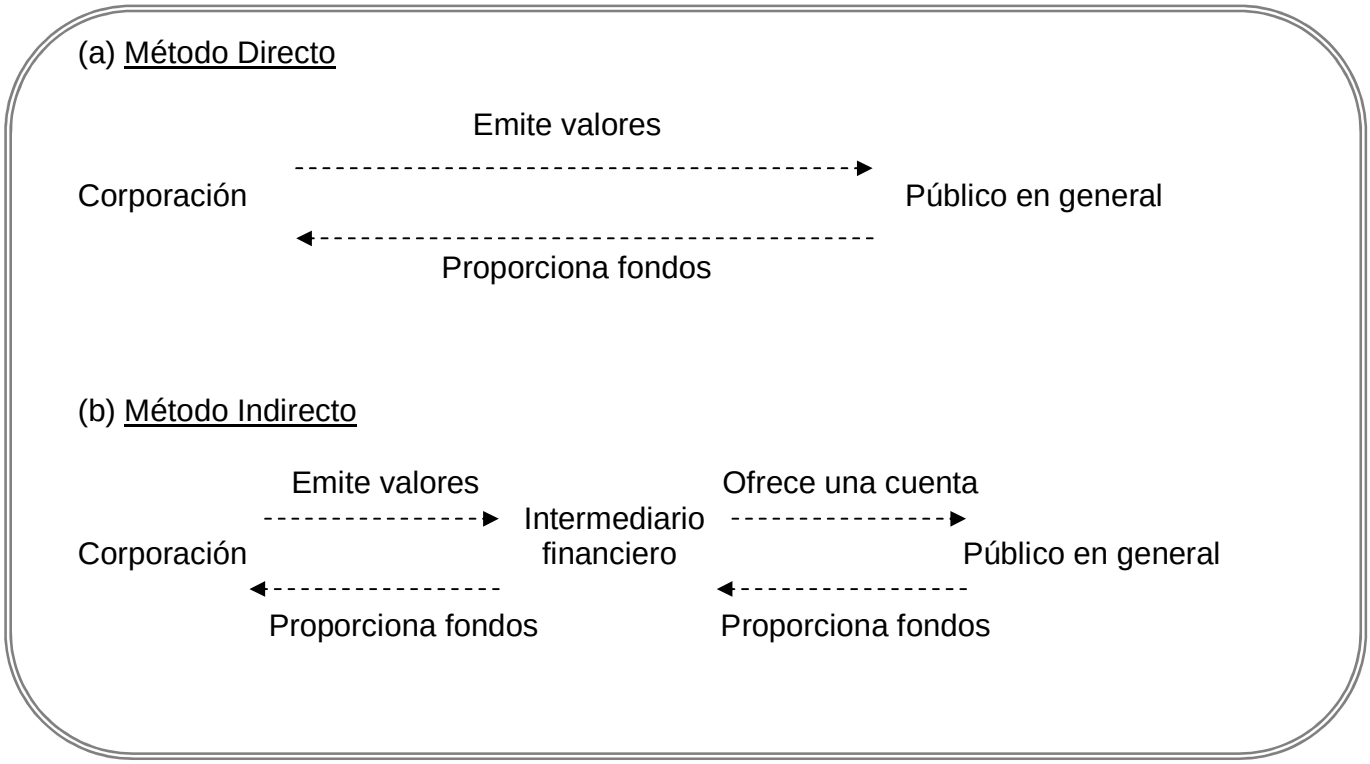
- No interbancario: En este tipo de mercado, los intermediarios que actúan pueden ser no bancarios y también pueden participar los bancos, ya que las relaciones se extienden entre participantes que no son puramente bancarios.

Los intermediarios financieros

Los intermediarios financieros son organizaciones que obtienen dinero para los inversores y que proporcionan financiación a las personas y otras organizaciones. Para las empresas, los intermediarios son una fuente importante de financiación. Son un paso en la vía que va desde el ahorro a las inversiones reales.

Los intermediarios financieros proporcionan a las corporaciones un método indirecto para adquirir fondos. Como se muestra en la figura 2 que sigue, las corporaciones pueden obtener fondos directamente del público en general por medio del mercado primario. Como alternativa, pueden obtener fondos indirectamente del público en general por medio de intermediarios financieros. Aquí, la corporación da un valor al intermediario a cambio de fondos. A su vez, el intermediario adquiere fondos, permitiendo que el público en general mantenga con él tales inversiones como cuentas de cheques y ahorros.

Figura N° 2: Adquisición de fondos corporativos



Por consiguiente, se tratarán dos clases importantes de intermediarios, los fondos de inversión y los fondos de pensiones.

Los fondos de inversión[9] acumulan dinero vendiendo acciones a los inversores. El dinero de los inversores se reúne y se invierte en una cartera de títulos.

[9]Los fondos de inversión no son empresas, sino compañías de inversión. No pagan impuestos siempre que todos sus ingresos provenientes de los dividendos y de la apreciación de los precios sean abonados a los accionistas del fondo. Los accionistas pagan impuestos personales sobre estos ingresos.

Los fondos de inversión ofrecen a los inversores diversificación a bajo coste y una gestión profesional. Para la mayoría de los inversores, resulta más atractivo colocar dinero en un fondo de inversión que poseer una cartera diversificada de acciones y bonos.

Los gestores de los bonos de inversión también hacen todo lo posible para "ganar al mercado", esto es, lograr rendimientos superiores a los del mercado, detectando las acciones con un rendimiento superior al promedio. Otra cosa es que escojan siempre los títulos de ganadores.

A cambio de sus servicios, los gestores de fondos aplican comisiones de gestión. La administración de fondos también genera gastos.

Los fondos de inversión también son un paso en el camino que va desde el ahorro hasta las inversiones corporativas. Supongamos que Windsor[10] compra una parte de la nueva emisión de acciones del Banco de América, que hace préstamos a CMPC. En este caso, también señalamos el flujo de los ahorros hacia la inversión con flechas más negras (ver dibujo inferior).

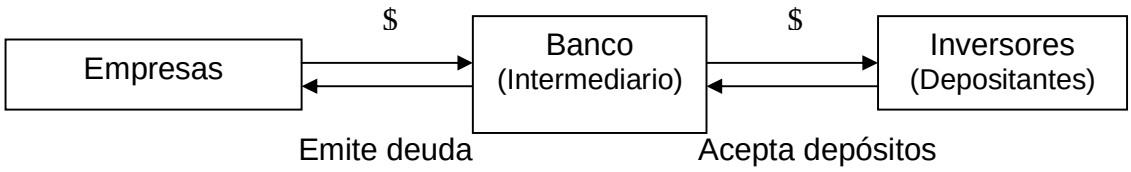
En los EE.UU operan más de 8.000 fondos de inversión. De hecho, hay más fondos de inversión que sociedades anónimas listadas en bolsa, y los fondos aplican una gran variedad de estrategias de inversión. Algunos se especializan en acciones seguras que pagan dividendos generosos. Otras se dedican a las acciones de renta en alta tecnología. Hay fondos "equilibrados", que ofrecen combinaciones de acciones. Algunos se especializan en ciertos países o regiones.

Las instituciones financieras

Los bancos y compañías de seguros son Instituciones financieras[11]. Las instituciones financieras son intermediarios que no se limitan a reunir e invertir los ahorros. Las instituciones financieras tienen maneras especiales de obtener financiación, por ejemplo, aceptando depósitos y vendiendo pólizas de seguros, y ofrecen además otros servicios

[10] Como muchos otros fondos de inversión, Windsor es un fondo abierto, tanto que puede vender acciones a nuevos inversores, como comprar las de aquéllos que desean vender las que desean vender las que poseen.
[11] Quizá hagamos una distinción excesiva entre los intermediarios financieros y las instituciones financieras. Los fondos de inversión pueden ser considerados instituciones financieras. Pero normalmente, esta expresión sugiere que se trata de un intermediario más complejo, como un banco.

financieros. A diferencia de los fondos de inversión, nos sólo invierten acciones, sino que también hacen préstamos a personas, empresas o a otras entidades.



Suponga que una empresa local de productos forestales negocia un préstamo bancario a corto plazo de 2,5 millones de dólares. El flujo de ahorros el flujo de ahorros es como el mostrado en el dibujo superior.

El banco proporciona un servicio. Para cubrir sus costes, impone a sus deudores tipos de interés mayores que las que paga a sus depositantes.

Ahora bien, ¿Qué diferencia hay entre un intermediario financiero y una empresa manufacturera? Primero, tiene otras maneras de conseguir dinero, por ejemplo, tomando depósitos bancarios o vendiendo pólizas de seguros. Segundo, invirtiendo ese dinero en activos financieros, como por ejemplo acciones, obligaciones o préstamos a empresas o personas. Las principales inversiones de las empresas manufactureras se destinan a plantas de, equipos y otros activos reales.

Realice Ejercicios del Nº 6 al Nº 7

CLASE 04

3. MERCADO DE CAPITALES

Según la característica de los activos negociables, existen los mercados monetarios o de dinero y los de capital, la diferencia entre estos dos tipos de mercados se resume en que en el de capitales los agentes buscan financiación de largo plazo (más de un año) y en el primero es financiamiento de corto plazo.

La importancia de los mercados de capitales, se resumen en que cuando hay mercados de capitales existe la posibilidad de intercambiar, en cambio cuando no hay todo lo que produzco lo consumo. Es decir, los mercados de capitales intentan colocar de manera eficiente los ahorros de las personas, para intervenir en activos de consumo o inmobiliarios.

El mercado de capitales une a los ahorrantes con los usuarios de los fondos, cuyo contacto puede ser directo o a través de intermediarios, este mercado permite el financiamiento de los distintos proyectos de inversión a través de la colocación de los ahorros eficientemente.

Por Ejemplo:

Para una mejor comprensión del rol del mercado de capitales, supongamos que nos encontramos en un mundo en el cual no existen dos mercados de capitales, como por ejemplo Robinson Crusoe en una isla desierta, en donde no existen posibilidades de intercambio. Por lo tanto, sin mercado de capitales, el individuo cuenta con una dotación de recursos, en este caso Robinson cuenta con dos cocoteros, tres platanales y una cantimplora de agua dulce, sin poder intercambiarlos. Sólo dispone de oportunidades de inversión que podemos ejemplificar con el tiempo de descanso que debe sacrificar para invertirlo cosechando cocos.

Dado lo anterior, Robinson Crusoe deberá decidir cuánto consumir en el presente y cuánto consumir en el futuro.

3.1. Conceptos fundamentales y Agentes que Participan

El mercado de capitales, es aquel mercado al cual tanto empresas privadas como instituciones públicas, acuden a buscar dinero para financiarse a mediano y largo plazo. Dicho de otra forma, el mercado de capitales corresponde al conjunto de la oferta y la demanda de capitales que se mueven a través del sistema financiero de un país, registrando movimientos de mediano y largo plazo (más de un año).

Objetivos del Mercado de Capitales

Los objetivos del mercado de capitales, se pueden resumir en que permite:

- Facilitar la transferencia y asignar en forma eficiente los recursos de los ahorrantes o agentes con exceso de capital o liquidez, a las inversiones en el sector productivo de la economía, o a los agentes con necesidad de capital.

- Reducir los costos de selección y asignación de recursos a las actividades productivas de una economía. En este caso, la existencia de los mercados de capitales reduce el costo de selección y asignación de recursos, debido a la experiencia y experticia de los agentes del mercado.

- Posibilitar la diversificación del riesgo para los agentes participantes, al existir un lugar donde se reúnen los agentes oferentes y demandantes de capital, y sus diversas alternativas de inversión.

- Ofrecer una amplia variedad de productos con diferentes características (plazo, riesgo, rendimiento) de acuerdo con las necesidades de inversión o financiación de los agentes participantes del mercado.

Participantes del Mercado de Capitales

Los participantes de los mercados de capitales se visualizan en dos grandes grupos, en un lado se encuentran los inversionistas y, por el otro lado, se encuentran los financistas. Si se analizan las necesidades de estos dos grupos de agentes del mercado de capital, podemos identificar a los primeros como las personas con exceso de capital y, los segundo, las personas con necesidades de capital.

Los participantes o agentes del mercado de capitales, se relacionan entre sí por medio de los títulos de valores, los que se denominan como títulos de valores de renta fija o de renta variable.

Los Títulos de Renta Fija, en los cuales se confiere un derecho a cobrar intereses fijos en forma periódica, es decir, su rendimiento se conoce con anticipación. En este caso, los inversionistas antes de transar estos títulos, acuerdan entre los participantes del mercado de capital, cual será su rendimiento.

Por el contrario, los Títulos de Renta Variable, son los que generan rendimiento o pérdida dependiendo de los resultados de la sociedad emisora y, por tanto, no pueden determinarse sus rendimientos anticipadamente al cierre del ejercicio. Las acciones en general, son un ejemplo claro de este tipo de títulos de renta variable.

Otros mercados financieros

Los títulos de deuda también se negocian en los mercados financieros. Por ejemplo, la empresa Weyerhaeuser emite obligaciones a largo plazo para inversores. Los bonos son

títulos que representan la promesa de Weyerhaeuser de pagar regularmente intereses y devolver el dinero de los inversores en una fecha futura específica.

Las obligaciones son títulos más complejos que las acciones. Las operaciones dan derecho a una fracción de la totalidad de la empresa, y no tienen vencimiento. Las obligaciones y otros títulos de deuda pueden diferir según el vencimiento, el grado de protección o garantía que ofrece el emisor, y la cantidad y el momento de los pagos de los intereses. Algunas obligaciones ofrecen pagos de interés "variables", ligados a los tipos de interés futuro. Muchas pueden ser "recompradas" y luego retiradas por la empresa emisora antes de su fecha de vencimiento (called). Algunas obligaciones se pueden convertir en otros títulos, y normalmente en acciones de la empresa emisora. No es necesario aprender todo esto ahora, pero hay que recordar que la deuda o mercado de renta fija es complicado y riesgoso. Las empresas no sólo deben decidir entre financiarse con deuda y con acciones. También deben considerar el diseño de la deuda.

El capital de las empresas es su financiación a largo plazo. Los títulos a corto plazo se negocian en los mercados de dinero. La expresión "a corto plazo" significa "menos de 1 año". Por ejemplo, las grandes empresas con gran respaldo obtienen financiación a corto plazo emitiendo pagarés financieros o de la empresa, que son emisiones de deuda con vencimiento de casi 270 días. Los pagarés financieros se emiten en el mercado del dinero.

Los directores financieros operan regularmente con otros mercados financieros. He aquí tres ejemplos.

- Los mercados financieros internacionales: Todas las empresas que participan en el comercio internacional necesitan cambiar dólares en otras monedas, o al revés. Los cambios de divisas se realizan fuera del mercado, por medio de una red de grandes bancos internacionales.

- Los mercados de bienes: Docenas bienes se negocian en mercados entidades organizados, como el New York Mercantile Exchange o el Board of Trade. Se puede comprar y vender maíz, cereales, algodón, combustible, gas natural, cobre, plata, platino, etcétera.

- Los mercados de opciones y otros derivados: Los derivados son instrumentos financieros se negocian en mercados más desarrollados. Por ejemplo, se puede adquirir una opción a comprar acciones de CISCO.INC a precio en una fecha fija futura. El pago que hace la opción depende del precio de las acciones de CISCO.INC en esa fecha. Las mercancías también se negocian a través de un derivado llamado contrato de futuros.

Los mercados de bienes y de derivados no son fuentes de financiación, sino, mercados, donde los directores financieros pueden adaptar la exposición de la empresa a los diversos riesgos comerciales. Por ejemplo, una compañía eléctrica puede intentar "fijar" los precios futuros del gas natural operando en los mercados de bienes y eliminando así el riesgo de que se produzca un aumento súbito del precio de su materia prima (el gas).

Cabe señalar, que los títulos de valores, tanto de renta fija como de renta variable, pueden ser de emisión primaria o secundaria.

La emisión primaria, es la primera emisión y colocación al público que realiza una empresa, la cual accede por vez primera a los mercados organizados, como una forma de financiamiento, ejemplo acciones.

La emisión secundaria comienza cuando los instrumentos financieros o títulos de valores que se han colocado en el mercado primario, son objeto de negociación. Es decir, cuando se comienzan a transar las acciones en la Bolsas de Valores, a modo de ejemplo, se emiten acciones para completar una venta de acciones en la bolsa.

Análisis de Inversión en el Mercado de Capitales

Las posibilidades de inversión que se presentan en los mercados de capitales, pueden ser analizadas por los inversionistas, personas naturales o jurídicas con exceso de capital, mediante dos técnicas de análisis.

A continuación, se describen en forma separada las técnicas de análisis de las posibilidades de inversión, que sirven de apoyo a la toma de decisión de los inversionistas.
Análisis Fundamental, esta técnica de análisis se basa en el procedimiento de predecir las cotizaciones futuras de las acciones o de un valor, a través del estudio minucioso de los estados contables de la empresa emisora, como también de sus expectativas futuras de expansión y de capacidad de generación de beneficios. La situación de la empresa en su sector, la competencia, su evolución bursátil y del grupo en que se ubica y, en general, las perspectivas socioeconómicas, financieras y políticas; deben ser estudiadas acabadamente y ser parte del procedimiento de predicción del valor futuro que cotizará la empresa en el mercado de capitales, al cual se debe cotizar la acción a futuro.

Análisis Técnico o Gráfico, este análisis se basa en el estudio de las tendencias históricas de la empresa en el mercado de capitales, de manera de predecir el valor que cotizará a futuro la empresa. Se considerar además el comportamiento de ciertas magnitudes bursátiles de la empresa como: volumen de contratación, cotizaciones de las últimas sesiones, evolución de las cotizaciones en períodos más largos, capitalización bursátil, etc.. El análisis técnico se apoya en la construcción de gráficos que indican la evolución histórica de los precios de los valores, pero también en técnicas analíticas que pueden predecir las oscilaciones bursátiles.

CLASE 05

3.2. Importancia de los Mercados de Capitales para la Toma de Decisiones de Inversión

El mercado de capitales es una herramienta básica en el desarrollo económico de una sociedad, pues su rol principal es realizar una transición del ahorro a la inversión. Las consecuencias de esta transición son las que juegan un papel muy importante en el desarrollo de la economía de un país y, por tanto, en el desarrollo integral de éste.

De acuerdo, a nuestros estudios macroeconómicos, sabemos que por medio de una mayor propensión al ahorro, se genera una mayor inversión, debido a que se producen excedentes de capital para los ahorrantes, los cuales buscarán dónde invertirlos y generar mayor riqueza.

Dado lo anterior, el mercado de capitales viene a constituir un instrumento esencial para el desarrollo económico. Es posible apreciar que los países que tienen mercados financieros más desarrollados, como ocurren con las grandes potencias occidentales, han tenido un crecimiento fuertemente ligado al desarrollo de estos mercados.

Sin ir más lejos, el crecimiento del mercado de capitales en el país, ha influenciado violentamente el desarrollo de Chile a partir de los años 1979-1981 con la reforma al sistema de seguridad social, convirtiendo el antiguo sistema estatal-proteccionista en un sistema de administración de fondos privados (AFPs).

Este impacto se debe a dos puntos concretos, que son la libertad otorgada a los fondos para no adquirir títulos estatales de deuda, y a que la mayor parte de los fondos acumulados constituyen un genuino ahorro nuevo. Esto último sólo fue posible gracias a la decisión de financiar la transición con el esfuerzo de los contribuyentes, en vez de hacerlo emitiendo deuda pública, lo que hubiera dejado el problema a la generaciones futuras.

Realice Ejercicios del Nº 8 al Nº 11

3.2.1 Supuestos del Modelo de Consumo e Inversión para los Individuos

Si recordamos el ejemplo de Robinson Crusoe solo en la isla, en el cual se hace el supuesto básico que "no existen mercados de capitales", puede ser utilizado para analizar la importancia de los mercados de capitales en el desarrollo económico de un país.

Por ejemplo

Para facilitar el estudio y la comprensión, consideremos el supuesto de la existencia de un solo ser humano (Robinson Crusoe), también asumiremos que existe certeza respecto de los resultados de inversión, no hay costos de transacción, las decisiones son hechas en un contexto intertemporal y no existen los mercados de capitales y comienza con una dotación de recursos iniciales. Por ejemplo, en este caso, Robinson cuenta con dos cocos, tres plátanos y una cantimplora de agua dulce, sin poder intercambiarlos; finalmente Robinson Crusoe debe decidir entre consumir en el presente C_0 y consumir en el futuro C_1. Lo importante es que la decisión de no consumir en el presente es lo mismo que invertir.

Para determinar su decisión optima de consumo – inversión, se establece una tasa de interés subjetiva para Robinson Crusoe, la que representa la tasa óptima de intercambio. En nuestro caso, dicha pendiente corresponde a la Tasa Marginal de Sustitución Intertemporal en el consumo para Crusoe.

Por ejemplo, para nuestro amigo Crusoe se puede decir que esta dispuesto a sacrificar el consumo presente, en dejar de comer los dos cocos, para obtener consumo futuro y mantener una utilidad constante.

Los individuos entonces deben decidir cuanto consumir en el presente y futuro, deseando siempre maximizar su riqueza.

Para poder explicar el modelo de consumo e inversión, que implícitamente abordamos con el ejemplo de Robinson Crusoe en una isla desierta, se hace necesaria la aplicación de tres supuestos básicos, los que a continuación se presentan:

Supuesto 1

Un ingreso conocido en periodo presente y en el periodo futuro. Sólo se considerarán dos periodos en el análisis (presente y futuro), estos ingresos pueden provenir de salarios, arrendamiento, capital, herencia, etc. Tales conceptos se denotan como:

Presente : Y_0

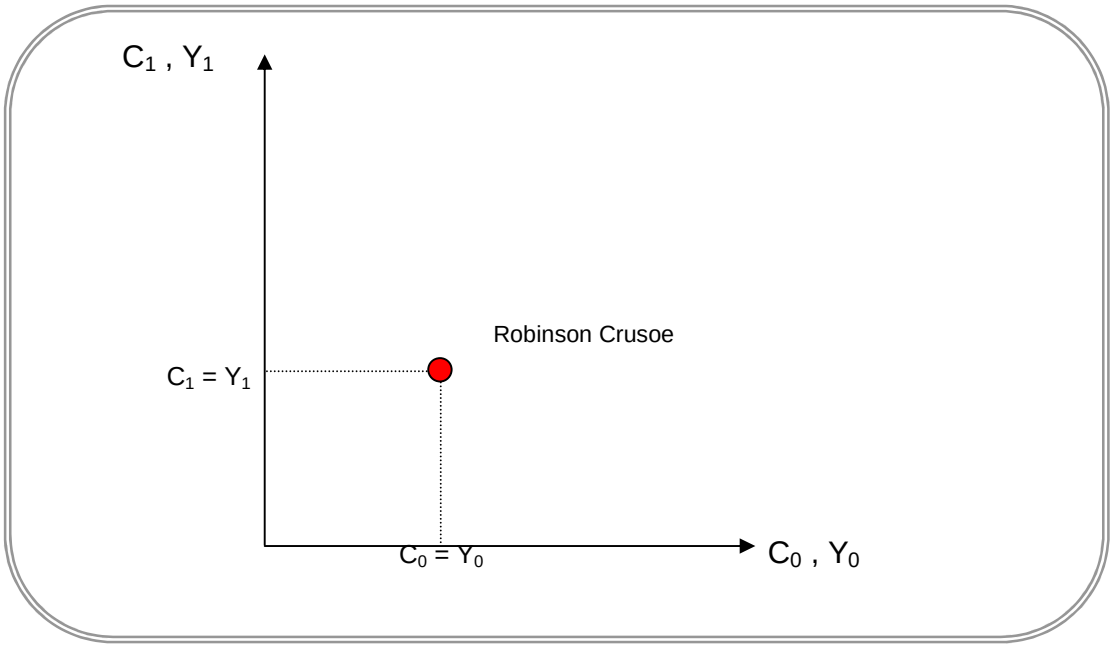
Futuro : Y_1

Si no existe mercado de capitales, el máximo consumo que puede establecer el individuo, tanto en el presente como en el futuro, es la dotación de su ingreso para ese periodo. Es decir, el consumo que puede alcanzar en su presente es $C_0 = Y_0$, para su futuro es de $C_1 = Y_1$.

De acuerdo a este supuesto, el consumo no puede superior al ingreso del individuo, en ninguno de los dos periodos, con lo que se establecen las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} C_0 &= Y_0 \\ C_1 &= Y_1 \end{aligned} \qquad (1)$$

Gráfico Nº 1 : Consumo máximo del individuo, presente y futuro



Supuesto 2

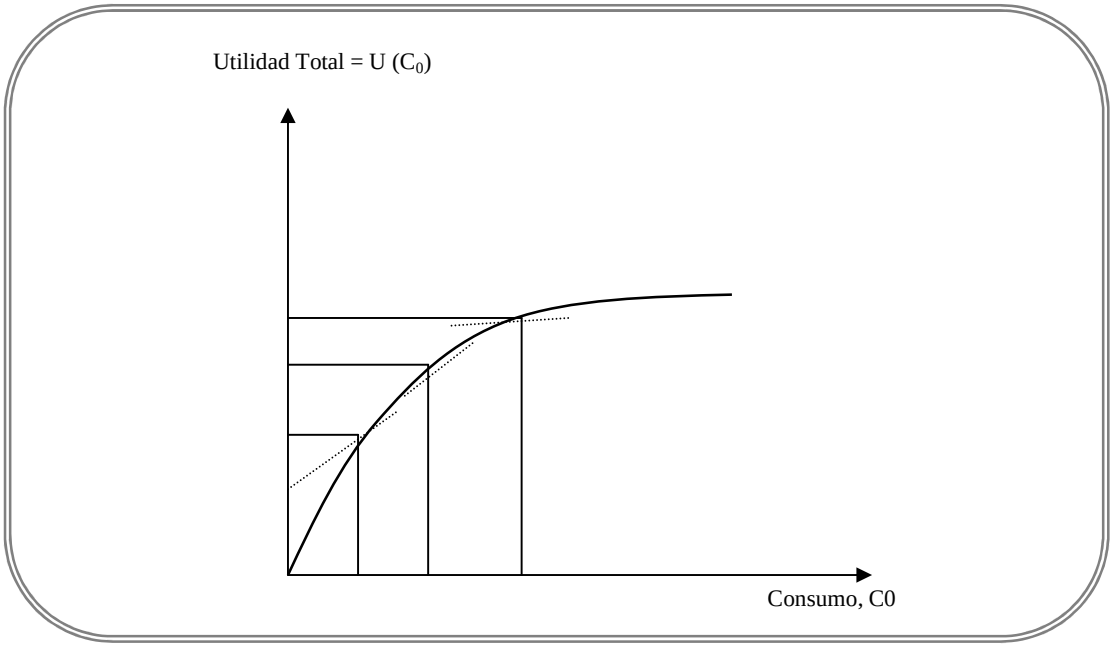
En este momento, se debe introducir el concepto de las preferencias del individuo, pues en nuestro ejemplo es Robinson Crusoe quien, de acuerdo a sus preferencias, decide cuanto consumir en el presente y cuanto en el futuro.

Los individuos son capaces de establecer situaciones de indiferencia entre consumo presente y consumo futuro. Bajo este supuesto, se esperaría que más fuese preferido a menos, y que la utilidad marginal del consumo fuese decreciente, pero positiva; lo que nos lleva a concluir que las curvas de indiferencia son convexas desde el origen.

Para una mejor comprensión, se presenta la función de utilidad que nos permite dibujar un mapa de curvas de indiferencias, estudiar la relación entre consumo y utilidad, y como se representan las preferencias del individuo de manera explícita.

La utilidad total de la curva (Grafico Nº 2) muestra la variación de la utilidad del consumo al principio del periodo, *ceteris Paribus*[12], con el supuesto de que el segundo periodo de consumo se mantiene constante. La variación del consumo ha sido dividida en incrementos iguales a lo largo del eje horizontal, se observa que la igualdad de los aumentos en el consumo genera una utilidad marginal positiva, pero los incrementos de esa utilidad son cada vez más pequeños a medida que avanzamos en la curva (utilidad marginal[13] decreciente).

Grafico Nº 2: Utilidad total del consumo

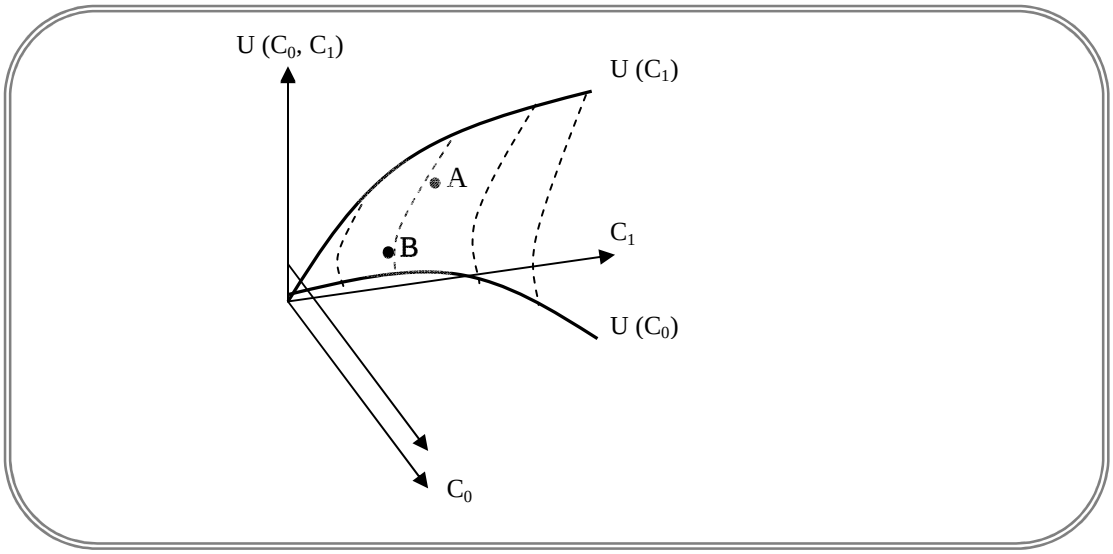


El gráfico Nº 3 tridimensional, representa una descripción de las soluciones entre el consumo presente C_0, y el consumo futuro del periodo C_1, las líneas de los puntos representan contornos de utilidad a lo largo de la superficie, donde diversas combinaciones de C_0 y C_1 proporcionan la misma utilidad total (medidas en el eje vertical), desde los puntos A y B tienen la misma utilidad total, el individuo será indiferente respecto a la elección de cada uno, por lo tanto los contornos del grafico se denominan curvas de indiferencia[14], finalmente podemos proyectar las curvas de indiferencia de consumo en un grafico plano (grafico Nº 3)

[12] Es un supuesto económico elaborado por Alfred Marshall, el cual señala que en un análisis económico todas las variables que puedan afectar al fenómeno estudiado permanecen constantes.
[13] Utilidad Marginal (UM_G): Es el aumento de la utilidad total, que reporta el consumo de una unidad adicional de ese bien.

[14] Las Curva de Indiferencia (U) grafican una cantidad infinita de posibles combinaciones entre bienes X e Y, con la condición que cada una de ellas entregue la misma utilidad al consumidor, de tal modo que el consumidor es indiferente a ellas, en el sentido de que le reportan el mismo nivel de utilidad.

Gráfico Nº 3: Trade-offs entre el consumo futuro y consumo presente



Propiedades de las curvas de indiferencia

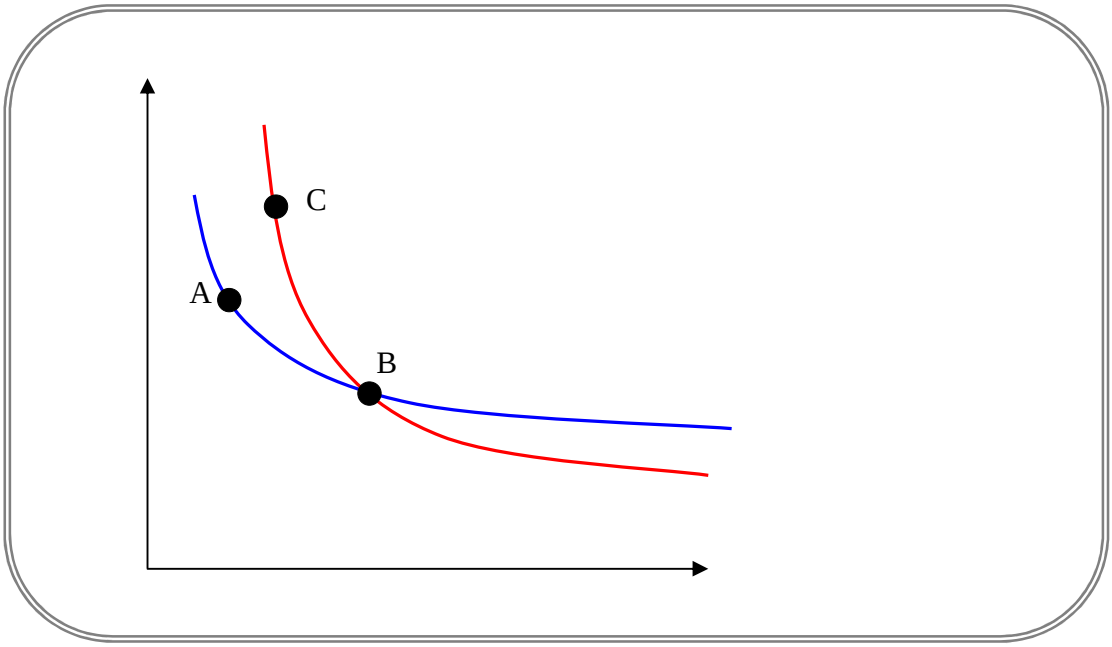
Como las curvas de indiferencia representan las preferencias de un individuo cualquiera, tienen varias propiedades, algunas de ellas se describen a continuación:

Primera propiedad: se prefieren las curvas de indiferencias mas altas a las mas bajas, los individuos por lo general prefieren una cantidad mayor de un bien a una menor, lo que se refleja en las curvas de indiferencia. Como se muestra en el grafico nº 5, las curvas de indiferencia más altas representan mayores consumos que las curvas de indiferencias más bajas.

Segunda propiedad: las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa, la pendiente de una curva de indiferencia refleja la relación a la que el consumidor esta dispuesto a sustituir un consumo por otro, por lo tanto si se reduce el consumo actual debe aumentar el consumo futuro y viceversa, para que el consumidor mantenga la misma utilidad.

Tercera propiedad: las curvas de indiferencia no se cortan. Supongamos que 2 curvas de indiferencia se cortaran, como en el grafico nº 4. En este caso, como el punto A se encuentra en la misma curva que el punto B, los 2 puntos reportarían la misma utilidad al individuo, además como el punto B se encuentra en la misma curva de indiferencia que el C, estos dos puntos generarían la misma utilidad, pero éstas conclusiones implican que los puntos A y C también generan la misma utilidad, aun cuando el C tenga una cantidad mayor de los dos consumos (futuro y presente), sin embargo, esto contradice nuestro supuesto de que el consumidor siempre prefiere mas a menos, por lo tanto las curvas de indiferencia no se pueden cortar.

Gráfico Nº 4 Curvas de indiferencia cruzadas



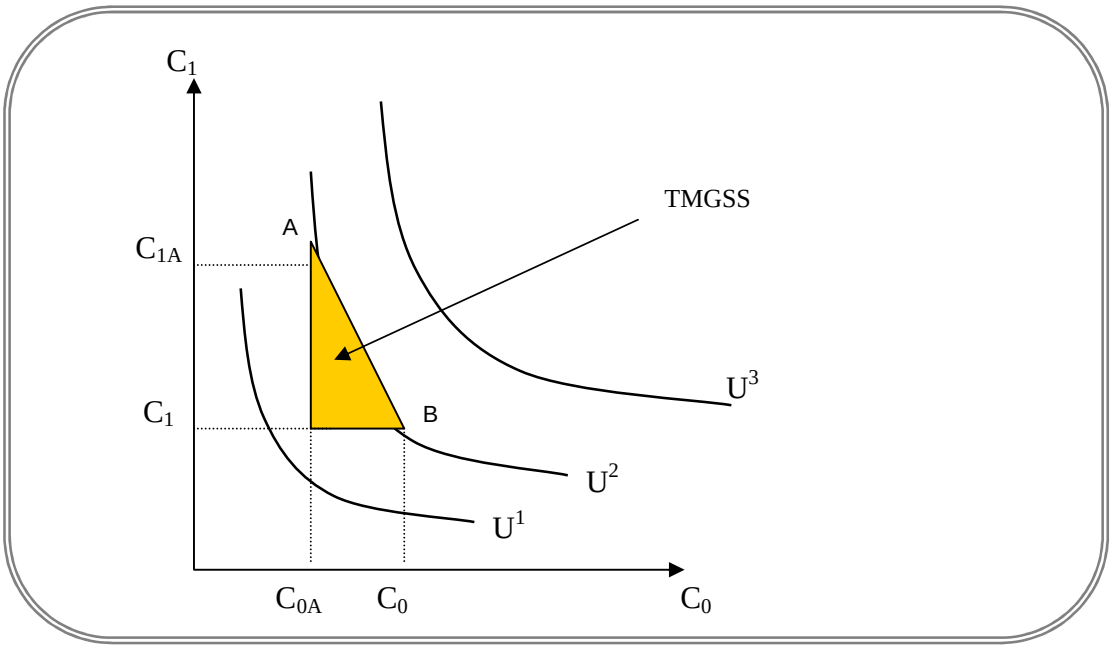
Cuarta propiedad: las curvas de indiferencia son convexas y la pendiente de una curva de indiferencia es la tasa marginal de sustitución (2), es decir la relación a la que el individuo esta dispuesto a intercambiar consumo presente por consumo futuro, o viceversa. Esta relación depende de la cantidad que se esté consumiendo. Por ejemplo, en el gráfico nº 4, el individuo en el punto A obtiene menos consumo hoy en C_{0A}, por lo tanto exigirá relativamente mas consumo futuro en C_{1A} para tener la misma utilidad total, en el punto B el individuo decide consumir C_0 en el presente y C_1 en el futuro que es un combinación que favorece el consumo presente ante el consumo futuro.

En efecto la forma combada de la curva de indiferencia refleja la mayor disposición del individuo a renunciar al consumo futuro por mas consumo presente.

La Curva de Indiferencia U del gráfico nº 4 presenta las diferentes combinaciones de consumo presente y futuro, para una utilidad constante. La Curva U^2, en comparación con la primera curva de indiferencia, presenta combinaciones de consumo presente y futuro con utilidad constante mayor a la inicial ($U^1 < U^2$).

Los puntos a y b, representan diferentes preferencias de consumo, presente y futuro, del individuo que le reportan la misma utilidad.

Grafico Nº 5: Tasa marginal de sustitución subjetiva



Como se había anticipado, “las preferencias del individuo se representan en las curvas de indiferencia, las que indican cómo los individuos eligen entre canastas de consumo en el tiempo”, lo que se observa claramente en el gráfico número 5, donde se elimina del análisis la función de utilidad mostrada en el gráfico nº 2 (se sabe que la utilidad se mantiene constante para una curva de indiferencia definida), sólo se analizan las diferentes combinaciones entre consumo presente y futuro, de acuerdo a las preferencias del individuo y que reportan una utilidad constante.

.
El supuesto 2, nos permite establecer la Tasa Marginal de Sustitución Subjetiva (TMgSS):

$$TMgSS = -\frac{dC_1}{dC_0} = \frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1} \quad (2)$$

La TMgSS representa el sacrificio en consumo futuro que debe realizar el individuo por consumo presente, es decir, por cada unidad de consumo futuro sacrificado, cuanto puedo aumentar mi consumo presente. Esta tasa resulta de la derivada de la función de utilidad, U (C_0 , C_1), del individuo.

Es decir, por cada unidad de C_1 sacrificado nos da un aumento de C_0, derivado de esta tasa marginal de sustitución subjetiva.

Al analizar la situación del gráfico nº 4 con la Tasa Marginal de Sustitución Subjetiva, se puede decir que, en el punto A la TMgSS es mayor que la TMgSS del punto B, dado que el individuo en el punto A prefiere el consumo futuro y, en el punto B, prefiere el consumo presente

Supuesto 3

Se supone un mercado de capitales perfecto, en el sentido que ningún agente privado es capaz de afectar significativamente el equilibrio de mercado; es decir, existe plena responsabilidad privada y derecho de propiedad y la información está disponible a cero costo (la información se ve en los precios). Ahora bien, en la realidad no existen mercados perfectos.

CLASE 06

3.3. Modelo de Inversión y Consumo sin Mercado de Capitales

Retomando el ejemplo de Robinson Crusoe sin Viernes, en donde no existe posibilidad de intercambio; es decir, no existe mercado de capitales, se supone que el individuo cuenta con una dotación de recursos Y_0 en el primer periodo, e Y_1 en el segundo periodo.

La pregunta, en el caso de Robinson Crusoe, que surge es ¿Cuánto consumirá en el presente y cuanto en el futuro, es decir, C_0 y C_1?

Tomamos el supuesto 1, el cual nos dice que:

$$C_0 = Y_0$$

$$C_1 = Y_1$$

Adicionalmente, se realizará el supuesto de que el individuo siempre prefiere más a menos, es decir, que la utilidad marginal (UMg) de la riqueza (en este caso consumo) es positiva pero decreciente.

Las decisiones de consumo, dependen de las preferencias del individuo (curvas de indiferencias individuales).

La pendiente de la curva de indiferencia indica la tasa a la cual un individuo está dispuesto a cambiar C_0 por C_1. Dicha pendiente, como se ha señalado anteriormente, corresponde a la tasa marginal de sustitución intertemporal en el consumo y se llama Tasa Marginal de Sustitución Subjetiva.

Esta tasa fue presenta en la ecuación 2, en donde podemos observar que su pendiente es negativa, y se determina como:

$$\boxed{TMgSS = \frac{-\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1}} \qquad (2)$$

Cuando no existe el mercado de capitales, como se da en nuestro ejemplo “Robinson Crusoe sin Viernes”, se debe igualar la TMgSS con la Tasa Margina de Sustitución Técnica (TMgT); dicha tasa técnica, tiene la siguiente fórmula:

$$\boxed{TMgT = -\frac{\partial C_1}{\partial C_0}} \qquad (3)$$

La TMgST representa la relación técnica entre el consumo futuro que debe realizar el individuo por consumo presente.

Entonces, al igualar ambas tasas:

$$\boxed{TMgSS = -\frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1} = TMgT = -\frac{\partial C_1}{\partial C_0} \Rightarrow \frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1} = \frac{\partial C_1}{\partial C_0}} \quad (4)$$

La igualdad se cumple, pues al simplificar matemáticamente las expresiones dU se eliminan.

Oportunidades de inversión productiva - Modelo de inversión y consumo

Hasta ahora solo hemos detallado las funciones de preferencia que nos dicen como los individuos hacen elecciones entre paquetes de consumo a través del tiempo, ¿Qué ocurre si introducimos las oportunidades productivas que permitan que una unidad de ahorro corriente y de inversión genere mas de una unidad en consumo futuro?

Al introducir oportunidades de inversión productiva, se realizará el supuesto de que cada unidad de ahorro e inversión de hoy, se convierte en más de una unidad de consumo futuro, es decir, la inversión tiene rendimientos positivos.

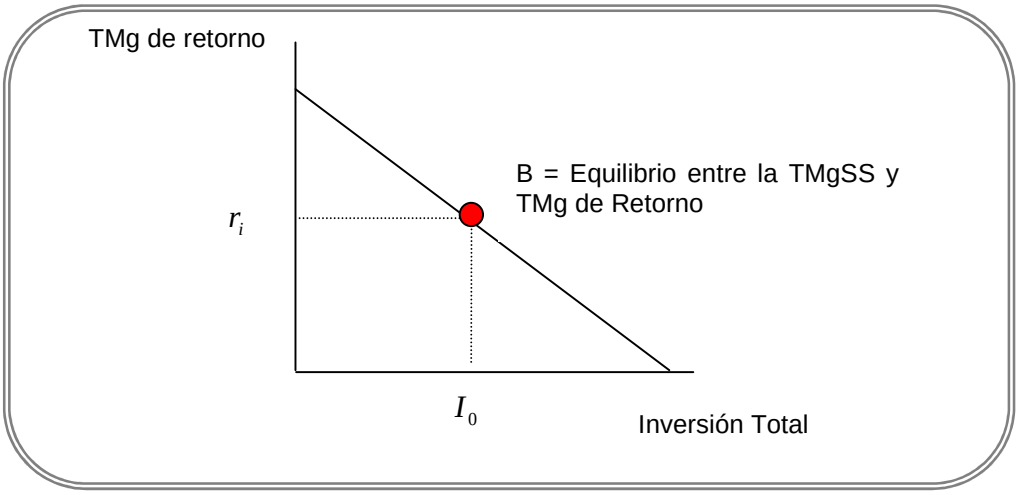
Se supondrá que cada individuo tiene un conjunto de oportunidades de inversión productiva que pueden ser ordenadas desde las más rentables a las menos rentables, de derecha a izquierda.

Además, mientras más invierte una persona, menores retornos marginales obtendrá, esto implica una menor tasa de retorno sobre la inversión marginal a invertir, debido a que todas las inversiones se suponen independientes el uno del otro y perfectamente divisible

Los individuos realizarán todas las inversiones productivas que tengan Tasas de Retorno[15] mayores a sus Tasa Marginal de Sustitución Subjetiva de preferencias intertemporal.

[15] La Tasa de retorno es una tasa de interés de un proyecto de inversión, que supone todos los flujos de caja positivos [ingreso] de la inversión.

Gráfico N° 6: Equilibrio entre las tasas de retorno subjetiva y la de retorno de inversión



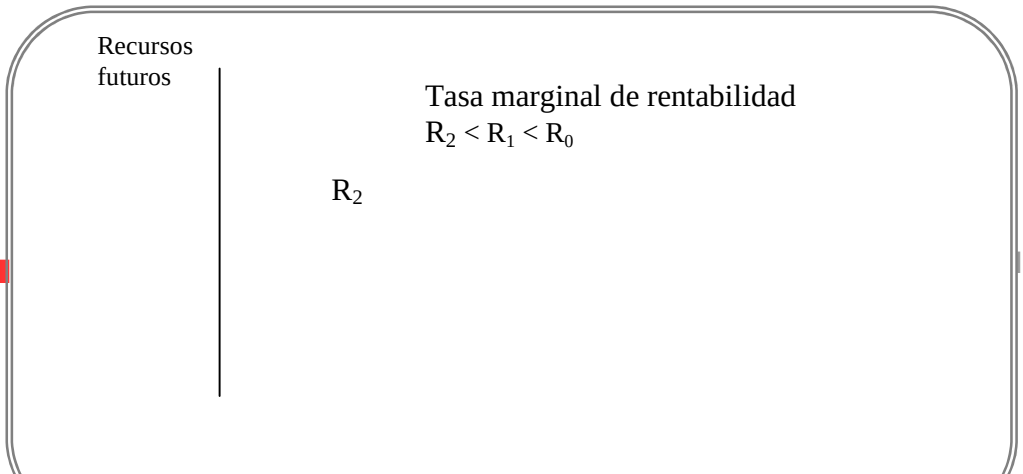
Dada la Inversión I_0, los individuos harán todas las inversiones productivas que tengan tasas de retorno mayores a su tasa subjetiva de preferencia intertemporal, la cual se denota como r_i.

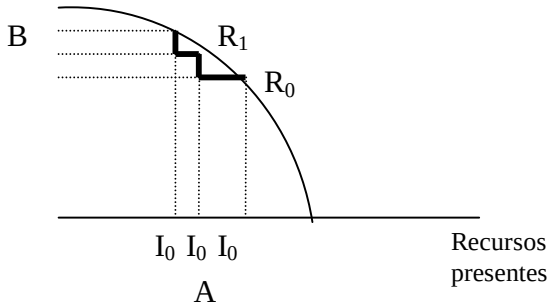
TMg de Retorno > TMgSS

En el punto B, la tasa de retorno subjetiva se iguala a la tasa del retorno de la inversión, por lo que, determina el equilibrio entre la tasa marginal de sustitución subjetiva del individuo y la tasa marginal de retorno de la inversión (I_0).

En este punto del aprendizaje, es momento de introducir el concepto de Curva de Transformación de Oportunidades de Inversión Productiva la que permite trasladar el consumo presente del individuo al futuro.

Gráfico Nº 7 Decisiones con oportunidades productivas



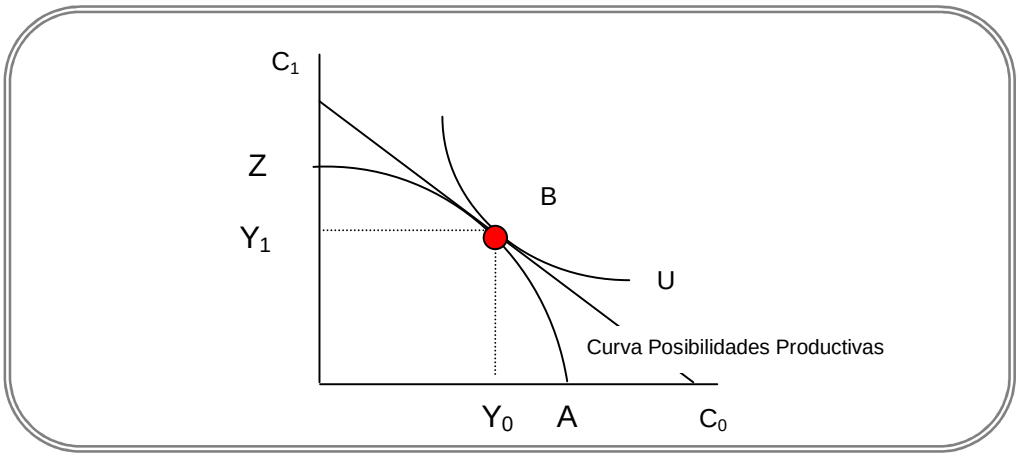


El gráfico nº 7 representa las decisiones de inversión productiva, en donde se hace un ranking de proyectos y si nos movemos de derecha a izquierda la tasa marginal de rentabilidad va disminuyendo de R_0 a R_2.

Recuerde que la curva de transformación representa las combinaciones inversión y flujo futuro de infinitos proyectos presentados en orden de rentabilidad decreciente. Entonces, la pendiente de la frontera entrega la rentabilidad de cada proyecto, y debido al ordenamiento, la rentabilidad va disminuyendo de izquierda a derecha.

A continuación, en el gráfico número 8, se presenta la dinámica del modelo de consumo – inversión con oportunidades de inversión productiva, en donde podemos observar el papel que juega, en el equilibrio, la curva de transformación de posibilidades productivas que representa al mercado de capitales y la curva de indiferencia que representa las preferencias de consumo del individuo.

Gráfico Nº 8: Curva de transformación de posibilidades productivas



La curva AZ corresponde a la curva de transformación de posibilidades productivas que presenta el mercado de capitales y que permiten al individuo trasladar consumo del presente al futuro. La línea recta que va desde C_0 a C_1 representa el mercado de capitales.

La pendiente de la curva de indiferencia, es la tangente que representa la tasa a la que se puede transformar recursos actuales en recursos futuros, lo que corresponde a la tasa marginal de transformación ofrecida por el conjunto de oportunidades de inversión productiva del mercado.

El individuo con dotación inicial (Y_0,Y_1), la cual le otorga un nivel de satisfacción U_0 (que lo entrega la curva de indiferencia U), tiene que elegir de acuerdo a sus preferencias entre consumo presente y/o futuro, es decir, se ubicará en el punto en el que la tasa marginal de sustitución (TMgSS, pendiente de la curva de indiferencia) sea igual a la tasa marginal de sustitución técnica (TMgST, pendiente de la curva de posibilidades de inversión productiva), y eso sucede en el punto B.

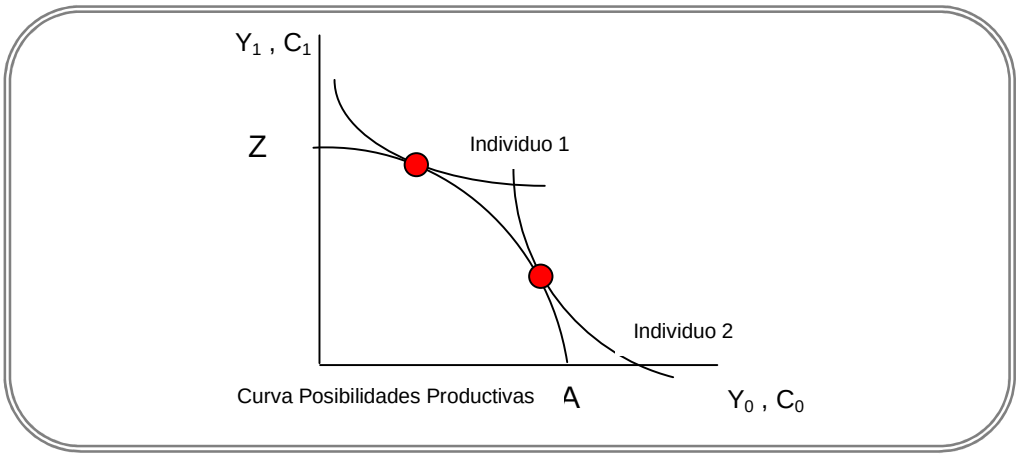
Este equilibrio se da siempre, bajo el supuesto de que no existen oportunidades de intercambio.

En el punto B, el consumo de cada individuo es igual al producto del proceso productivo, es decir, consume:

$$P_0 = C_0 \quad y \quad P_1 = C_1 \qquad (5)$$

Es posible observar (gráfico Nº 9) que, en un mundo en el que no existen oportunidades de intercambio, individuos con distintas preferencias, aun cuando enfrenten el mismo conjunto de oportunidades de inversión productiva, tomarán decisiones de consumo e inversión diferentes entre sí.

Gráfico Nº 9: Diferentes decisiones de Consumo e Inversión



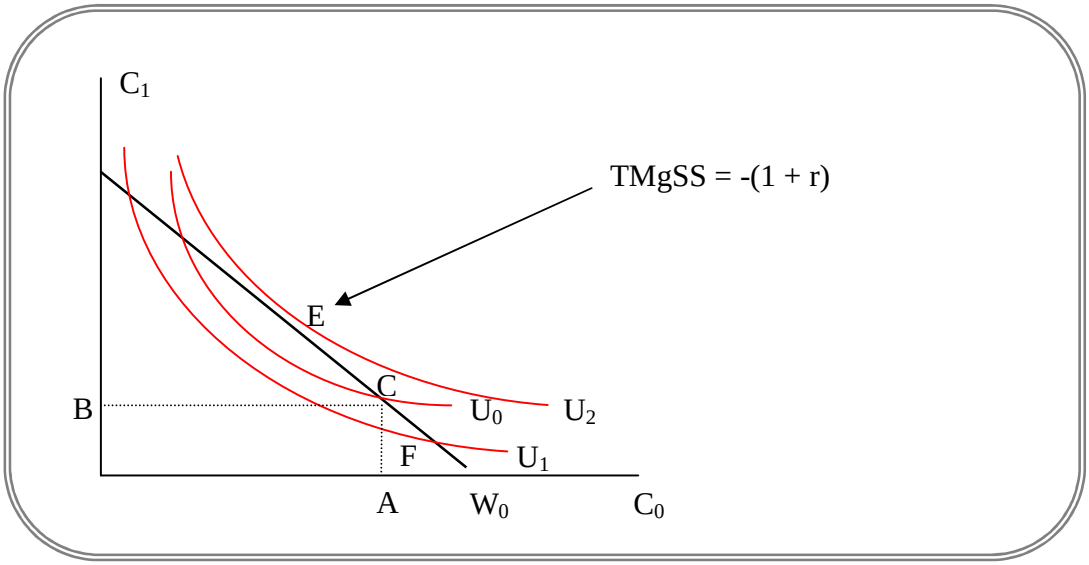
Se puede ver, en el caso en que no existen posibilidades de intercambio, que cada individuo invierte en oportunidades productivas según sus preferencias, es decir, invierte donde se igualan su tasa marginal de sustitución subjetiva con la pendiente de la frontera de posibilidades de Inversión productiva que le ofrece el mercado de capitales.

Tres diferentes escenarios sobre las posibilidades de consumo e inversión

Sin oportunidades de inversión y con mercado de capitales:

Supongamos primero que no existen oportunidades de inversión, pero que sí tenemos acceso al mercado de capitales. En ese caso (gráfico nº 10), si un individuo posee una dotación inicial C_0 y C_1 en el futuro, podrá acceder a la curva de indiferencia U_0 en el punto C. Este sería la curva de indiferencia sin acceso al mercado de capitales, por cuanto no podría modificar su patrón original de consumo presente y futuro, incurriendo como veremos, en una desutilidad.

Gráfico Nº 10: Curvas de indiferencia con mercado de capitales, sin oportunidades de inversión



Sin embargo, es posible desplazarse desde C hacia cualquier punto a través de la línea de mercado de capitales pidiendo prestado o prestando.

Si es posible ir al mercado para prestar o pedir prestado, entonces existe también la posibilidad de desplazarse desde C hacia cualquier punto a través de la línea del mercado de capitales, como E ó F. Este análisis nos lleva a que el individuo intentará maximizar su beneficio desplazándose hacia E, por cuanto en ese punto logra la mayor curva de indiferencia al nivel de utilidad U_2. Esta persona es entonces ahorrador o prestamista.

El punto F está disponible, representa un menor nivel de utilidad y no será deseado en consecuencia. Luego, la conducta de maximización de la utilidad establece que debe alcanzarse siempre el punto E que representa la mayor curva de indiferencia factible. En el punto E ocurre una condición muy particular y es que la pendiente de la curva de indiferencia es igual a la pendiente de la línea del mercado de capitales.

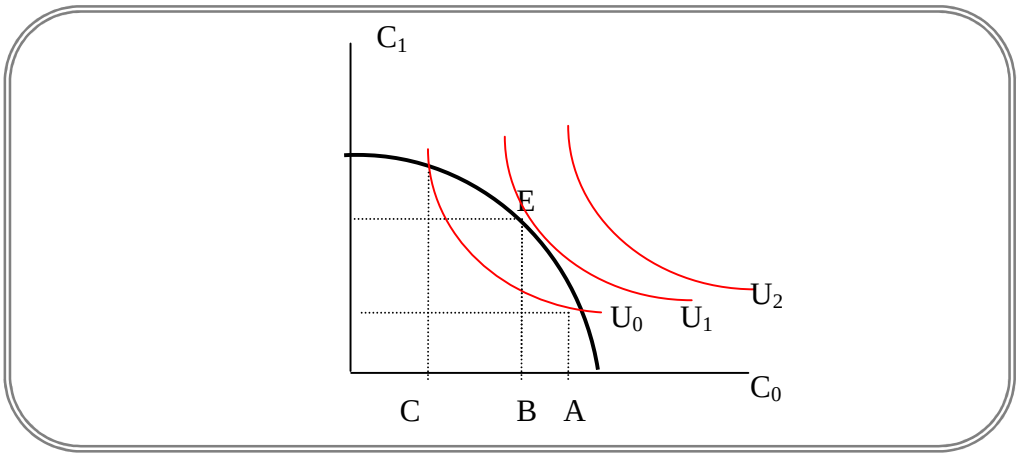
Con oportunidades de inversión y sin mercado de capitales

Esta situación ha sido denominada comúnmente como "el mundo de Robinson Crusoe". Como se explicó anteriormente, Robinson Crusoe se encuentra solo en una isla y no tiene acceso al mercado de capitales.

Con estas condiciones la pregunta que surgiría entonces es: ¿Cuánto debe invertir Robinson Crusoe para maximizar su bienestar total?, el Gráfico nº 11 nos muestra las posibilidades de consumo, donde la máxima utilidad que puede alcanzar es la curva de indiferencia U_1, ya que U_2 no es alcanzable y la curva de utilidad U_0 no es optima, ya que si invertimos en A o en C no se utiliza la curva de indiferencia mas alta U_1, únicamente en E se logra ese objetivo.

En el punto E, que es el óptimo, ocurre que la pendiente de la curva de indiferencia de Robinsón Crusoe es igual a la pendiente de la frontera de oportunidades de producción.

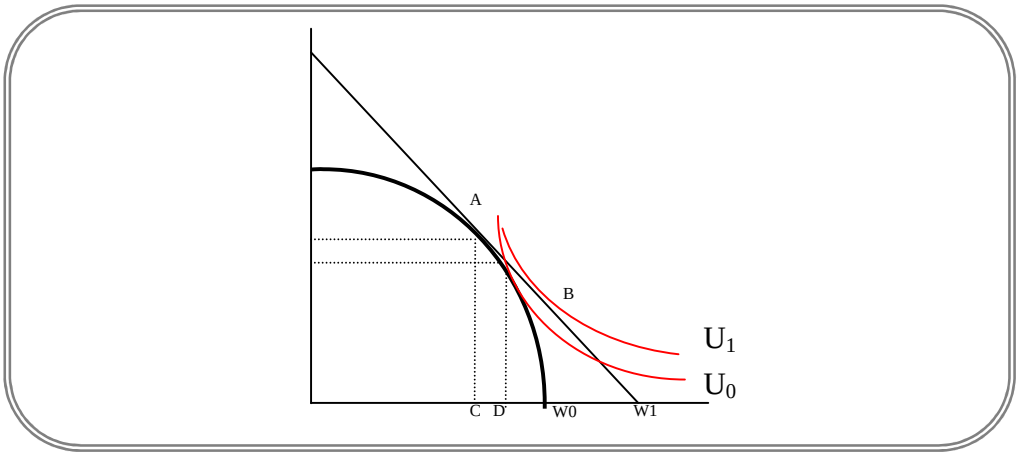
Gráfico nº 11: Curvas de indiferencia sin mercado de capitales.



Con oportunidades de inversión y con mercado de capitales

En esta situación se adelante al “teorema de la separación de Fisher”, bajo el cual las decisiones de inversión son independientes y diferentes de la decisión de consumo, vea el gráfico nº 13.

Gráfico Nº 13: Con mercado de capitales y oportunidades de inversión-consumo



La solución óptima se ubica en el punto B, pero esta solución se obtiene alcanzando previamente la solución productiva óptima esto es, invirtiendo hasta el punto en que deberían suspender nuevas inversiones adicionales. Este es el punto A, en el cual se invierte el monto WoC, lo que asegura la maximización del nuevo valor presente de la riqueza del individuo W1.

Como segundo paso debe acudirse al mercado de capitales para ubicar el patrón de consumo que maximiza la utilidad. En el ejemplo, el individuo acude al Mercado de Capitales a endeudarse, para llegar entonces al punto B donde se alcanza U1, es decir la mayor curva de indiferencia disponible.

CLASE 07

3.4. Modelo de Inversión y Consumo con Mercado de Capitales: El Teorema de Separación de Fisher

En el proceso de decisión "consumo e inversión" del individuo, es posible identificar dos etapas de análisis:

Etapa 1, donde el individuo elige el punto óptimo de producción, tomando todos los proyectos hasta que la tasa marginal de retorno iguale la tasa (de interés, que analizaremos más adelante en este apartado) objetiva del mercado. El mercado de capitales perfecto supone que la tasa a que se presta es igual a la tasa pedir prestado.

Etapa 2, cuando el individuo elige el patrón óptimo de consumo mediante el endeudamiento o el préstamo a terceros a lo largo de la línea de posibilidades de inversión del mercado de capitales, de modo de igualar la TMgS Subjetiva (pendiente de la curva de indiferencia) con la Tasa de Retorno del mercado (que es la pendiente de la línea de posibilidades de inversión del mercado de capitales).

Las definiciones entregadas, de las etapas del proceso de decisión "consumo e inversión", contiene muchos conceptos no explicados y que no nos permiten comprender a cabalidad el proceso de decisión de consumo e inversión, que realiza un individuo determinado.

Para una mejor comprensión del proceso de toma de decisión consumo e inversión, se abordarán dos tópicos, pilares fundamentales del análisis de las etapas.

3.4.1. Preferencia por el Tiempo

Al plantear el problema que enfrenta el consumidor en la elección entre dos o más bienes, generalmente, esta elección se sitúa en tiempo presente. Sin embargo, en la práctica los consumidores, además de elegir entre dos o más bienes, deben seleccionar entre el consumo de bienes "hoy" y el consumo de bienes "mañana". Por lo tanto, se debe tomar en

cuenta la preferencia por el tiempo que posee cada individuo, la que puede ser diferente entre uno y otro.

¿Cuántas veces ha postergado el consumo de hoy, para poder consumir mañana? Las veces que lo ha hecho significa, en términos económicos, que ha sacrificado el gasto de una parte de su ingreso hoy para utilizarlo mañana. Es más, es posible que en algunas ocasiones haya conseguido prestado dinero para poder consumir más hoy, con la promesa de cancelar la deuda con su ingreso futuro, reduciendo consecuentemente, el consumo futuro.

Por Ejemplo:

Cuando un individuo posterga el consumo actual, al no salir de vacaciones al extranjero, para comprase un vehículo en un par de meses después.

Otro individuo solicita un crédito de consumo para concretar la compra de un televisor de 29 pulgadas, de esta forma compromete el consumo futuro, debido a que deberá cancelar el crédito de consumo solicitado.

Este dilema de “consumir hoy o consumir mañana”, se le conoce generalmente como Teoría de las Preferencias por el Tiempo. Para analizar las preferencias por ele tiempo de un individuo, debemos introducir el concepto de “Mercado del Crédito”, el cual permite a los individuos satisfacer preferencias del consumo presente por sobre el consumo futuro.

Para que el consumidor esté en una situación de equilibrio con respecto al consumo de dos bienes (bienes presentes y bienes futuros), se debe considerar tanto sus preferencias, como la curva de restricción presupuestal que enfrenta.

Para derivar la mencionada restricción presupuestaria, se introducirá en el análisis un precio especial, que se denomina como el precio de la preferencia por el tiempo o Tasa de interés, que denotaremos con la letra r.

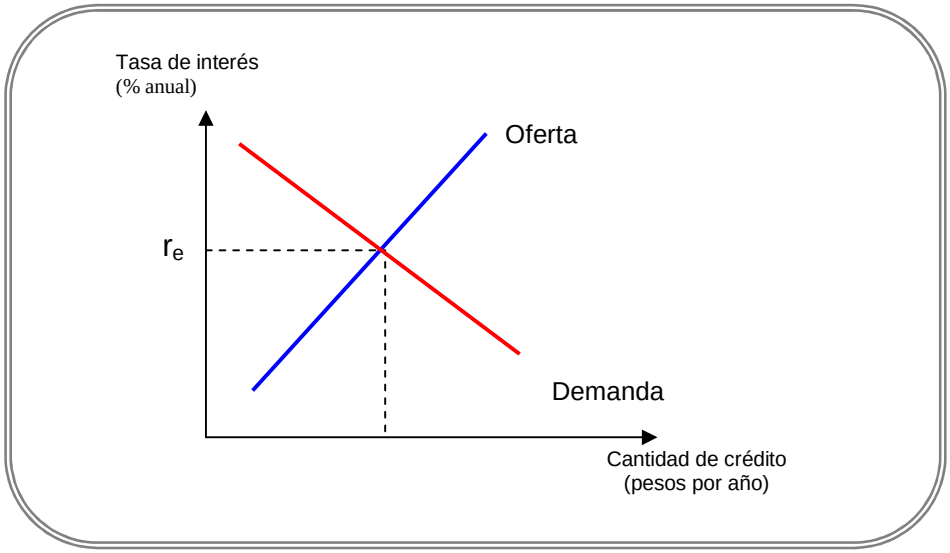
Tasa de Interés

La tasa de interés se puede definir como la tasa a la cual se intercambian bienes de hoy por los, bienes, que se consumirán mañana. Este precio especial o tasa de interés es la que se determina en el mercado del crédito.

En el mercado del crédito, los oferentes están dispuestos a intercambiar (sacrificar) consumo presente a cambio de tener un mayor consumo en el futuro. Los demandantes de crédito, por el contrario, están dispuestos a intercambiar (sacrificar) su consumo de bienes futuro a cambio de un mayor consumo presente.

En el Gráfico Nº 8, se muestra un modelo simple de oferta y demanda para el mercado del crédito. En donde la curva de demanda muestra los deseos y los recursos con que cuentan los prestatarios, mientras que la curva de oferta muestra los deseos y los recursos de los prestamistas. La intersección entre las curvas de oferta y demanda, determina la tasa de interés de mercado.

Gráfico Nº 8: Determinación de la Tasa de Interés



Se debe asumir que el consumidor individual constituye una parte muy pequeña de la totalidad del mercado de crédito, y que, por lo tanto, puede prestar o pedir prestado tanto dinero como guste a la tasa de interés existente (r_0). Entonces, el consumo futuro estará dado por uno más la tasa de interés ($1+ r_0$), la cual constituye el precio del consumo presente.

Lo anterior, nos permite concluir que para consumir $1 hoy,
se debe sacrificar $(1+r) en el futuro.

La conclusión anterior, puede ser aclarada al analizar el caso de dos individuos, uno que pide prestado y el otro que presta, de esta forma analizar como afecta la existencia de una tasa de interés del mercado de capitales. Se debe suponer que, los individuos se enfrentan a única tasa de interés real (r).

Caso del que pide prestado, donde x = monto de dinero > 0

Si el individuo quiere consumir más hoy, este se dirige al mercado de capitales a pedir prestado una cantidad de dinero X. Por lo tanto, X es mayor que cero, pues el mercado de capitales aumento su ingreso en X.

De esta forma, los consumos máximos a los cuales podrá acceder son:

$$C_0 = Y_0 + X$$

$$C_1 = Y_1 – X(1 + r)$$

Es decir, el consumo máximo que va ha recibir este individuo es el ingreso futuro menos, lo que debe al mercado de capitales más los interese que se cobren por el préstamo.

Caso del que presta, donde x = monto de dinero < 0

Si el individuo quiere consumir más en el futuro, este se dirige al mercado de capitales a prestar una cantidad de dinero X, es la que no desea consumir hoy. Por lo tanto, X es menor que cero, pues el individuo entrega a el mercado de capitales una cantidad de X, como inversión.

De esta forma, los consumos máximos a los cuales podrá acceder son:

$$C_0 = Y_0 - X$$

$$C_1 = Y_1 + X(1 + r)$$

Es decir, el consumo máximo que va ha recibir este individuo es el ingreso futuro más, lo que le debe el mercado de capitales más los interese que le retorne la inversión.

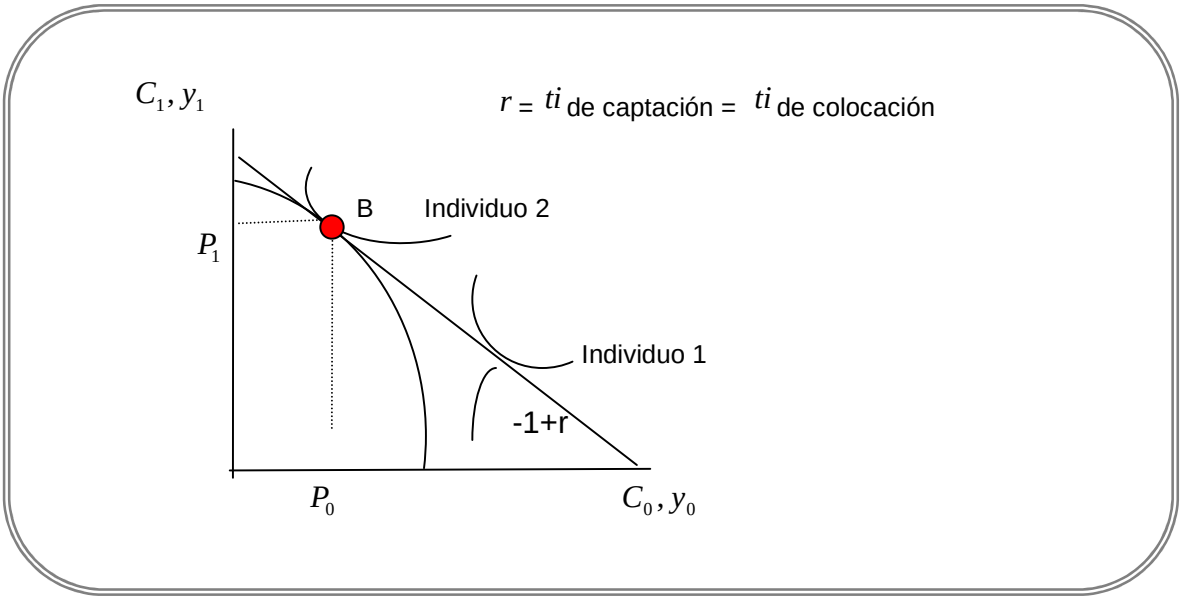
3.4.2. El Teorema de Separación de Fisher

Al introducir el mercado de capitales en el modelo, se debe realizar el supuesto anteriormente señalado, en la etapa 1 del proceso de toma de decisión consumo e inversión, que “la tasa de interés de prestar es igual a la tasa de interés de pedir prestado”.

En otras palabras, se quiere decir que, para introducir y analizar el mercado de capitales en el modelo inversión – consumo, se debe trabajar con el supuesto de que la tasa de captación (tasa a la cual los oferentes de dinero colocan su excedente a disposición del mercado del crédito) es igual a la tasa de colocación (tasa a la cual los demandantes de dinero, obtienen crédito para satisfacer sus necesidades de consumo presente).

A continuación, se presenta el modelo de consumo e inversión con mercado de capitales y bajo el supuesto señalado.

Gráfico Nº 9: Modelo de Consumo e Inversión con Mercado de Capitales



En el punto B, es donde se realiza la inversión productiva, ya que en dicho punto la rentabilidad marginal del último proyecto productivo es igual a la rentabilidad del mercado de capitales dado por la tasa de interés, la cual es única.

En un mercado de capitales perfecto, esta decisión representada por el punto B del individuo 2, la hacen todos los inversionistas. En otras palabras, todos los agentes del mercado de capital eligen el punto B (tangente entre la curva de indiferencia y la curva de posibilidades de inversión).

Sin embargo, se puede ver que las decisiones de consumo son totalmente independientes de las decisiones de inversión cuando el mercado de capitales es perfecto, ya que para decidir su consumo óptimo, las personas se ubican en el punto en el que su curva de indiferencia individual es tangente a la línea del mercado de capitales. Por esta razón, individuos con diferentes preferencias se ubicarán en distintos puntos de la línea de

mercado de capitales, pues tienen diferentes curvas de indiferencia, por lo que están eligiendo patrones de consumo diferentes.

De lo anterior, surge el **"**Teorema de Separación de dos Fondos" o "Teorema de Fisher", el cual nos dice que, en un contexto de mercados de capitales perfecto, las decisiones de consumo son independientes de las de inversión.

El resultado fundamental del modelo de Fisher y Hisrshleifer[16], en 1930, es el concluir que "el criterio para la inversión de capital no guarda relación con las preferencias individuales sobre el consumo actual versus el consumo futuro".

Lo anterior, se da tanto para aquel individuo que privilegia el consumo presente, como el que privilegia el consumo futuro, ambos individuos están de acuerdo en la cantidad que desean invertir en activos reales.

Ejemplo:

Suponga que la función de utilidad de cierto individuo esta dada por $U(C_0) = C_0 \cdot C_1$, además se conoce la función de producción que es $C_1 = 2000 - 0{,}00089 \cdot C_0^2$.

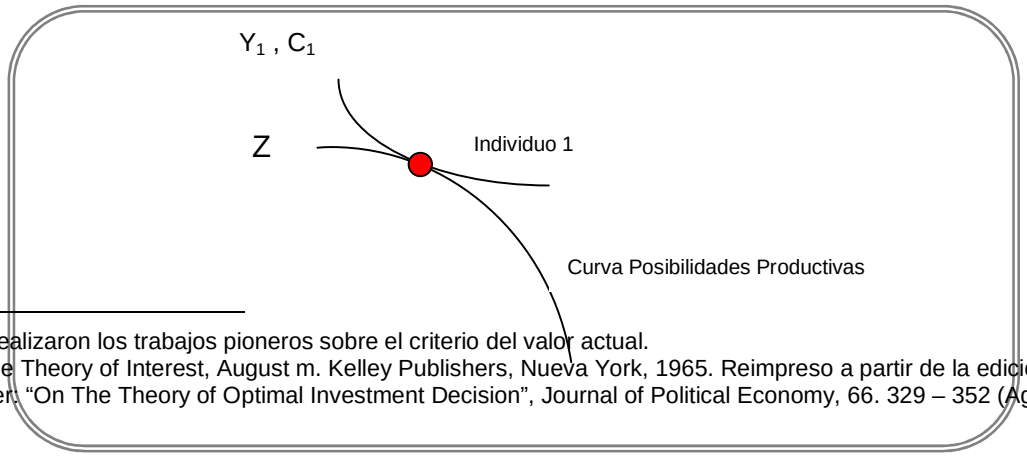
Se pide:

i) Encontrar la solución sin Mercado de Capitales, como el caso de Robinson Crusoe.

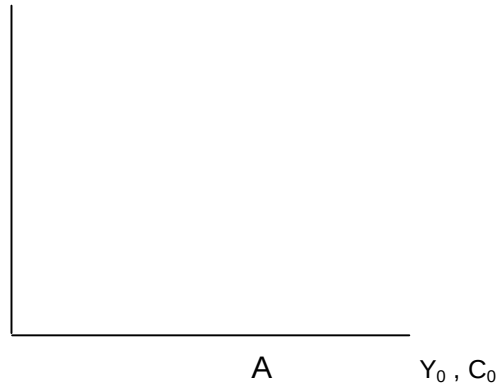
ii) Encontrar solución con mercado de capitales, en donde r=0,6.

Caso sin Mercado de Capitales

Caso que se representa con el siguiente gráfico:



[16] Quienes realizaron los trabajos pioneros sobre el criterio del valor actual.
J. Fisher: The Theory of Interest, August m. Kelley Publishers, Nueva York, 1965. Reimpreso a partir de la edición de 1930.
J. Hirschleifer: "On The Theory of Optimal Investment Decision", Journal of Political Economy, 66. 329 – 352 (Agosto, 1958).



Matemáticamente, se representa con la siguiente igualdad:

$$-\frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / C_1} = -\frac{C_1}{C_0} = TMgSS$$

Sabemos que la TMgST es la derivada de la función de C_1, con respecto a C_0, por lo que, derivamos la función $C_1 = 2000 - 0{,}00089 \cdot C_0^2$, lo que nos da:

$$\mathrm{TMgT} = -\frac{\partial \mathrm{C}_1}{\partial \mathrm{C}_0} = 2 \cdot 0{,}00089 \cdot \mathrm{C}_0$$

$$\mathrm{TMgT} = -0{,}00178 \cdot \mathrm{C}_0$$

Al igualar la TMgST con la TMgSS, se tiene que:

$$-\frac{\partial \mathrm{U} / \partial \mathrm{C}_0}{\partial \mathrm{U} / \mathrm{C}_1} = -\frac{\mathrm{C}_1}{\mathrm{C}_0} = \mathrm{TMgSS} = \mathrm{TMgST} = -0.00178\mathrm{C}_0$$

Lo que nos da:

$$\frac{C_1}{C_0} = 0{,}00178 \cdot C_0$$

Despejando C_1, se obtiene:

$$\boxed{C_1 = 0{,}00178 \cdot C_0{}^2}$$

Por lo tanto, éste sería el punto óptimo, lo cual permite reemplazarlo y despejar, en la función de producción, para obtener los niveles $C_0 * y\ C_1 *$ óptimos.

En la función de producción:

$$C_1 = 2000 - 0{,}00089 \cdot C_0^2$$

$$C_1 = 0{,}00178 \cdot C_0{}^2 = 2000 - 0{,}00089 \cdot C_0^2$$

$$0{,}00267 \cdot C_0{}^2 = 2000$$

Entonces,

$$C_0 = 865{,}484$$

$$C_1 = 1333{,}33$$

Lo que corresponde a la solución para el caso de un individuo sin mercado de Capitales, es decir, caso de Robinson Crusoe.

Caso con Mercado de Capitales con r = 0.6

En este caso, la $TMgT = (1+r)$ corresponde a la pendiente de la frontera de posibilidades de producción igualada a la pendiente de la línea de mercado de capitales, que es (1+r).

$$-0{,}00178 \cdot \mathrm{C}_0 = -(1+\mathrm{r})$$

$$-0{,}00178 \cdot \mathrm{C}_0 = -1{,}6$$

$$\boxed{=> C_0 = 898{,}9}$$

Al reemplazar este valor en la función de producción, nos da:

$$C_1 = 2000 - 0{,}00089 \cdot C_0^2$$

$$\boxed{=> C_1 = 1280{,}9}$$

Se entenderá como riqueza del individuo el consumo presente y el consumo futuro (a valor presente), lo que se denota como W_0, y se representa con la siguiente ecuación:

$$\boxed{W_0 = C_0 + \frac{C_1}{1+r}} \quad (6)$$

Reemplazamos los datos obtenidos de consumo presente y futuro, por lo tanto, se obtiene una riqueza de:

$$W_0 = 898{,}9 + \frac{1280{,}9}{1{,}6}$$

$$\boxed{W_0 = 1699{,}46}$$

Se sabe que el óptimo de consumo, se da cuando la pendiente de la curva de indiferencia es igual a la pendiente de la línea del mercado de capitales. Por lo que, matemáticamente podemos igualar las pendientes como:

$$-(1+\mathrm{r}) = -\frac{\mathrm{C}_1}{\mathrm{C}_0}$$

$$1{,}6 \cdot \mathrm{C}_0 = \mathrm{C}_1$$

$$\mathrm{C}_0 = \frac{\mathrm{C}_1}{1{,}6}$$

Dada una riqueza de $W_0 = 1699{,}46$, lo que tiene que suceder es que:

$$\boxed{W_0 = C_0 + \frac{C_1}{1+r}}$$

$$1699{,}46 = \frac{C_1}{1{,}6} + \frac{C_1}{1{,}6}$$

$$\frac{1699{,}46 \cdot 1{,}6}{2} = C_1$$

Por lo tanto:

$$\boxed{C_1 = 1359{,}5}$$

$$\boxed{C_0 = 849{,}73}$$

CLASE 08

3.5. Mercado de Capitales Imperfecto

Este tipo de mercados se presenta cuando por costos de transacción y/o de intermediación financiera, la tasa de interés de captación (tasa de prestar) es menor que la tasa de interés de colocación (pedir prestado), por lo tanto no existe el supuesto que la tasa de interés es única.

En la realidad, existen costos de transacción que llevan al surgimiento de los intermediarios financieros, los cuales se especializan en captar recursos de las unidades (empresas o personas) con superávit de dinero, el cual es asignado a las unidades deficitarias.

Debido a lo anterior, la tasa de captación es inferior a la de colocación y, su efecto en el modelo de consumo e inversión es que ya no se pueden separar las decisiones de consumo de las de inversión, es decir, son dependientes.

Con otras palabras, se quiere decir que en el mercado de capitales imperfecto, la tasa de interés de prestar es distinta de la de pedir prestado; por lo tanto, las decisiones de inversión dependen de las preferencias por consumo intertemporal de las personas.

El óptimo productivo ocurre donde la curva de transformación productiva se intersecta con la recta relevante o línea de posibilidades de inversión del mercado de capitales.

Ejemplo:

Suponga un individuo que tiene una función de utilidad dada por $U(C_0) = C_0 \cdot C_1$, donde este individuo, enfrenta un set de oportunidades productivas dado por $Y_0^2 + Y_1^2 = 100$.

i) Existe un mercado de capitales perfecto donde la tasa de captación y de colocación alcanza un 10%.Si este individuo desea maximizar su bienestar ¿participaría o no participaría en el mercado de capitales?
ii) Suponga ahora que el mercado de capitales es imperfecto, donde la tasa de captación es 10%, mientras que la de colocación es de 20%. Si el individuo desea maximizar su bienestar ¿participaría o no participaría en el mercado de capitales?

Caso Mercado de Capitales Perfecto

Datos

$$U(C_0) = C_0 \cdot C_1$$

$$Y_0^2 + Y_1^2 = 100$$

r=10%

El desarrollo de este ejemplo es similar al realizado anteriormente para el caso de mercados de capitales con r = 0.6.

Donde:

$$TMgT = \frac{Y_0}{Y_1} \qquad TMgS = \frac{C_1}{C_0}$$

$$\boxed{TMgT = (1+r)}$$

Entonces, se tiene que:

$$\boxed{\frac{Y_0}{Y_1} = 1{,}1 \quad => Y_0 = 1{,}1 \cdot Y_1}$$

$$(1{,}1 \cdot Y_1)^2 + Y_1^2 = 100$$
$$1{,}21 \cdot Y_1^2 + Y_1^2 = 100$$
$$2{,}21 \cdot Y_1^2 = 100$$

Por lo tanto:

$$\boxed{Y_1 = 6{,}7267}$$

$$\boxed{Y_0 = 7{,}3994}$$

$$w(riqueza, bienestar) = 7{,}3994 + \frac{6{,}7267}{1{,}1}$$

$$\boxed{w = 13{,}5146}$$

$$\boxed{TMgS = (1 + r)}$$

$$\boxed{\frac{C_1}{C_0} = 1{,}1 \quad => C_1 = 1{,}1 \cdot C_0}$$

$$13{,}5146 = C_0 + \frac{1{,}1 \cdot C_0}{1{,}1}$$
$$13{,}5146 = 2 \cdot C_0$$

$$\boxed{C_0 = 6{,}7573}$$

$$\boxed{C_1 = 7{,}4330}$$

Caso Mercado de Capitales Imperfecto

Datos

r de captación=10%

r de colocación=20%

$$TMgT = TMgS$$
$$\frac{Y_0}{Y_1} = \frac{C_0}{C_1}$$

Se supone que:

$$\boxed{C_0 = Y_0 \quad y \quad C_1 = Y_1}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{C_0^2 = C_1^2}$$

$$C_0^2 + C_0^2 = 100$$
$$2 \cdot C_0^2 = 100$$

$$\boxed{C_0 = 7{,}0710}$$

$$\boxed{C_1 = 7{,}0710}$$

Ahora, con r (tasa de interés de colocación) igual a 20%

$$TMgT = (1 + r)$$
$$\frac{Y_0}{Y_1} = 1{,}2$$

$$=> Y_0 = 1{,}2 \cdot Y_1$$

$$(1{,}2 \cdot Y_1)^2 + Y_1^2 = 100$$

$$\boxed{Y_1 = 6{,}4018}$$

$$\boxed{Y_0 = 7{,}6822}$$

Y con una tasa r de captación del 10%, en este caso se repite el cálculo del caso de mercado de capitales perfecto. Donde el resultado es:

$$\boxed{C_0 = 6{,}7573}$$

$$\boxed{C_1 = 7{,}4330}$$

Realice Ejercicios del Nº 12 al Nº 15

CLASE 09

4. MODELO DE UTILIDAD ESPERADA

La hipótesis de utilidad esperada, establece que cuando los individuos enfrentan un set de proyectos mutuamente excluyentes, es decir, al elegir uno no se pueden realizar los otros. Cada uno de estos proyectos presenta sus propias distribuciones de probabilidades de resultados, para lo cual los individuos les asignan números a estas opciones, que representan diferentes utilidades por conveniencia que les otorgan a los inversionistas.

De esta forma, los individuos o inversionistas eligen aquel proyecto que está asociado con la probabilidad de distribución que le entrega la máxima utilidad esperada.

Es incuestionable que muchas decisiones que tomamos a diario están plagadas, por no decir saturadas, de incertidumbre, en general respecto a las decisiones tomadas con la idea de financiar nuestro patrón de consumo futuro, es por ello la importancia se saber, estudiar y analizar el efecto que la incertidumbre tiene sobre las decisiones de los individuos.

El enfoque que desarrollaremos para profundizar esta materia corresponde al estudiado por Von Neuman, Morgenstern y Savage, conocido como La Teoría de la Utilidad Esperada, la idea es exponer los elementos y tópicos que nos ayudarán a comprender los contenidos que trataremos mas adelante.

4.1. Teoría de la Elección Bajo Incertidumbre

La decisión ante distintas alternativas inciertas, se modela a través de la teoría de la utilidad, la cual, se presenta de forma limitada en este material de estudio. Por lo que, abordaremos sólo los elementos claves para la comprensión de la selección de carteras de proyectos de inversión.

Hasta el momento, se ha establecido que los individuos se desenvuelven en un entorno cierto, en el cual conocen perfectamente los costos y beneficios que obtendrán de sus acciones. Sin embargo, en el mundo real, la incertidumbre es una constante en las decisiones que debe enfrentar un individuo, y éstas pueden ser de varios tipos, por ejemplo, incertidumbre en el consumo, cuando no se conoce con certeza el beneficio o utilidad que se

obtendrá, como sucede cuando se compra un televisor o se consume un servicio de comida, es decir, la utilidad deseada o esperada se vuelve una probabilidad.

La teoría de la elección en un contexto de incertidumbre es parte de la teoría de utilidad. Para desarrollar esta última se necesita hacer algunos supuestos muy precisos sobre el comportamiento de los individuos, conocidos como los axiomas cardinales de utilidad, estos supuestos ofrecen un mínimo de condiciones coherentes y racionales para el comportamiento; una vez que estén establecidos, el resto de la teoría debe seguir. Se iniciará, entonces, conociendo los cinco axiomas de la utilidad cardinal, a saber:

Comparabilidad

Este axioma indica que el individuo puede comparar entre resultados posibles o alternativas posibles y decir por ejemplo que X es preferible a Y $(X \underline{P} Y)$, o que X es indiferente a Y (X ~ Y) o bien, que Y es preferido a X $(Y \underline{P} X)$.

Transitividad o Consistencia

Este axioma se conoce como supuesto de la consistencia, el cual indica que si $X \underline{P} Y \;\; e \;\; Y \underline{P} Z$ (X es preferido a Y, y además, que Y es preferido a Z), entonces $X \underline{P} Z$

Independencia Fuerte

Suponga que construimos un juego donde un individuo tiene una probabilidad α de recibir X y una probabilidad (1- α) de recibir Z. Nosotros denotamos este juego como G(X,Z, α).

La independencia fuerte dice que si un individuo es indiferente entre X e Y, entonces él o ella también estaría indiferente entre el primer juego, y el juego de obtener Y con probabilidad α y obtener Z con probabilidad (1- α)

Es decir, si:

Si (X ~ Y) entonces => $G(X,Z,\alpha) \sim G(Y,Z,\alpha)$

Mensurabilidad

Este axioma dice que si el resultado Y es menos preferido que X, pero más preferido que Z, habrá una única probabilidad α de tal forma que el individuo estará indiferente entre Y, y un juego entre X con probabilidad α y Z con probabilidad 1-α.

Si $X > Y \geq Z \;\; o \;\; X \geq Y > Z$, entonces se obtiene que exista un único elemento tal que:

$$Y \sim G(X, Z, \alpha).$$

Ordenamiento

Este axioma dice que si las alternativas Y y U están entre X y Z, y se pueden establecer juegos de tal forma que un individuo esté indiferente entre Y, y un juego entre X con probabilidad α_1 y Z con probabilidad (1-α_1); mientras también esté indiferente entre U y, un segundo juego, entre X con probabilidad α_2 y Z con probabilidad (1-α_2).

Entonces: $\alpha_1 > \alpha_2$; para los cuales Y es preferido a U, se tiene que si y sólo si:

$$<=> X \geq Y \geq Z \;\; y \;\; X \geq U \geq Z$$

si Y $\sim G(X, Z, \alpha_1)$ y U $\sim G(X, Z, \alpha_2)$

Se sigue que si α_1 es mayor que α_2, esto implica que Y >U y si $\alpha_1 = \alpha_2$ => Y ~ U

Estos axiomas permiten decir que los individuos siempre hacen elecciones racionales, que pueden elegir entre miles de alternativas, y agregamos el supuesto que los individuos siempre prefieren más riquezas que menos, es decir, que:

$$UMg(w) > 0$$

Supuesto que dice, que toda función de utilidad debe ser monotónicamente creciente en función de la riqueza, con lo cual la utilidad marginal tiene una pendiente positiva a todo nivel de riqueza.

CLASE 10

4.2. Desarrollo de las Funciones de Utilidad

Para conocer como ordenan los individuos entre alternativas riesgosas, se desarrollarán las funciones de utilidad, la cual tiene dos propiedades:

1) Preserva el orden (si $(Y \underline{P} X)$ entonces, la utilidad de Y es mayor que la utilidad de X)

2) La utilidad esperada, puede ser usada para ordenar entre alternativas riesgosas.

Dado los cinco axiomas, más el supuesto de que las personas prefieren más a menos riqueza, se puede establecer que la persona siempre busca maximizar su utilidad esperada de la riqueza, para todas las posibles alternativas de elección. Por lo que, los individuos calculan la utilidad esperada de la riqueza y después eligen el resultado que maximiza su utilidad esperada de la riqueza.

No existe forma de comparar la utilidad experimentada por las distintas personas frente a las mismas alternativas; sin embargo, otra propiedad importante de las funciones de utilidad, es que se puede hablar de la utilidad marginal creciente o decreciente, la cual nos permite inferir de la conducta de los individuos frente al riesgo, si ellos son:

- Adversos al riesgo
- Amantes del riesgo
- Neutrales

Términos que serán abordados más adelante en este material de estudio.

Realice Ejercicios del Nº 16 al Nº 19

4.3. Comportamiento Frente al Riesgo

Para comenzar precisaremos algunos elementos, primero definiremos lo que entendemos por incertidumbre y riesgo y finalmente formalizaremos los resultados que el

individuo racional utiliza para elegir las distintas alternativas que se le presentan con un resultado incierto.

La incertidumbre puede ser comprendida como el estado de no conocer si una proposición determinada es verdadera o falsa. La incertidumbre nace debido a que hoy, cuando tomamos una decisión, no sabemos el verdadero estado de la naturaleza final que se realizará en el futuro, la incertidumbre también depende de la cantidad de información que tengamos para determinar las acciones del futuro. En el extremo podríamos pensar que la incertidumbre no existe, pues sólo reflejaría nuestro desconocimiento de cómo funciona el mundo que nos rodea, por lo pronto asumiremos que una proposición tiene una probabilidad intrínseca de ser falsa o verdadera, pueden existir mucho fenómenos que involucren la incertidumbre, pero no todos serán importantes para un individuo en sus decisiones.

Lo anterior permite definir el término de exposición, una persona estará expuesta a una proposición si a esta persona le importa dicha proposición (aun cuando no la conozca) sea verdadera o falsa, bajo este postulado entonces diremos que riesgo es la exposición a un fenómeno del cual uno tiene incertidumbre.

Observe que riesgo es una dimensión más limitada que incertidumbre, ya que el riesgo requiere de ambos elementos; incertidumbre y exposición.

4.3.1 La Utilidad Esperada

Nos falta por definir lo que al individuo le importa (exposición) y cómo el individuo elegirá entre alternativas riesgosas. Supongamos que un individuo puede comprar hoy una acción de la empresa CENCOSUD por $100, el riesgo viene dado por la incertidumbre en la variación del precio en el futuro, cuando el piensa venderla. Si la empresa concreta sus proyectos, el precio será de $140, pero si fracasa el precio de la acción solo será de $90 (ambos estados de la naturaleza son igualmente probables).

Alternativamente el individuo puede invertir en un activo libre de riesgo con rentabilidad anual de 8%, entonces sabemos hoy con certeza el retorno que obtendremos en un año más (con probabilidad igual a 1).

Recapitulando, el individuo enfrenta 2 alternativas de inversión: la acción (activo riesgoso) y el activo libre de riesgo, si la elección es la acción el individuo puede obtener una rentabilidad del 40% o una rentabilidad de – 10% con igual probabilidad (0,5), podríamos decir entonces, que la rentabilidad esperada de comprar la acción es:

$$E(R) = P(\text{éxito})*0.4 + P(\text{fracaso})*- 0.1 = 0,5* 0,4 + 0,5* - 0,1 = 15\%$$

¿Qué alternativa será elegida entonces por el individuo?, algunos elementos pueden ayudar, la acciones tienen una rentabilidad esperada de 15%, pero tiene riesgo (en el peor de los casos se puede perder parte de la riqueza).

En el segundo caso, la rentabilidad es 8% pero sin riesgo, observando la situación, surge una pregunta fundamental ¿estará el individuo dispuesto a asumir el riesgo de la acción por un retorno esperado adicional (o prima por riesgo) de 7%, comparativamente ¿es suficiente un 7% para compensar el riesgo que asume el individuo?, supondremos que los individuos toman sus decisiones de manera racional maximizando su bienestar, para estandarizar las preferencias debemos imponer ciertas condiciones a la conducta de los individuos (axiomas de preferencias), representando las preferencias a través de una función de utilidad cardinal del tipo U(w), siendo W la riqueza del individuo. La idea es que los individuos asignen un nivel de bienestar (o utilidad) a cada alternativa riesgosa.

Los axiomas de preferencias vistos anteriormente implican dos cosas fundamentales:

1. Existe una función de utilidad U (●) que preserva el orden de las preferencias. Es decir, si el individuo prefiere x a y, entonces U(x) > U(y).

2. La utilidad esperada E(U(●)) permite jerarquizar las alternativas riesgosas. Es decir, para la situación anterior, el bienestar derivado del juego puede ser medido por:

$U(G(x,y:\alpha)) = \alpha U(x) + (1 - \alpha)U(y)$

Por último, supondremos que los individuos prefieren más a menos (supuesto de insaciabilidad local), entonces se puede predecir que los individuos, a través de sus decisiones, buscaran maximizar su utilidad esperada.

Ahora volviendo al ejemplo anterior. Sobre la compra de la acción versus la inversión en un activo libre de riesgo, se asume la que la función de un individuo viene dada por:

U(w) = LN W

Acción de CENCOSUD

U(G(140,90: ½) = E(U(W))
= 0,5*U(150) + 0,5*U(90)
= 0,5*LN140 + 0,5LN90
= 4,72

Activo libre de riesgo
U(180) = LN(180)
= 4,68

En efecto el individuo con preferencias representadas por una función de utilidad logarítmica preferirá comprar la acción de la empresa CENCOSUD, a simple vista podemos decir que para este individuo el retorno esperado adicional de 7% es suficiente compensación por el riesgo adicional asociado a la compra de la acción.

Definición de Aversión al Riesgo

Si la persona prefiere el resultado promedio esperado del juego con certeza, en lugar del juego sin certeza, se dirá que esta persona es aversa al riesgo.

Si prefiere el juego sin certeza al resultado promedio esperado del juego con certeza, es amante del riesgo.

Y, si está indiferente entre el resultado promedio esperado del juego en si mismo, se dirá que es neutral al riesgo.

En general, si la utilidad de la riqueza esperada $U[E(w)]$ es mayor que la utilidad esperada de la riqueza $E[U(w)]$, se dirá que el individuo es averso al riesgo. En consecuencia si:

Definición de Aversión al Riesgo

$U[E(w)] > E[U(w)]$ => *Averso al Riesgo*

$U[E(w)] < E[U(w)]$ => *Amante del Riesgo*

$U[E(w)] = E[U(w)]$ => *Neutral al Riesgo*

Entonces, si la función de utilidad de un individuo es estrictamente cóncava, se trata de un individuo que es averso al riesgo; si la función de utilidad es estrictamente convexa, se

trata de individuos amantes del riesgo; y si la función de utilidad es lineal, se dice que son neutrales al riesgo.

Por Ejemplo:

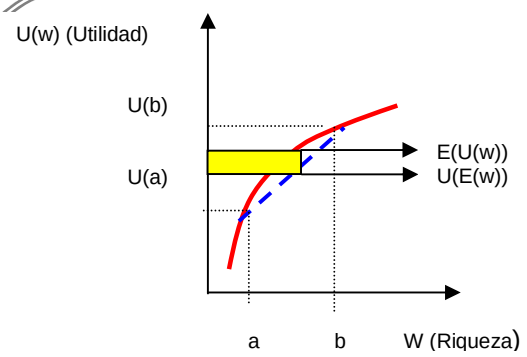
¿Quiénes son los aversos al riesgo, los neutrales al riesgo y los amantes del riesgo?

Averso al riesgo (por ejemplo al dinero)**:** persona que siempre está preparada para vender la oportunidad de participar en una lotería (con premios en dinero) por un monto igual o mayor al esperado por la venta de la lotería.

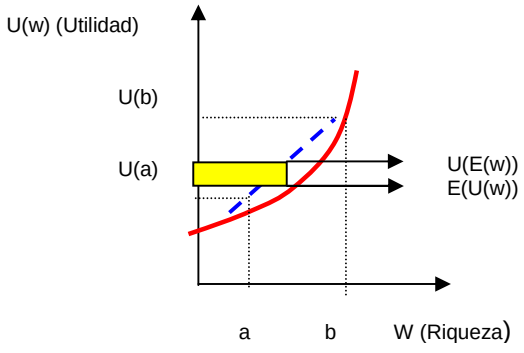
Amante del riesgo (por ejemplo al dinero)**:** persona que siempre está preparada para comprar la oportunidad de participar en una lotería por un monto igual al esperado.

Neutral al riesgo**:** persona indiferente entre comprar y vender un boleto de lotería.

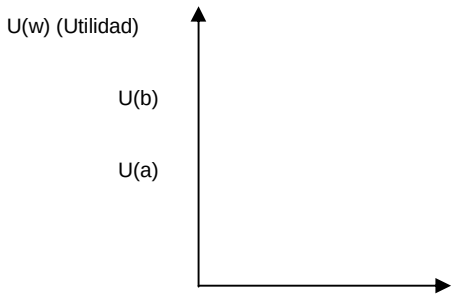
Gráfico N° 10: Representación Gráfica de la Definición de Aversión al Riesgo

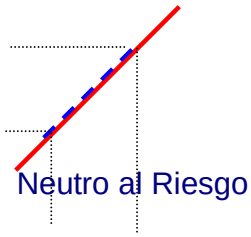


Averso al Riesgo



Amante del Riesgo





Al observar el gráfico Nº 10, podemos señalar que existen inecuaciones entre la utilidad de la riqueza esperada (U(E(w)) y la utilidad esperada de la riqueza (E(U(w)) de un individuo, determinadas de acuerdo al grado de aversión al riesgo es la persona estudiada.

Suponga que al inicio del periodo 1, la riqueza del individuo es w'. Suponga que si una apuesta A es elegida, su riqueza será $2w'$ con probabilidad 0,5 y, una utilidad de 0 con probabilidad 0,5.

Por lo tanto, la utilidad esperada de A se encuentra dada por:

$$E(U(w)) = 0.5U(0) + 0.5U(2w')$$

En tanto que la utilidad del ingreso o riqueza esperada, es:

$$U(E(w)) = U(0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 2w')$$

Ejemplo:

Un individuo desea aportar con un amigo, en donde el juego propuesto tiene un 80% de probabilidad de ganar $5 y 20% de probabilidad de ganar $30, por lo que, la función de utilidad es logarítmica U(w) = ln(w), se tiene que:

$$E(w) = 0.8 \cdot \$5 + 0.2 \cdot \$30 = \$10$$

Esto implica que:

U(E(w) = ln(E(w)) = ln(10) = 2.3

En tanto que la utilidad esperada es:

$$\mathrm{E}[\mathrm{U}(\mathrm{w})] = 0.8 \cdot \mathrm{U}(\$5) + 0.2 \cdot \mathrm{U}(\$30) = .$$

$$E[U(w)] = 0.8 \cdot \ln(5) + 0.2 \cdot \ln(30) =$$

$$E[U(w)] = 0.8 \cdot 1.609 + 0.2 \cdot 3.401 = 1.97$$

Por lo tanto, este individuo es averso al riesgo ya que:

$$U[E(w)] > E[U(w)] \quad .$$

Realice Ejercicios del Nº 20 al Nº 22

CLASE 11

4.4. Premio por Riesgo

Se supondrá que el individuo promedio es averso al riesgo, lo cual significa que el individuo estará dispuesto a pagar "algo" por eliminar el riesgo al que está sometido. Sin embargo, no por todos los riesgos, el individuo estará dispuesto a pagar el mismo monto, sino que por cada riesgo pagará de acuerdo a cuanto influya dicho riesgo en su bienestar.

Para determinar el monto que un individuo está dispuesto a pagar, se tiene que comparar su nivel de bienestar si se somete al riesgo, con el nivel de bienestar que alcanzaría si el riesgo es eliminado.

Para calcular el monto máximo que un individuo está dispuesto a pagar por un seguro que le elimine el riesgo, se han definido dos metodologías alternativas, entregadas por los autores Harry Markowitz y Arrow – Pratt[17], respectivamente, las cuales serán analizadas a continuación:

4.4.1. Metodología Markowitz

[17] H. Markowitz (1952) "Portfolio Selection", Journal of Finance, Vol. 7, J.W. Pratt (1964) "Risk Aversion in the Small and in the Large", Econometrica, Vol. 32, K.J. Arrow (1965) *Aspects of the Theory of Risk-Bearing*. Helsinki: Yrjö Hahnsson Foundation.

Para una mejor comprensión del alumno, la metodología de Markowitz sobre el calculo de la utilidad de ingreso esperado por el individuo, será desarrollada mediante el siguiente ejemplo:

Suponga que una persona, actualmente tiene un nivel de riqueza de $5000 y que le ofrecen un juego en el cual tiene un 20% de probabilidad de perder $1000 y un 80% de probabilidad de ganar $2000. Se sabe, además, que la función de utilidad de la persona, es de la forma U(w)=ln w, donde w es la riqueza del individuo.

Paso 1:

Se calcula la riqueza esperada del individuo, en caso de que entra en el juego sin tomar un seguro para eliminar el riesgo. En general, se utiliza la siguiente fórmula:

$$\boxed{E(w) = \sum_{i=1}^{n} (Pi \cdot wi)} \quad (7)$$

Esta fórmula, corresponde a la riqueza esperada del individuo. En donde el equivalente cierto de un nivel de riqueza incierto, es una cantidad segura, tal que la utilidad de la segunda es igual a la utilidad esperada de la primera.

En nuestro ejemplo:

Riqueza si pierde es de (5000 -1000)	=	$ 4000
Riqueza si gana es de (5000 + 2000)	=	$ 7000

Por lo tanto, se tiene que:

$$E(w) = 0{,}2 \cdot 4000 + 0{,}8 \cdot 7000$$
$$=> E(w) = 6400$$

La riqueza esperada del individuo, si no toma el seguro y se somete al juego, es de $ 6.400.

La pregunta que surge en estos momentos es ¿cuánto estaría dispuesto a pagar el individuo por eliminar el riesgo? Para responder esta inquietud, lo primero será calcular la riqueza equivalente cierta, la cual se obtiene al desarrollar la siguiente fórmula:

$$\boxed{E[U(w)] = \sum_{i=1}^{n} (Pi \cdot U(wi))} \quad (8)$$

Para nuestro ejemplo, se tiene que:

$$U(w) = \ln \cdot w$$

$$U(w) = 0{,}2 \cdot U(4000) + 0{,}8 \cdot U(7000)$$

$$U(w) = 0{,}2 \cdot (\ln 4000) + 0{,}8 \cdot (\ln 7000)$$

$$U(w) = 8{,}74174227 \text{útiles}$$

Nota: Se denota como 8,74174227 útiles, pues representan las unidades de utilidad o riqueza que le reportan al individuo.

En donde, al igualar el resultado con su función, tenemos:

U(w)= 8,74174227 y U(w)= ln(w)

ln(w) = 8,74174227

Entonces, para despejar la w (que representa la riqueza) se utiliza el número e, por lo que la expresión nos queda como:

$$e^{\ln(w)} = e^{8{,}74174227}$$

Donde $e^{\ln(w)} = w$, se tiene:

$$w^* = e^{8{,}74174227}$$

Donde w* es la riqueza equivalente cierta del individuo. Por lo tanto:

$$E[U(w)] = w*$$

$$\boxed{w* = 6258{,}790722}$$ => Riqueza equivalente cierta.

Premio por Riesgo

De acuerdo a la definición de premio por riesgo de Markowitz, se tiene las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{E(w) - E[U(w)] = \pi\ (premio\ \ por\ \ riesgo)}\ \text{o}\ \boxed{\Pr emio\ \ por\ \ riesgo = E(w) - w*}\quad (9)$$

Es decir, el premio por riesgo, corresponde a la riqueza esperada – riqueza equivalente cierta.

Si retomamos nuestro ejemplo, el premio por riesgo corresponde del individuo en estudio, es de $141 aproximadamente.

$$\boxed{\Pr emio\ \ por\ \ riesgo = 6400 - 6258{,}790722 = 141{,}209278}$$

Por lo tanto, el premio por riesgo corresponde a la cantidad máxima que el individuo estaría dispuesto a pagar por un seguro que le elimine completamente el riesgo del juego.

Realice Ejercicios del Nº 23 al Nº 25

4.4.2. Metodología de Arrow - Pratt

Para un individuo que es averso al riesgo, siempre el premio por riesgo es positivo, mientras que el costo del juego, puede ser positivo, negativo o cero, dependiendo del riesgo del juego y de cuánto se espera que cambie la riqueza actual.

En adelante, se supondrá que los individuos son aversos al riesgo, lo cual significa que:

- Siempre prefieren más riqueza a menos riqueza, entonces la utilidad marginal (UMg) de la riqueza es positiva.

$$\boxed{\frac{\partial U(w)}{\partial w} > 0 \ \ ó \ \ U'(w) > 0} \quad (10)$$

- La utilidad marginal de la riqueza es decreciente.

$$\boxed{\frac{\partial UMg(w)}{\partial w} < 0 \ \ ó \ \ U''(w) < 0} \quad (11)$$

Los autores Arrow y Pratt[18], confeccionaron dos mediciones para el riesgo, a saber:

Para el Premio por Riesgo (π)

$$\boxed{\pi = \frac{1}{2} \cdot \sigma_z^2 \cdot \left(-\frac{U''(w)}{U'(w)} \right)} \quad (12)$$

Donde:

$$\boxed{\sigma_z^2 = \sum_i P_i \cdot \left(X_i - E(\overline{X}_i) \right)^2}$$

Corresponde a la varianza y los datos a trabajar son:

X_i	=	Riqueza asociada al evento i (resultado)
P_i	=	Probabilidad asociada
$E(w)$	=	Riqueza esperada

[18] J.W. Pratt (1964) "Risk Aversion in the Small and in the Large", Econometrica, y K.J. Arrow (1965) *Aspects of the Theory of Risk-Bearing*. Helsinki: Yrjö Hahnsson Foundation.

Para nuestro ejemplo, si desarrollamos la fórmula del premio por riego para nuestro individuo, tenemos que:

X_i = Riqueza asociada al evento i (resultado)

P_i = Probabilidad asociada

$E(w)$ = Riqueza esperada (4000*0.2+7000*0.8) = 6400

$$\sigma_z^2 = \sum_i P_i \cdot \left(X_i - E(\overline{X}_i)\right)^2$$

$$\sigma_z^2 = 0.2 \cdot (4000 - 6400)^2 + 0.8 \cdot (7000 - 6400)^2$$

$$\sigma_z^2 = 1440000$$

Antes de calcular el premio por riesgo, debemos obtener el valor de:

$$-\frac{U''(w)}{U'(w)} = \text{incógnita}$$

U(w) = ln (w)

U`(w) = 1 / (w)

U``(w) = - 1 / $(w)^2$

$$-\frac{U''(w)}{U'(w)} = -\frac{(-1/(w)^2)}{(1/(w))} = --1/(w) = 1/(w)$$

La riqueza actual del individuo es de $5000, por lo tanto, $1/(w) = 0.0002$

Al reemplazar en la fórmula 12, se tiene:

$$\pi = \frac{1}{2} \cdot \sigma_z^2 \cdot \left(-\frac{U''(w)}{U'(w)}\right)$$

$$\pi = \frac{1}{2} \cdot 1440000 \cdot (0.0002) = 144$$

Lo que se denota como π, en nuestro ejemplo π = 144, mide el premio por riesgo, es decir, como $\frac{1}{2} \cdot \sigma_z^2$ siempre es positivo, el signo del premio siempre es determinado por el signo del paréntesis. Cabe destacar que, para una persona aversa al riesgo π siempre es positivo.

La fracción que aparece, que multiplica a la varianza, recibe el nombre de "Medida de aversión absoluta al riesgo de Arrow – Pratt" (A.R.A.). En donde, para analizar la aversión al riesgo de un individuo, de toma la derivada del coeficiente. Si la derivada es positiva, entonces el individuo está dispuesto a destinar una mayor cantidad de recursos a inversiones riesgosas. Por el contrario, cuando la derivada es negativa existe entonces aversión al riesgo por lo que cada vez se destinarán menores recursos a inversiones riesgosas y, si la derivada es nula, se mantiene la misma cantidad de unidades monetarias en las inversiones riesgosas.

La medida de aversión absoluta al riesgo de Arroz – Pratt, se denota como:

$$\boxed{A.R.A. = -\frac{U''(w)}{U'(w)}} \quad (13)$$

Se denomina aversión absoluta porque mide la aversión al riesgo para un nivel de riqueza dado.

Si se multiplica esta medida (A.R.A.) por el nivel de riqueza, se obtiene lo que se conoce con el nombre de "Medida de aversión relativa al riesgo de Arrow – Pratt" (R.R.A.).

La aversión relativa al riesgo indica el porcentaje de riqueza que se sacrificaría por no participar en el juego, lo que se denota como:

$$\boxed{R.R.A. = -w \cdot \frac{U''(w)}{U'(w)}} \quad (14)$$

Una aversión relativa al riesgo constante, significa que el individuo tiene una aversión al riesgo constante para aumentos o disminuciones proporcionales de la riqueza.

Cabe destacar que, para cambios pequeños en la riqueza como resultado del juego o riesgo al que está expuesto el individuo, los criterios de Markowitz y de Arrow – Pratt, tienden a coincidir.

Por el contrario, para cambios grandes de la riqueza como producto del juego esto no ocurre y se ha demostrado que el mejor criterio en dicho caso es el de Markowitz.

Realice Ejercicios del Nº 26 al Nº 28

4.5. La Aversión al Riesgo y la Riqueza

Una cuestión importante que es necesario conocer, es si el grado de aversión al riesgo de una persona aumenta o disminuye conforme son mayores los niveles de renta.

En forma intuitiva, se puede suponer que la disposición a pagar por evitar un juego justo disminuye a medida que aumenta la riqueza, ya que la utilidad marginal decreciente haría que las posibles pérdidas fueran menos graves para las personas ricas. Sin embargo, esa respuesta intuitiva no es necesariamente correcta, ya que la utilidad marginal decreciente también hace que las ganancias que se obtienen sean menos atractivas, por lo tanto, el resultado neto es indeterminado y depende de la forma exacta de la función de utilidad.

De hecho, si la utilidad es cuadrática en la riqueza,

$$U(W) = a + bW + cW^2 \quad (15)$$

Donde $b > 0$, $c < 0$, la medida de la aversión al riesgo de Pratt es:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{-2c}{b + 2cW} \quad (16)$$

De acuerdo con lo anterior, la prima a pagar, aumenta conforme aumenta la riqueza. En cambio, si la utilidad es logarítmica en la riqueza:

$$U(W) = ln(W) \qquad (W > 0)$$

Se tiene que:

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{1}{W} \quad (17)$$

Que de hecho, disminuye conforme aumenta la riqueza. La función de utilidad:

$$U(W) = -e^{-AW} = -\exp(-AW) \quad (18)$$

Donde A es una constante positiva, muestra una aversión constante al riesgo en todos los intervalos de riqueza, ya que ahora:

$$\boxed{r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{A^2 e^{-AW}}{Ae^{-AW}} = A} \quad (19)$$

Esta característica de la función de utilidad exponencial, puede utilizarse para realizar algunas estimaciones numéricas de la disposición a pagar por evitar los juegos

4.6. Dominancia Estocástica

Se dice que un activo o un Portafolio[19], es estocásticamente dominante sobre otro, si un individuo recibe de dicho activo o portafolio de activos, una mayor riqueza en cualquier estado de la naturaleza.

Existen dos tipos de dominancia estocástica[20], estos son:

Dominancia Estocástica de Primer Orden

La dominancia estocástica de primer orden, provee una regla para hacer un ranking de los activos que son riesgosos de modo consistente para individuos que prefieren más riqueza a menos riqueza. Esto implica que $U' > 0$.

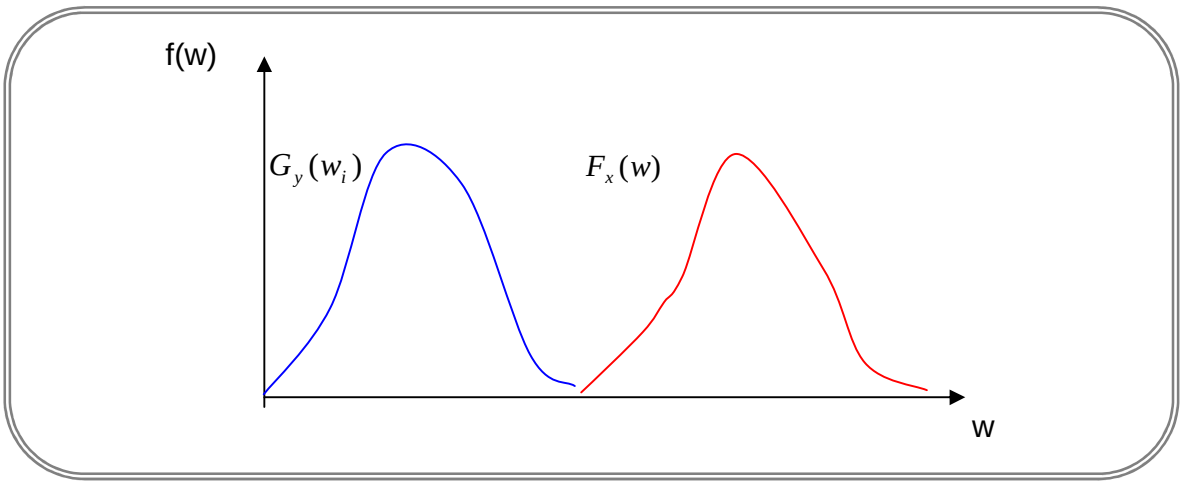
Matemáticamente, un activo X con función de distribución de probabilidad acumulada $F_x(w)$, será estocásticamente dominante sobre un activo Y, con función de distribución de probabilidad $G_y(w)$, para todas las funciones de utilidad no decreciente, si:

$$F_x(w) \leq G_y(w) \qquad \forall \text{ w}$$

$$F_x(w_i) \leq G_y(w_i) \qquad \text{Para algún “i”}$$

La representación gráfica de esto es la siguiente:

Gráfico Nº 11: Dominancia Estocástica de Primer Orden



[19] Se denomina portafolio o cartera, al conjunto de inversiones, o combinación de activos financieros que constituyen el patrimonio de una persona o entidad.
[20] Estocástica: Perteneciente o relativo al azar. Sistema que funcionan, por sobre todo, por el azar.

En otras palabras, la distribución de probabilidad acumulada, definida sobre la riqueza w, para el activo Y, está a la izquierda de la función de probabilidad acumulada del activo X siempre. Si eso ocurre, se dice que X domina estocásticamente en primer orden a Y.

La Dominancia Estocástica de Primer Orden, garantiza que la utilidad esperada de la riqueza ofrecida por el activo "X" es mayor que la del activo "Y" para todas las funciones de utilidad crecientes $(UMg_w > 0)$.

Dominancia Estocástica de Segundo Orden

En este caso, no sólo se supone que $(UMg_w > 0)$, sino también que es decreciente, es decir, se suponen funciones de utilidad estrictamente cóncavas (riqueza equivalente cierta menor a la riqueza esperada, es decir, es un individuo averso al riesgo). De esta manera, se supone que los individuos son aversos al riesgo.

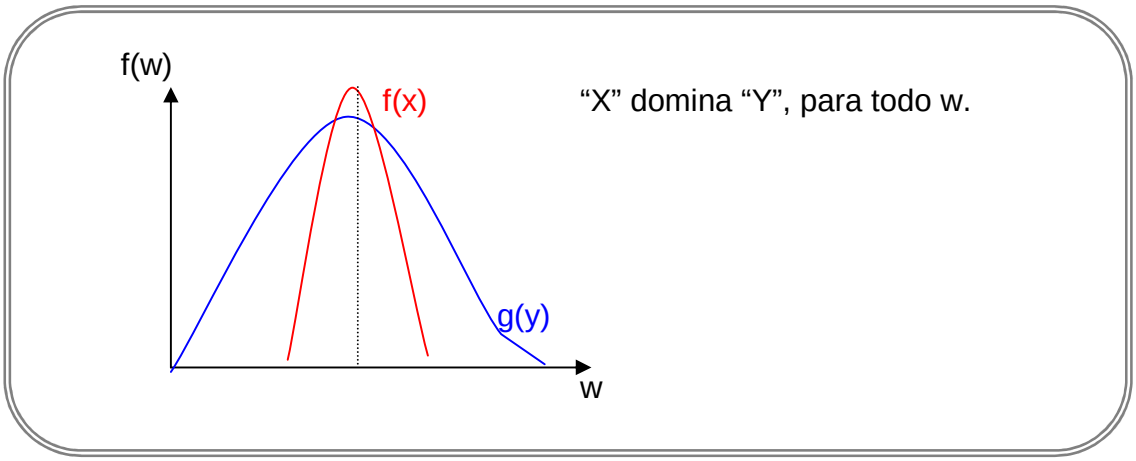
Formalmente, el activo X tiene Dominancia Estocástica de Segundo Orden sobre el activo Y, si se cumple que:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{w_i} \left[G_y(w) - F_x(w)\right] \cdot dw \geq 0, \quad \forall\, w}$$

Esto quiere decir que el activo Y, es más riesgoso que el activo X. Para que "X" domine estocásticamente a "Y", para todos los inversionistas aversos al riesgo, el área acumulada de la distribución de probabilidad de "Y" debe ser mayor que el área acumulada de la distribución de probabilidad de "X", bajo algún nivel de riqueza.

Esto implica que, a diferencia de la dominancia estocástica de primer orden, las funciones de densidad acumulada, se puedan cruzar, como se puede observar en el gráfico Nº 12.

Gráfico nº 12: Dominancia Estocástica de Segundo Orden



Realice Ejercicios del Nº 29 al Nº 30

FINANZAS II

IPLACEX
instituto profesional

UNIDAD II
TEORÍA DE PORTFOLIO

CLASE 01

1. TEORÍA DE PORTFOLIO

En esta unidad se describen los elementos centrales de la teoría de portafolio o teoría de carteras, se establece que un individuo debe tomar dos decisiones interrelacionadas: a) la decisión de consumo-ahorro hoy, además de cómo invertir los ahorros en los distintos activos disponibles, a esta última decisión la llamamos la decisión de selección de portafolio. Un portafolio en el presente contexto corresponderá entonces a la colección de activos en los cuales un individuo invierte hoy sus ahorros con la idea de financiar su consumo futuro.

La Teoría de Portfolio moderna fundamenta su origen en el trabajo de investigación publicado en 1952 por Harry M. Markowitz. Sólo después que Von Neumann y Morgenstern en 1944 ofrecieran un tratamiento axiomático de la elección bajo incertidumbre, fue posible que Markowitz tratara la formulación y solución del problema de selección de portafolio mediante el análisis de media-varianza, Harry M. Markowitz presenta "un inversor individual o institucional, quien posee una suma de dinero para invertir hoy y la invierte por un período determinado; al terminar ese período de tiempo, el inversor vende su tenencia y luego consume o invierte nuevamente".

Par fines de nuestro análisis, se entenderá como teoría de portfolio a la administración de cartera o Teoría de Carteras, la que se define como la situación descrita anteriormente.

Para continuar con los inicios de la teoría de selección de portfolio y la teoría de equilibrio en el mercado de capitales, que se basan en los estudios realizados entre los años 1952 y 1959, donde Harry Markowitz realizó un estudio sobre esta materia.

El principal aporte de Markowitz[1] se encuentra en recoger de forma explícita en su modelo los rasgos fundamentales de lo que en un principio se puede calificar como conducta racional del inversor, consistente en buscar aquella composición de la cartera que maximice la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo, o bien, minimice el riesgo para una rentabilidad dada.

1.1. La Construcción de un Portfolio

Para la construcción de una cartera de activos se tiene que considerar una serie de aspectos técnicos, de manera que un portfolio manager o inversor debe manejar cada una de las claves para la construcción:

1 "Portfolio Selection", Journal of Finance, Vol. 7, 1952

El proceso de inversión implica la manera en que un inversionista debe tomar decisiones sobre qué invertir en el mercado de valores negociables, qué tan grandes deben ser esas inversiones y cuándo hacerlas. La base del proceso de la inversión para tomar estas decisiones es un procedimiento de cinco pasos:

1. Establecer una política de inversión.
2. Analizar los valores.
3. Construir una cartera.
4. Revisar la cartera
5. Evaluar el desempeño de la cartera.

Política de inversión

El primer paso, establecer una política de inversión, consiste en determinar los objetivos del inversionista y la cantidad de su riqueza que está dispuesto a invertir. Como hay una relación positiva entre el riesgo y el rendimiento para estrategias de inversiones sensatas, no es propio de un inversionista diga que su objetivo es "ganar dinero a manos llenas". Lo que sí es apropiado para un inversionista es establecer que su objetivo es tratar de ganar mucho dinero, mientras reconoce al mismo tiempo que hay una posibilidad de incurrir en grandes pérdidas. Los objetivos de la inversión se deben establecer en términos tanto del riesgo como del rendimiento.

Este paso en el proceso de inversión concluye con la identificación de las categorías potenciales de activos financieros que se han de incluir en la cartera. Esta identificación se basará, entre otras cosas, en los objetivos de la inversión, el monto de riqueza invertible y la posición del inversionista ante el impuesto.[2] Por ejemplo para un inversionista individual no tiene sentido comprar acciones preferentes o para inversionistas exentos de impuestos (como los fondos de pensiones) no tiene sentido invertir en valores exentos de impuestos (como los bonos de Estado).

La política de inversión es la piedra angular del proceso de inversión. Sin ella, los inversionistas no tienen un contexto apropiado en el cual tomar decisiones. Sin embargo, los inversionistas presentan muy poca atención a la política de inversión.

[2] Gordon, J. (2003) *Fundamentos de inversiones: teoría y práctica*. México: Pearson Educación.

Análisis de valores

La segunda etapa del proceso de la inversión es realizar un análisis de valores. Esto implica revisar varios valores individuales (o grupos de valores) dentro de extensas categorías de indicadores financieros identificados de manera previa. Una razón para este análisis es identificar aquellos valores que parezcan estar mal determinados. Existen distintos métodos para el análisis de valores. Sin embargo, la mayoría entra en dos clasificaciones. La primera es el análisis técnico y la segunda el análisis fundamental. Al recorrer estos dos métodos, el enfoque deberá centrarse primero en las acciones ordinarias y después en los demás tipos de activos financieros.

En su forma más simple, el análisis técnico implica el estudio de los precios en el mercado accionario para intentar determinar su tendencia futura. Los precios previos se analizan para identificar los patrones recurrentes de los movimientos de los precios. En ese sentido, se estudian los precios más recientes de las acciones para identificar los patrones emergentes o tendencias que son similares a las del pasado. Este análisis se basa en la idea de que estas tendencias o patrones se repiten a si mismos. Con la identificación de una tendencia patrón emergente, el analista busca predecir con certeza los movimientos futuros del precio de una acción determinada.

En su forma más sencilla, el análisis fundamental inicia con la aseveración de que el valor “verdadero” (o “intrínseco”) de todos los activos financieros es igual al valor presente de todos los flujos de caja que el propietario del activo espera percibir. En consecuencia, el analista fundamental de las acciones trata de predecir cuándo y cuánto serán estos flujos de efectivo y luego los convierte a su valor presente equivalente, utilizando una tasa de descuento apropiada. De forma más específica, el analista trata de estimar la tasa de descuento y pronosticar los dividendos que entregará en el futuro una acción en particular; este proceso es equivalente a pronosticar las utilidades por acción y el margen de dividendos. Una vez que se ha estimado el valor verdadero de las acciones ordinarias de una empresa en particular, se compara al precio actual de mercado para determinar si la acción está valorada correctamente. Aquellas acciones cuyo valor verdadero estimado es menor que su precio actual de mercado se conocen como sobrevaluadas o sobrepreciadas; las acciones cuyo valor verdadero estimado es mayor que su precio actual de mercado se conocen como subvaluadas o depreciadas. La magnitud de la diferencia entre el valor verdadero estimado y el precio actual de mercado es importante porque la convicción del analista de que una acción está mal valuada dependerá, en parte, de eso. Los analistas fundamentales consideran que el mercado corregirá en el corto plazo todos los casos notables de las acciones mal valuadas, lo que significa que los precios de las acciones subvaluadas mostrarán una apreciación muy poco común y los precios de las acciones sobrevaluadas mostrarán una depreciación poco común.

Construcción de la cartera

El tercer paso en el proceso de inversión es la construcción de la cartera, que implica la identificación de acciones específicas en las cuales se debe invertir, así como la determinación de cuánto invertir en cada una. Las cuestiones de selectividad, *timing* y diversificación deben ser tratadas por el inversionista. La selectividad, también conocida como micropronóstico, se refiere al análisis de valores y se enfoca en el pronóstico de los movimientos de precio de valores individuales. El *timing,* también conocido como macropronóstico, implica el pronóstico de los movimientos de precio de las acciones ordinarias en general respecto de los valores de ingreso fijo, como los bonos corporativos y las letras del Tesoro. La diversificación, tal como se dijo antes, implica la construcción de la cartera del inversionista de tal manera que se minimice el riesgo, sujeto a las restricciones existentes.

Revisión de la cartera

El cuarto paso del proceso de inversión, la revisión de la cartera, se refiere a la reproducción periódica de los tres pasos anteriores. Con el tiempo, el inversionista puede cambiar los objetivos de la inversión, lo que a su vez haría que la cartera actual deje de ser óptima. El inversionista puede crear una cartera nueva vendiendo ciertos valores y comprando otros. Otro motivo para la revisión de la cartera sería que los precios de los valores cambiaran: algunos valores que antes no eran atractivos ahora pueden serlo y viceversa. El inversionista podría necesitar agregar la inversión anterior a su cartera y eliminar la más reciente. Este tipo de decisiones depende, entre otras cosas, de los costos de las operaciones contraídos para hacer cambios y la magnitud del mejoramiento percibido en la perspectiva de la inversión para la cartera revisada.

Evaluación del desempeño de la cartera

El quinto paso del proceso de inversión, la evaluación del desempeño de la cartera, consiste en determinar de manera periódica el rendimiento ganado por la cartera y el riesgo que corre el inversionista. Por lo tanto, se requieren medidas adecuadas de rendimiento y riesgo así como estándares relevantes (o carteras de referencia). [3]

Realizar Ejercicios Nº 1 al Nº 4

[3] Gordon, J. (2003) *Fundamentos de inversiones: teoría y práctica*. México: Pearson Educación.

CLASE 02

1.2. Rendimiento versus Riesgo: Criterio Media – Varianza

El modelo de Media-Varianza supone que los individuos son capaces de generar un ranking de las distintas alternativas riesgosas sólo en base a la media y la varianza de la distribución de la riqueza futura.

En materia de administración de inversiones, se sabe que “El que verdaderamente gana no es el que obtiene el mayor rendimiento en un determinado período de tiempo sino el que permanece en el tiempo con un adecuado nivel de rentabilidad riesgo”.

El portfolio manager o el inversionista, dado lo anterior, se encuentra presionado por dos fuerzas que actúan en sentido opuesto:

- El deseo de obtener ganancias
- La insatisfacción que le produce el riesgo

En cada situación concreta, tendrá que optar por una determinada "ganancia-riesgo", en función de cuales sean sus preferencias personales.

Para la cartera de Markowitz, se utiliza como medida de rentabilidad a la media o esperanza matemática de rentabilidad, que el inversor espera obtener en el futuro y, que solamente, se conoce en términos de probabilidad; como medida del riesgo, se utiliza la desviación típica de esa rentabilidad. A este modelo se le conoce como Criterio de Media-Varianza.

Cabe señalar, que en el caso que se deba elegir entre dos carteras de activos, el portfolio manager o inversor debe considerar los indicadores de riesgo y rendimiento, como los más importantes para tomar la decisión.

De la definición, del criterio de media varianza, es posible extraer el concepto de:

Rendimiento:

Que muestra el crecimiento en el valor de la cartera, en este concepto se debe distinguir entre rendimiento realizado y rendimiento esperado: el primero, se refiere al rendimiento que en la realidad tuvo el portafolio y, el segundo, es una estimación del rendimiento futuro de la cartera de activos.

El criterio de Media-Varianza, sólo es aplicable a funciones normales, las cuales pueden ser caracterizadas mediante el uso de sólo dos estadígrafos, que son la media y la varianza.

Un análisis de los retornos accionarios en el tiempo da cuenta que ellos se distribuyen como una distribución normal, en la que la media representa el retorno esperado promedio y la varianza representa la volatilidad de dicho retorno y es por lo tanto una medida del riesgo.

Cuando se utiliza este criterio en la elección de dos activos o portafolios de activos, se puede concluir que:

- Si los activos (o portafolios) tiene la misma media pero diferente varianza, se elige el activo que posea la menor varianza.
- Si los activos tienen medias diferentes y las varianzas son iguales, se elige aquel activo o portafolio de mayor media.
- Si la media y la varianza son distintas, la elección entre los activos o portafolio, dependerá de las preferencias por riesgo de cada individuo.

1.2.1. Midiendo la rentabilidad y el riesgo

Un paso que no se debe olvidar en la teoría financiera, es la cuantificación del riesgo y de la rentabilidad, punto importante en la elección de cartera de activos. Para realizar estas mediciones es necesario estudiar las medidas de posición y de dispersión, que se presentan a continuación.

Medidas de Ubicación, dentro de estas medidas la más usada es la media, la cual se calcula de la siguiente forma:

$$\boxed{E(\tilde{X}) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot X_i}$$

Donde:

p_i : Probabilidad del resultado o del evento aleatorio “i”

n : Número total de observaciones

~ : Aleatorio

Para el cálculo del retorno esperado de un activo, se utiliza el precio esperado del activo “i”, menos precio actual del activo “i” sobre precio actual del activo “i”, es decir, se expresa con la siguiente formula:

$$\boxed{E(\tilde{R}) = \frac{E(\tilde{P}i) - P_{0i}}{P_{0i}}}$$

Esta medida de ubicación representa el porcentaje de lo que ganamos, la cual presenta ciertas propiedades, las cuales son:

1. La esperanza de x + a es igual a la esperaza de x más la constante de a:

$$E(\tilde{X} + a) = E(\tilde{X}) + a \qquad \text{(con a constante)}$$

2. La esperanza de a por x es igual a la esperanza de x por la constante a:

$$E(a\tilde{X}) = a \cdot E(\tilde{X}) \qquad \text{(con a constante)}$$

Realizar Ejercicios Nº5 al Nº10

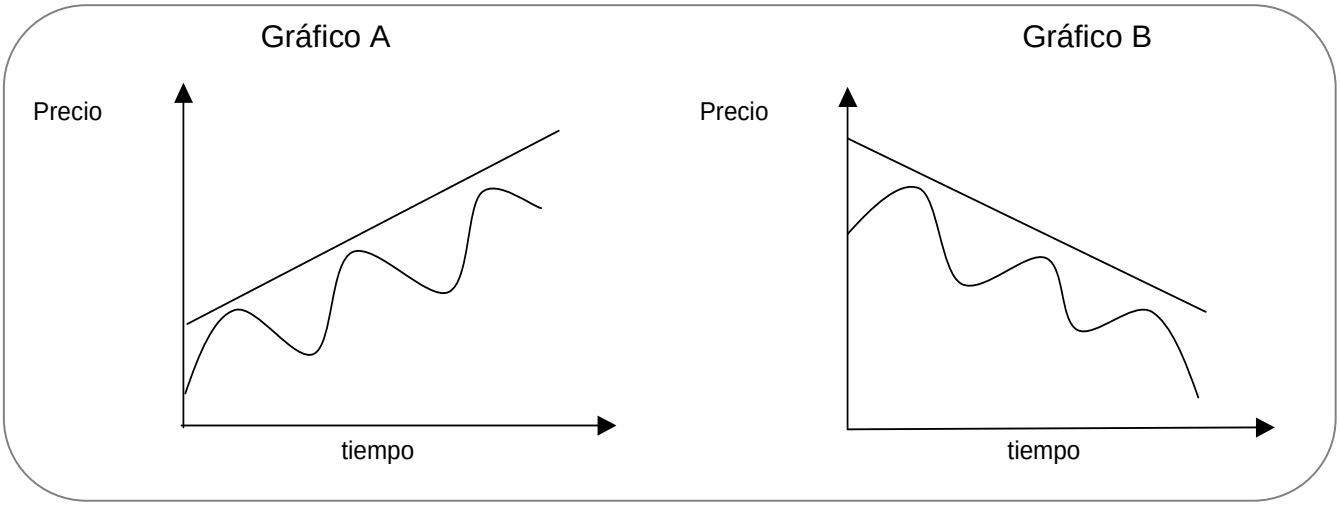
Medidas de Dispersión[4], son medidas del riesgo o volatilidad de un activo o cartera de activos, las cuales representan la desviación de la media, o dicho de otra manera, cuánto es probable que se desvíen los rendimientos esperados respecto del valor más probable o central.

El término de volatilidad de un activo, en finanzas, se interpreta como el riesgo que corre este activo y debe entenderse como la “fluctuación” que puede sufrir en el tiempo.

[4] Dispersión, corresponde a cuánto se mueven los valores de la muestra en torno al valor central.

Como una forma de analizar y comprender mejor el concepto de volatilidad, revise los siguientes gráficos:

Gráfico n° 1: Identificación de Volatilidad



Como puede observarse, en el gráfico A, el activo que es una línea recta carece de volatilidad, pues siempre sube, lo que viene a constituir una excelente inversión. El activo de líneas onduladas, si bien también es una excelente inversión (aumenta), es muy volátil pues su precio fluctúa ampliamente.

En el gráfico B, el activo que es una línea recta también carece de volatilidad, pues siempre baja, pero es una pésima inversión. El activo de líneas onduladas, no sólo es volátil sino que también es una pésima inversión.

La varianza es el estadígrafo más utilizado para medir la dispersión de una distribución, y se usará como medida del riesgo de una inversión.

$$\boxed{Var(\tilde{X}) = E\left\{\left[X_i - E(\tilde{X})\right]^2\right\}}$$

Donde,

X_i : Corresponde a la rentabilidad actual

$E(\tilde{X})$: Rentabilidad esperada

Si se define la media como la suma ponderada, en la que las ponderaciones corresponden a la probabilidad de ocurrencia del evento "i", se tiene que la varianza será:

$$\boxed{Var(\tilde{X}) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \left[X_i - E(\tilde{X})\right]^2}$$

En la administración financiera los datos están expresados en monedas, por ejemplo $\$^2$, de esta con frecuencia se utiliza como medida de riesgo para un activo a la desviación estándar, la cual es la raíz cuadrada de la varianza, por lo tanto, se anula el elevado al cuadrado.

$$\boxed{\sigma(\tilde{X}) = \sqrt{Var(\tilde{X})}}$$

Donde,

$\sigma(\tilde{X})$: Corresponde a la desviación estándar de X

En relación con la desviación estándar, se debe tener presente que:

a) A mayor desviación estándar mayor es la variabilidad de activo y, por lo tanto, mayor es su riesgo, por lo tanto, mayor es la prima por riesgo exigida.

b) Es una medida estadística muy útil, siempre cuando, la distribución de probabilidad del rendimiento del activo siga una distribución normal.

Ejemplo Nº1

Los inversionistas de acciones ordinarias de la papelera Arnold, tienen una probabilidad del 0.2 de obtener un retorno del 4%, una probabilidad de 0.6 de devengar un retorno del 10% y una probabilidad de 0.2 de obtener un retorno del 20%.

a) ¿Cuál es la media de esta distribución probabilística, es decir, la tasa de retorno esperada?
b) ¿Cuál es la desviación estándar para la distribución probabilística de retorno sobre las acciones ordinarias de Arnold?

Desarrollo

a)

$$\boxed{E(\tilde{X}) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot X_i}$$

$$E(\tilde{X}) = 0.2 \cdot 0.04 + 0.6 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.2$$

$$\boxed{E(\tilde{X}) = 0.108}$$

b)

$$\boxed{Var(\tilde{X}) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \left[X_i - E(\tilde{X})\right]^2}$$

$$Var(\tilde{X}) = 0.2 \cdot (0.04 - 0.108)^2 + 0.6 \cdot (0.1 - 0.108)^2 + 0.2 \cdot (0.2 - 0.108)^2$$

$$\boxed{Var(\tilde{X}) = 0.0094528}$$

Como, $\boxed{\sigma(\tilde{X}) = \sqrt{Var(\tilde{X})}}$

$$\boxed{\sigma(\tilde{X}) = 0.0972255}$$

Realizar Ejercicios Nº 11 al Nº 13

1.2.2. Midiendo el retorno y el riesgo de una cartera de activos

Como ya se sabe, un portfolio es un conjunto de activos, en donde se supondrá que los inversionistas miden la rentabilidad esperada en el futuro de la riqueza, para efectuar elecciones entre activos riesgosos, analizando algunas herramientas como la media y la varianza.

Antes de avanzar en nuestro análisis, bajo el supuesto de que nuestros activos se distribuyen forma normal, debemos determinar que la distribución normal (de la forma de una campana de Gauss) puede ser caracterizada por su media y su varianza.

El rendimiento esperado de una cartera de activos, puede ser calculado como el promedio ponderado de los rendimientos esperados de los activos que componen ese portfolio. La ponderación de cada activo se realiza en función de su capitalización o valor de mercado respecto a la cartera total.

Cálculo de la media y la varianza de un portfolio de 2 activos:

Se asume que un individuo puede invertir su riqueza en N activos con retornos esperados $E(R_1)$, $E(R_2)$, ….., $E(R_n)$ y varianzas $Var(R_1)$, $Var(R_2)$,…, $Var(R_n)$. Definimos la estrategia de inversión del individuo como el vector de porcentajes de inversión en cada activo (w_1, w_2, ….., w_n), debe cumplirse que:

$$\sum_{i=1}^{n} w = 1$$

De esta manera el portafolio personal estará dado por: $R_p = w_1*R_1 + w_2*R_2 + \ldots + w_n*R_n$
Siendo n un número en los naturales, el interés entonces estará centrado en el retorno esperado y la varianza del portafolio de activos más que en el retorno esperado y la varianza de los activos individuales que lo componen.

Media por Retorno Esperado

La media por retorno esperado de un portfolio, es el promedio ponderado de los retornos sobre los valores individuales que conforman dicha cartera de activos, siendo los ponderadores el porcentaje invertido en cada valor individual.

Ejemplo Nº2

Suponga que se tienen dos activos, el activo A que tiene un rendimiento esperado de 18% mientras que el activo B un rendimiento esperado de 15%. De esta forma, se invierten $400.000 en el activo A y $600.000 en el activo B. ¿Cuál es el rendimiento del portfolio?

Desarrollo

En el caso de un portfolio con dos activos (X e Y), con a% y b% de inversión en cada uno de los activos, respectivamente, la esperanza de retorno se presenta como

$$\boxed{\mathrm{E}(\tilde{R}_p) = a \cdot \mathrm{E}(\tilde{X}) + b \cdot \mathrm{E}(\tilde{Y})}$$

Para calcular los porcentajes invertidos en cada activo, se debe calcular el porcentaje de la inversión total puesta en cada activo, es decir, dividir la cantidad invertida en el activo por la inversión total (la suma de ambas inversiones).

La inversión total corresponde a la suma de las dos inversiones en los activos, es decir, $400.000+$600.000=$1.000.000

Porcentaje de inversión en el activo A (a) = $\dfrac{400.000}{1.000.000} = 0.4$

Porcentaje de inversión en el activo B (b) = $\dfrac{600.000}{1.000.000} = 0.6$

Obtenidos estos porcentajes, es posible calcular el retorno esperado de la cartera de activos:

$$(\tilde{R}_p) = 0{,}18 \cdot 0{,}40 + ,0{,}15 \cdot 0{,}60$$

$$(\tilde{\mathrm{R}}_{\mathrm{p}}) = 0{,}1620$$

$$\boxed{(\tilde{R}_p) = 16{,}20\%}$$

Ejemplo Nº3

Suponga que un individuo invierte su riqueza en dos activos solamente, con retornos contingentes al estado de la economía en un año más.

Situación económica	Activo 1	Activo 2	Probabilidad (p)
Bonanza	30%	8%	0,2
Normal	12%	10%	0,5
Recesión	-6%	4%	0,3

El retorno esperado, E (R_i) = $\sum P * R$ de los activos 1 y 2 corresponde a:

$E(R_1)$ = 0,2*0,30 + 0,5*0,12 + 0,3*-0,06 = 10,2
$E(R_2)$ = 0,2*0,08 + 0,5*0,10 + 0,3*0,04 = 7,8

Por otro lado, la volatilidad de los activos 1 y 2 corresponde a:

$$\sigma_1 = \sqrt{0{,}2*(0{,}30-0{,}120)^2+0{,}5*(0{,}12-0{,}120)^2+0{,}3*(-0{,}06-0{,}120)^2} = 12{,}6\%$$

$$\sigma_2 = \sqrt{0{,}2*(0{,}08-0{,}078)^2+0{,}5*(0{,}10-0{,}078)^2+0{,}3*(0{,}04-0{,}078)^2} = 2{,}6\%$$

Vemos que el activo 1 tiene un retorno esperado mayor que el activo 2, pero también tiene más riesgo, en principio es imposible saber con esta información que activo será elegido por un individuo que deba elegir sólo uno de ellos, ya que se debe conocer el nivel de tolerancia al riesgo que tiene el individuo frente a estos activos.

Sin embargo, los activos 1 y 2 no son inversiones mutuamente excluyentes, el individuo puede formar un portafolio con ambos activos invirtiendo proporciones w y 1 – w en cada uno.

El activo 1 es un buen activo si la economía en un año más esta en bonanza, pero si la economía sufre una recesión el activo se castiga demasiado. Por otro lado, el activo, sin tener unos retornos muy altos en ninguno de los tres estados, es menos volátil, particularmente en recesión, los activos tienen ventaja dependido del estado de la naturaleza en que se cuente la economía en un año más, lo anterior se puede aprovechar como una oportunidad con la teoría de carteras, involucrándose con la diversificación de carteras. Una medida que nos permite determinar el grado de asociación entre los retornos de un par de activos para los distintos estados de la naturaleza tiene que ver con la covarianza.

El cálculo del riesgo de un portfolio no resulta tan sencillo como en el cálculo de su rendimiento (esperanza), dado que no sólo influye el promedio ponderado de las desviaciones de cada activo, sino también, para la fórmula de la varianza se necesita la correlación entre los mismos, que permite disminuir el riesgo total del portfolio.

En el caso de un portfolio con dos activos X e Y, con $a\%$ invertido en X y $b\%$, en Y; la varianza está dada por:

$$Var(\tilde{R}_p) = \mathrm{E}\left(\tilde{R}_p - \mathrm{E}(\tilde{R}_p)\right)^2$$
$$Var(\tilde{R}_p) = \mathrm{E}\left[\left(a\tilde{X} + b\tilde{Y}\right) - \mathrm{E}\left(a\tilde{X} - b\tilde{Y}\right)\right]^2$$
$$Var(\tilde{R}_p = \mathrm{E}\left[a^2 \cdot \left(\tilde{X} - \mathrm{E}(\tilde{X})\right)^2 + b^2 \cdot \left(\tilde{Y} - \mathrm{E}(\tilde{Y}\right)^2 + 2ab \cdot \left(\tilde{X} - \mathrm{E}(\tilde{X})\right) \cdot \left(\tilde{Y} - \mathrm{E}(\tilde{Y})\right)\right]$$

Donde,

$$Var(a\tilde{X}) = a^2 \cdot \mathrm{E}\left[\left(\tilde{X} - \mathrm{E}(\tilde{X})\right)\right]^2 = a^2 \cdot Var(\tilde{X})$$

Luego, se expresa la covarianza que representa la correlación entre las desviaciones de cada activo, como:

$$\boxed{Cov(\tilde{X}, \tilde{Y}) = \mathrm{E}\left[\left(\tilde{X} - \mathrm{E}(\tilde{X})\right) \cdot \left(\tilde{Y} - \mathrm{E}(\tilde{Y})\right)\right]}$$

Entonces,

$$\boxed{Var(\tilde{R}_p) = a^2 \cdot Var(\tilde{X}) + b^2 \cdot Var(\tilde{Y}) + 2 \cdot ab \cdot Cov(\tilde{X}, \tilde{Y})}$$

Realizar Ejercicios Nº 14 al Nº 16

La Covarianza:

Es una medida de la forma en que una variable aleatoria se mueve en relación a otra variable aleatoria. Es decir, mide como se relacionan dos activos pero cada uno respecto de su media.

Si $Cov > 0$, entonces los activos se mueven en la misma dirección

Si $Cov < 0$, se mueven en sentido opuesto

La fórmula de la covarianza es:

$$\boxed{Cov(\tilde{X},\tilde{Y}) = \mathrm{E}\left[\left(\tilde{X} - \mathrm{E}(\tilde{X})\right)\cdot\left(\tilde{Y} - \mathrm{E}(\tilde{Y})\right)\right]}$$

Continuando con el ejemplo Nº3, la covarianza en este caso de los activos 1 y 2 seria:

$$\begin{aligned}\mathrm{cov}(R_1,R_2) = \; & 0{,}2*(0{,}03-0{,}120)(0{,}08-0{,}078)+0{,}5*(0{,}12-0{,}120)(0{,}10-0{,}078) \\ & +0{,}3*(-0{,}06-0{,}120)(0{,}04-0{,}078) = 0{,}002124\end{aligned}$$

Una covarianza negativa significa que tanto X como Y (los activos) tienden a moverse en dirección opuesta, por lo tanto, si se invierte en ambos valores o activos, el resultado es un portafolio que tiene un riesgo menor que la manutención de cada activo por separado.

El problema que presenta la covarianza es que se expresa en unidades de la media, por lo que se hace difícil hacer comparaciones entre covarianzas para ver si dos pares de activos están muy o poco relacionados. Para solucionar este problema se usa el coeficiente de correlación.

Si calculamos el coeficiente de correlación para los activos 1 y 2 en el ejemplo Nº3, tenemos que:

$$Corr(R_1,R_2) = \frac{\mathrm{cov}(R_1,R_2)}{\sigma_1 * \sigma_2} \qquad Corr(R_1,R_2) = \frac{0{,}002124}{0{,}126*0{,}026} = 0{,}65$$

Es decir, tenemos dos activos que tienen una relación positiva, pero no perfecta. En efecto, los retornos de estos activos se mueven juntos y en la misma dirección la mayoría del tiempo, pero no siempre.

Coeficiente de Correlación:

Se define como el cuociente entre la covarianza y la desviación estándar de cada uno de los dos activos invertidos.

$$\boxed{\ell_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}}$$

Donde:

$\ell_{X,Y}$	:	Coeficiente de correlación entre x e Y.
$Cov(X,Y)$	:	Covarianza entre X e Y.
σ_X	:	Desviación estándar de X.
σ_Y	:	Desviación estándar de Y.

Criterios de uso del coeficiente de correlación:

- Si $\ell = 1$, entonces los activos son perfectamente correlacionados en forma proporcional, es decir, ambos aumentan o disminuyen en el mismo porcentaje.
- Si $\ell = -1$, entonces los activos son perfecta e inversamente correlacionados, es decir, si por ejemplo el activo X aumenta, el activo Y necesariamente debe disminuir en la misma proporción.
- Por lo tanto, el rango en el que se mueve la correlación es $\boxed{-1 \leq \ell_{X,Y} \leq 1}$.
- Si los retornos son independientes, la covarianza es igual a cero.
- Si $\ell = 1$, no se puede eliminar riesgo vía diversificación, esto porque si uno de los activos disminuye su valor, el otro también caerá.
- Si $\ell = -1$, el riesgo puede ser eliminado totalmente si se realiza diversificación.
- Un coeficiente de correlación igual a cero indica ausencia de correlación, de manera que los rendimientos de cada valor varían en forma independiente uno del otro.

Por lo tanto, la fórmula de la varianza queda de la siguiente forma:

$$\boxed{Var(\tilde{R}_p) = a^2 \cdot Var(\tilde{X}) + b^2 \cdot Var(\tilde{Y}) + 2 \cdot ab \cdot \ell_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y}$$

Realizar Ejercicios Nº 17 al Nº 19

CLASE 04

Portafolio y diversificación de riesgo

El retorno del portafolio de dos activos es $E(R_p) = wE(R_1) + (1-w)E(R_2)$, en donde:

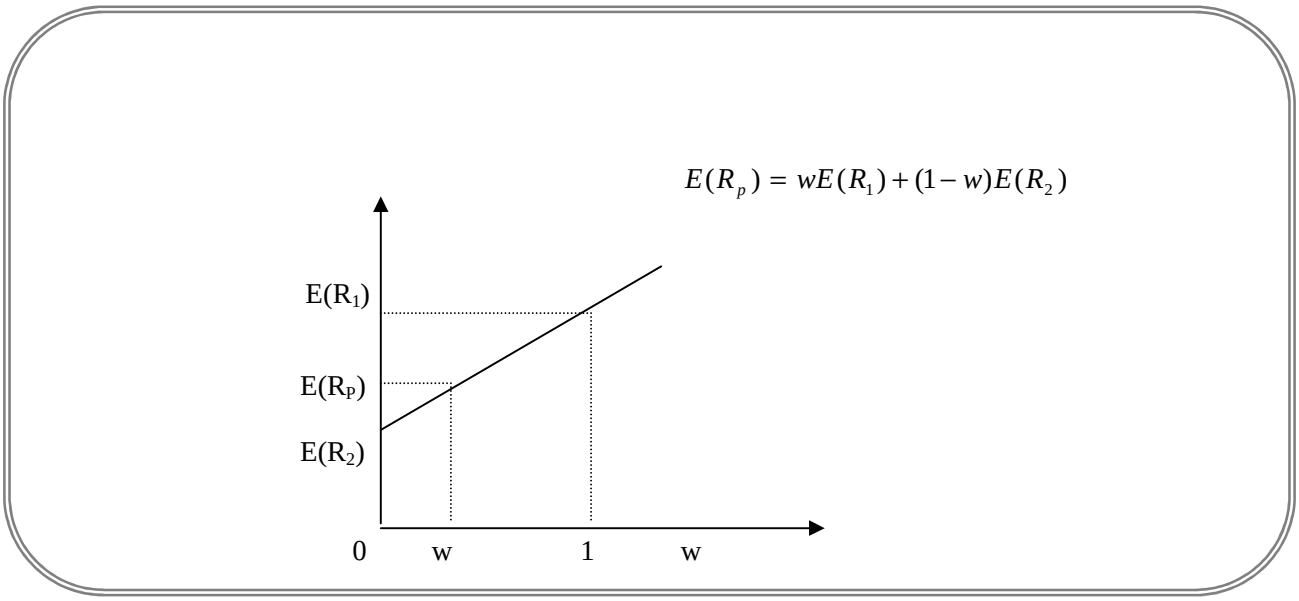
a: w
b: 1 - w

y la varianza $\boxed{Var(\tilde{R}_p) = w^2 \cdot Var(R_1) + (1-w)^2 \cdot Var(R_2) + 2 \cdot w(1-w) \cdot \underbrace{\ell_{R_1,R_2} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}}$

$$Corr(R_1, R_2) = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{\sigma_1 * \sigma_2}$$

Se puede observar que el retorno esperado de un portafolio corresponde siempre al promedio ponderado de los retornos esperados de los activos individuales, el grafico Nº 2 muestra la relación entre el retorno esperado del portafolio de dos activos y la estrategia de inversión w.

Grafico Nº 3: retorno esperado con distintas estrategias de inversión



Suponemos que 0 ≤ w ≤ 1, un elemento que no se debe olvidar sobre la estrategia de inversión, es que esta es la única decisión que toma el individuo al invertir. Es decir, el inversionista individual no puede generar cambios en la probabilidad de los retornos, lo único que puede decidir será el porcentaje a invertir en cada activo.

Ahora analizamos la varianza del portafolio, recordando que: $Corr(R_1, R_2) = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{\sigma_1 * \sigma_2}$

Por otra parte, el ejemplo Nº3 teníamos; corr(R_1,R_2)=0,65 E(R_1)=10,2% E(R_2)=7,8%, con varianzas; $\sigma_{1=}$ 12,6% $\sigma_{2=}$ 2,6%

Analicemos la varianza del portafolio:

$$\boxed{Var(\tilde{R}_p) = 0{,}5^2 \cdot (0{,}126)^2 + (1-0{,}5)^2 \cdot (0{,}026)^2 + 2 \cdot 0{,}5(1-0{,}5) \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}126 \cdot 0{,}026} = 0{,}0052$$

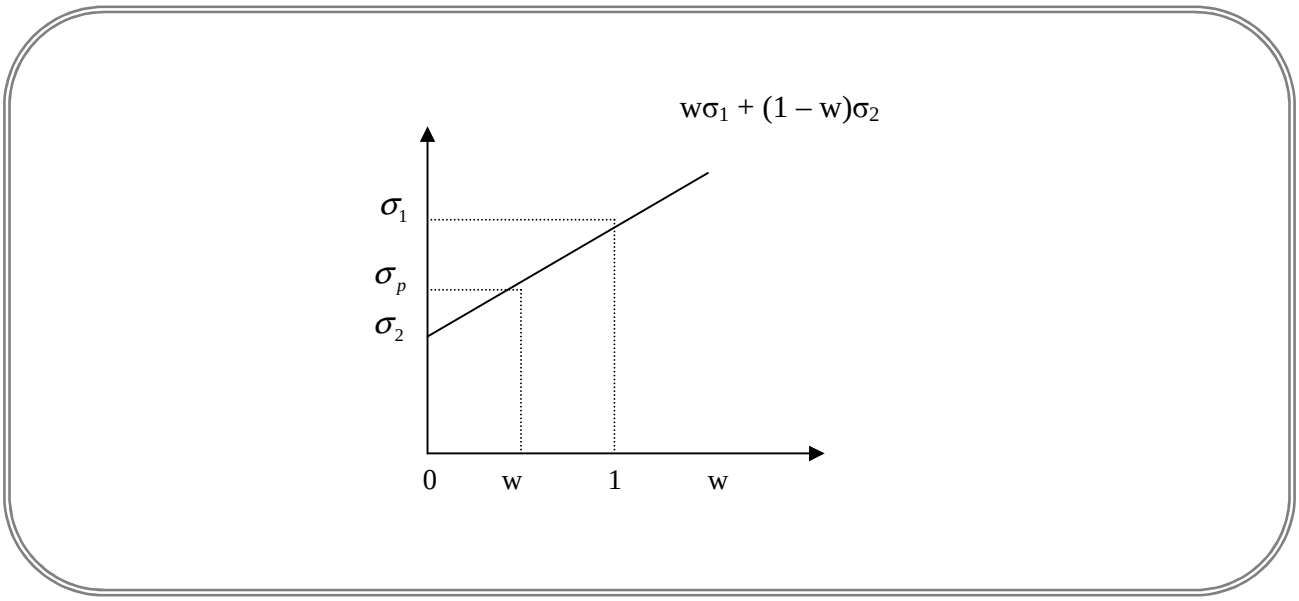
Su volatilidad σ_p = 7,21%
La rentabilidad del portafolio seria E(R_p) = 0,5*0,102 + 0,5*0,078= 9%, con w=0,5

Para determinar el potencial de diversificación que existe en esta cartera realizamos una simple manipulación algebraica:

$$Var(R_p) = (w\sigma_1 + (1-w)\sigma_2)^2 - 2w(1-w)(1-corr(R_1,R_2))\sigma_1\sigma_2$$

Lo interesante de ver la varianza de esta forma es entender que la volatilidad de la cartera (riesgo) no corresponderá al promedio ponderado de las volatilidades individuales, tenemos que la volatilidad (desviación estándar) del portafolio corresponderá al promedio ponderado de las volatilidades individuales sólo cuando corr(R_1,R_2) = 1, al reemplazar este termino en la última expresión, el ultimo termino desaparece, quedando solamente: $Var(R_p) = (w\sigma_1 + (1-w)\sigma_2)^2$, la volatilidad seria $\sigma_p = \sqrt{Var(R_p)} = w\sigma_1 + (1-w)\sigma_2$. En efecto, al invertir en dos activos que se encuentran perfectamente correlacionados y en forma positiva, no tenemos ganancia por diversificación, ya que la volatilidad del portafolio solo será el promedio ponderado de las volatilidades individuales, el gráfico Nº 3 muestra la relación entre el riesgo del portafolio y la estrategia de inversión del individuo cuando corr(R_1,R_2)=1

Grafico Nº 4: Riesgo del portafolio para distintas estrategias de inversión, dado corr=1

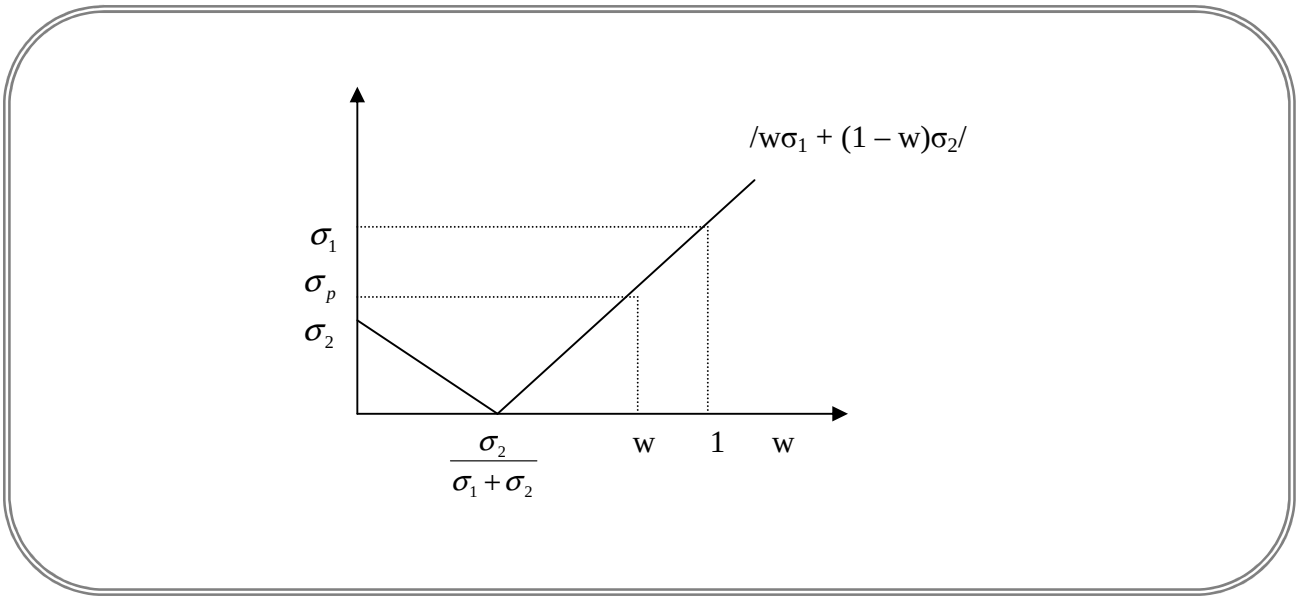


Usted vera también que mientras más cerca está la corr(R_1,R_2) de su cuota inferior -1, mas grande es el último término de la expresión algebraica de la varianza del portafolio que presentamos anteriormente, en consecuencia mayor es la reducción en la varianza del portafolio, obteniendo la expresión: $\sigma_p = +\sqrt{Var(R_p)} =$ / wσ1 – (1 – w)σ2 /, al incluir dos activos que están perfectamente correlacionados en forma negativa, se elimina completamente el riesgo del portafolio, escogiendo una estrategia de inversión que resulte en $w\sigma_1 = (1-w)\sigma_2$, despejando w tenemos:

$$w = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

Cuando la correlación entre los activos es -1, esto se puede ver en el grafico Nº 5

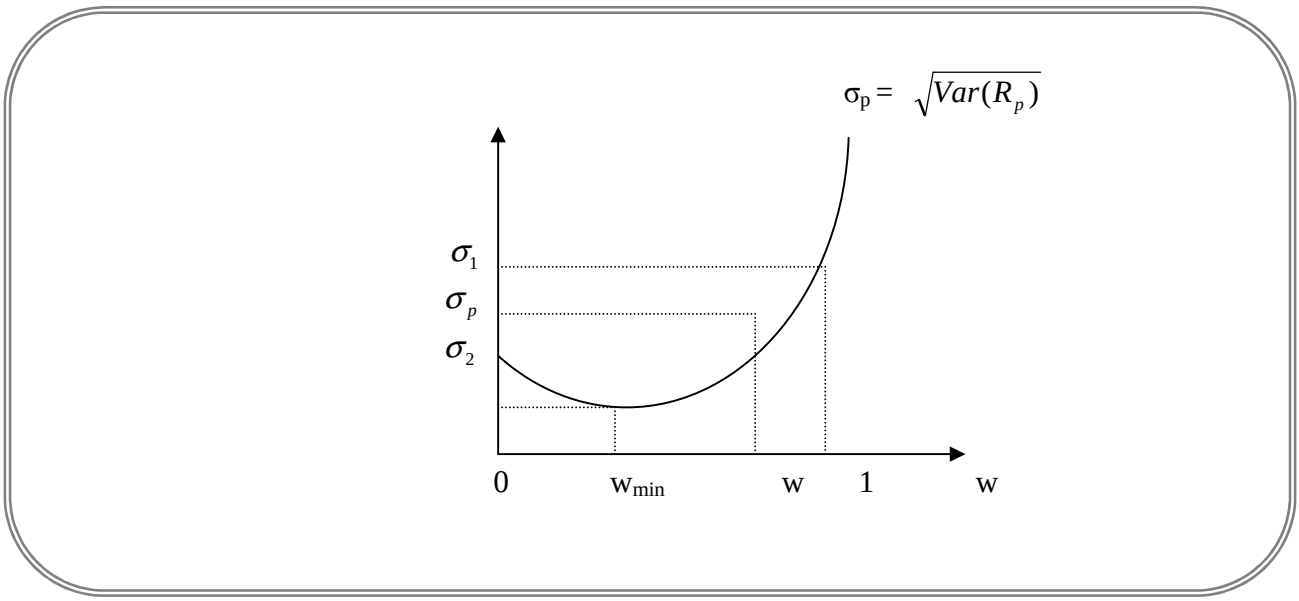
Grafico Nº 5: Riesgo del portafolio para distintas estrategias de inversión, dado Corr=-1



Es decir, la desviación estándar tiene una raíz positiva y una raíz negativa, lo que da origen a las dos líneas punteadas del gráfico n° 5, teniendo una pendiente positiva y la otra negativa. Estos segmentos siempre se interceptarán en el eje vertical, es decir, en el punto en que el portafolio tiene mínima varianza o varianza cero. Lo que implica, que siempre se podrá formar un portfolio o cartera de activos totalmente libre de riesgo

El que tan menor sea la volatilidad relativa del portafolio respecto al promedio ponderado de las volatilidades individuales dependerá de la correlación entre los activos, ya que el efecto diversificación viene dado por la correlación entre los activos. Entonces, diversificar el riesgo implica reducir el riesgo del portafolio, sin sacrificar su retorno esperado, mediante activos que están imperfectamente correlacionados, el grafico Nº 6 muestra la relación entre volatilidad y estrategia de inversión para $-1 < corr(R_1,R_2) < 1$.

Grafico Nº 6: Riesgo del portafolio para distintas estrategias de inversión, dado:
-1 < Corr < 1



Mientras más cerca se esté de una correlación de -1 mas curva será la grafica y, por tanto, más fuerte sea la diversificación en el gráfico, también se observa la estrategia de inversión mínima, que corresponde a aquella que hace que la volatilidad del portafolio sea mínima, dada una correlación. Esta estrategia de inversión se determina buscando el mínimo de la varianza y es el cambio en la varianza con respecto a los cambios en el porcentaje invertido en X, es cero. Es decir, es aquel que tiene menor desviación estándar que surge de mezclar la inversión en activos.

Como la varianza:

$$Var(\tilde{R}_p) = a^2 \cdot Var(\tilde{X}) + b^2 \cdot Var(\tilde{Y}) + 2 \cdot ab \cdot \ell_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y$$

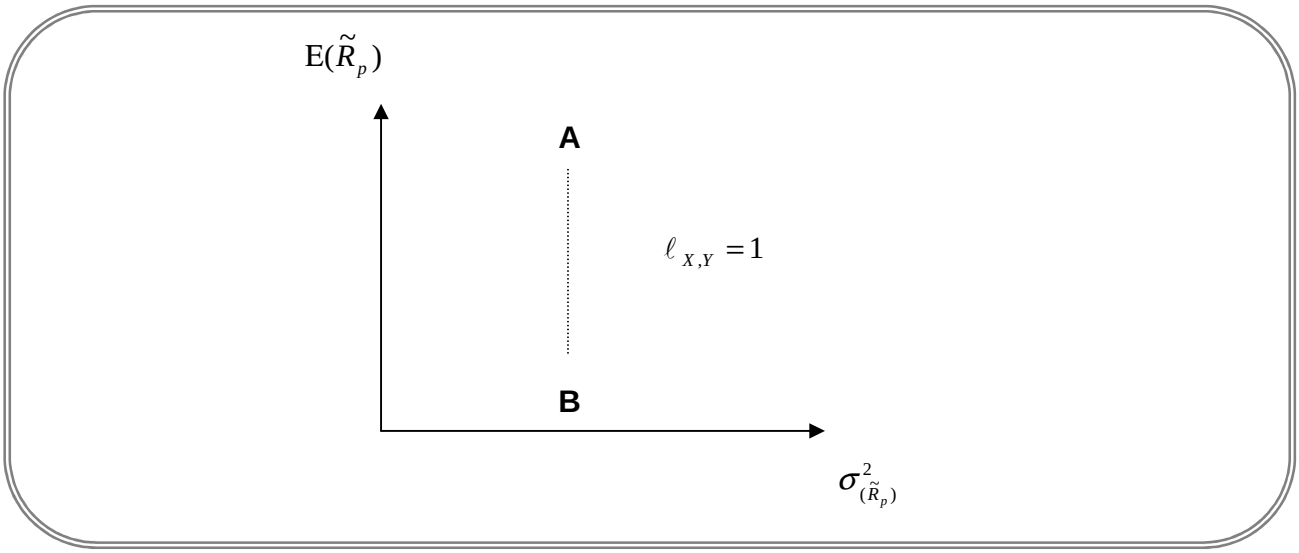
$$\frac{\partial Var(\tilde{R}_p)}{\partial a} = 2a \cdot \sigma_X^2 - 2 \cdot \sigma_Y^2 + 2a \cdot \sigma_Y^2 + 2 \cdot \ell_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y - 4a \cdot \ell_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y = 0$$

$$\boxed{\Rightarrow a^* = \frac{\sigma^2{}_Y - \ell_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2 \cdot \ell_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y}}$$

Activos Perfectamente Correlacionados

En este caso, $\ell_{X,Y} = 1$, la representación gráfica de la Media-Varianza (ver gráfico Nº3), se puede observar que el punto A corresponde a un 100% de la inversión en X, y el punto B, a un 100% de la riqueza invertida en Y (inversión en Y). Entonces, la línea punteada representa el riesgo y el retorno de todas las combinaciones de X e Y cuando ambos activos son perfectamente correlacionados.

Gráfico n° 7: Combinaciones con activos perfectamente relacionados



Como una forma de comprobar la tesis expuesta, se debe derivar la pendiente de la relación, es decir:

$$Pendiente = \frac{dE(R_p)}{d\sigma_{(R_p)}} = \frac{\partial E(R_p)/\partial a}{\partial \sigma_{(R_p)}/\partial a} = \frac{E(X) - E(Y)}{\sigma_X - \sigma_Y}$$

Por lo tanto:

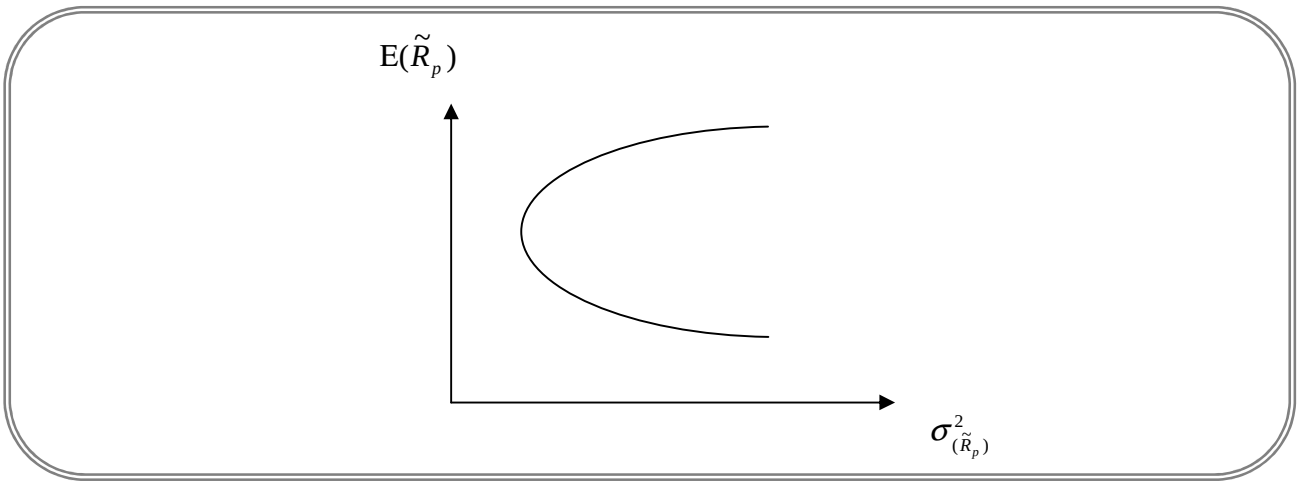
$$\boxed{\frac{dE(R_p)}{d\sigma_{(R_p)}} = \frac{E(X) - E(Y)}{\sigma_X - \sigma_Y}}$$, la cual no depende de “a”.

De esta forma, es posible concluir que la línea del gráfico, número 3, corresponde a una recta. En otras palabras, cuando la correlación es igual a uno el porcentaje que se invierte en cada activo no influye en el retorno de los mismos.

Conjunto de Oportunidades de Mínima Varianza

Usualmente, la correlación entre 2 activos no es perfectamente positiva ni perfectamente negativa, es decir, la pendiente del conjunto de oportunidades media-varianza es del tipo:

Gráfico n° 8: Representación Gráfica del Conjunto de Oportunidades de Mínima Varianza

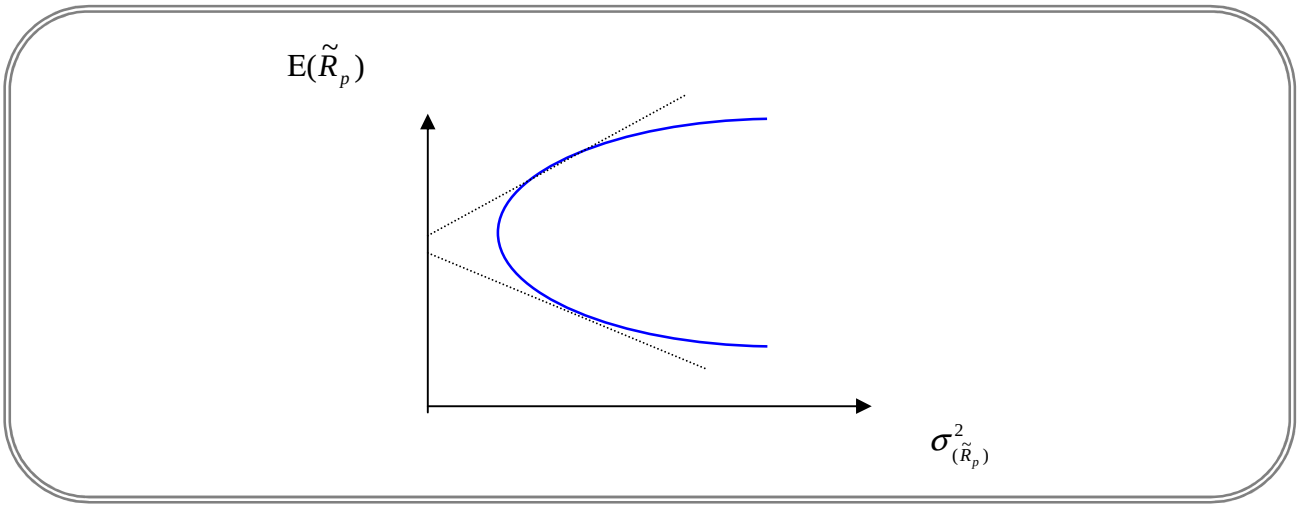


Se define al conjunto de oportunidades de mínima varianza, como el locus[5] de combinaciones riesgo – retorno, que son ofrecidos por portfolios de activos riesgosos que rinden la mínima varianza para una tasa de retorno dada.

En general, este conjunto de oportunidades de mínima varianza es convexo, respecto al origen, propiedad que se debe a que está envolviendo a todas las combinaciones posibles en media-varianza.

[5] La palabra locus viene del latín locus (plural de loci) que quiere decir lugar, espacio.

Gráfico n° 9: Conjunto de oportunidades de mínima varianza



En el gráfico número 6 se puede analizar y observar que al juntar el triángulo definido cuando $\ell_{X,Y} = -1$ con el conjunto de oportunidades de mínima varianza, que este último debe estar al interior del triángulo ya que contiene a todas las combinaciones de activos que tienen una correlación menos que perfecta.

Ejemplo Nº4

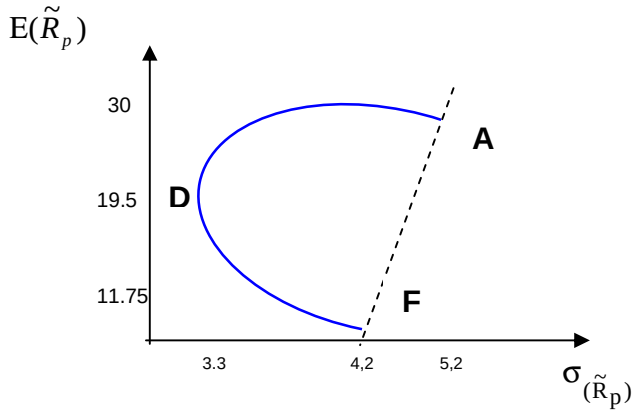
Si nos enfrentamos ante la posibilidad de invertir entre dos valores importantes, como lo son las acciones de Falabella y de Telefónica, en donde se observan las siguientes combinaciones posibles de inversión:

	% de Acción Falabella	% de Acción Telefónica	Varianza de la Cartera	Retorno de la Cartera
A	1	0	27.22	30
B	0.8	0.2	24.73	26.35
C	0.6	0.4	12.74	22.7
D	0.4	0.6	10.94	19.05
E	0.2	0.8	22.57	14.4
F	0	1	18.22	11.75

Encuentre la combinación de mínima varianza.

Desarrollo

Se debe graficar las combinaciones posibles, de acuerdo al retorno de la cartera y su desviación estándar.



La combinación de mínima varianza se encuentra en el punto D, donde el inversionista tiene 60% de las acciones en Telefónica y un 40% en Falabella, con una varianza de la cartera de 3.3, y una rentabilidad de 19.05.

Realizar Ejercicios Nº 20 al Nº 21

CLASE 05

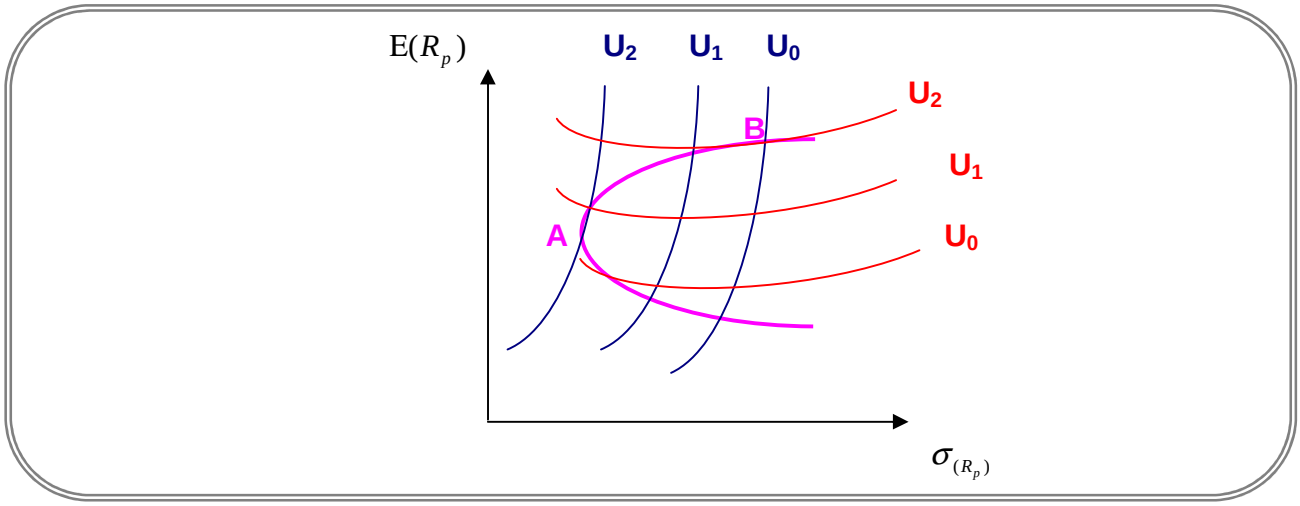
1.3 Elección Óptima de Portfolio

Bajo el supuesto de que no existe un activo libre de riesgo, vamos a encontrar que la decisión acerca del portfolio o cartera de activos que va a mantener cada individuo, será distinta aun cuando ellos perciban el mismo set eficiente de oportunidades media-varianza. Lo anterior, debido a que no existe la oportunidad de intercambio, por lo que cada individuo escoge su cartera de activos que maximice su nivel de utilidad sujeto a la restricción de las oportunidades ofrecidas por los diferentes portfolios o activos.

El individuo alcanza la máxima utilidad donde su tasa marginal subjetiva de sustitución riesgo-retorno coincide con la tasa a la que es posible transformar riesgo por retorno. En otras palabras, el máximo bienestar se logra en el punto en que la curva de indiferencia individual es tangente al set de oportunidades media-varianza; este punto, en ausencia de mercado de capitales, es diferente para cada individuo, pues depende de sus preferencias riesgo-retorno (ver gráfico número 7).

Sabemos que los individuos aversos al riesgo se ubicarán en el segmento con pendiente positiva de la frontera de minima varianza, esto deriva del hecho que los portafolios ubicados en la parte inferior de la frontera de mínina varianza son dominados (menos preferidos) por los portafolios del segmento superior, este segmento superior se denomina frontera eficiente, los individuos adversos al riesgo siempre escogerán un portafolio que pertenezca a la frontera eficiente.

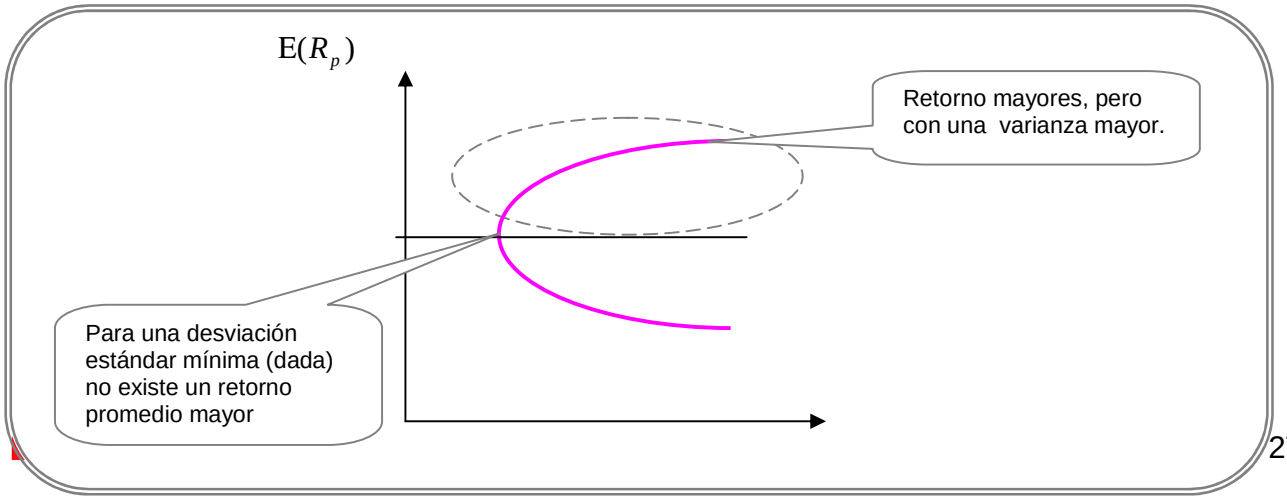
Gráfico n° 10: Elección óptima de portfolio



1.3.1. Conjunto Eficiente

Es el conjunto de elecciones media-varianza extraídas del conjunto de oportunidades de inversión, que cumple la siguiente condición "para una varianza dada o desviación estándar, ninguna otra oportunidad de inversión ofrece un mayor retorno promedio".

Gráfico n° 11: Conjunto eficiente



$$\sigma_{(R_p)}$$

El problema de la selección de la cartera de activos, puede ser analizado y estudiado de dos formas alternativas, la que a continuación se presentan:

a) Minimizar el riesgo para un nivel dado de retorno, o sea:

$$\boxed{Min\ \sigma^2(R_p) \quad s/a \quad \mathrm{E}(R_p) = K}$$

b) Maximizar el retorno para un nivel dado de riesgo, o sea:

$$\boxed{Max\ \mathrm{E}(R_p) \quad s/a \quad \sigma^2(R_p) = C}$$

Markowitz fue el primero en definir el problema de decisión de portfolio de estas formas (alternativas a) o b)) y en demostrar que esto es equivalente a maximizar la utilidad esperada del inversionista.

Ejemplo Nº 5

a) En el caso de los multifondos de las AFP, un individuo averso al riesgo puede decidir obtener un nivel de retorno más bajo, invirtiendo en el fondo B, que es menos riesgoso que el A, pero tiene un menor nivel esperado de riqueza. Por otro lado, otro individuo, más joven y amante del riesgo, invierte todo en el fondo A, para así maximizar su retorno con un nivel de riesgo dado mayor.

b) Una cartera de activos que se compone de un 26% de acciones y un 74% de bonos es menos riesgosa y le dará un mayor rendimiento que una cartera compuesta íntegramente (100%) de bonos[6].

[6] Datos obtenidos de: Ibbotson Data Services

1.3.2. El Conjunto Eficiente con un Activo Riesgoso y un Activo Libre de Riesgo

Para analizar este apartado, supondremos que tenemos dos activos, uno que se denota como R_f, libre de riesgo (es decir, con varianza igual a cero); y, el otro, es un activo riesgoso.

En este caso, cuando el inversionista decide tener un portfolio con $a\%$ = w en el activo riesgoso "X" y $(1-a)\%$ en el activo libre de riesgo, esta cartera de activos tendrá las siguientes media y varianza:

$$\boxed{\mathrm{E}(R_p) = a \cdot \mathrm{E}(X) + (1-a) \cdot R_f}$$
$$\boxed{Var(R_p) = a^2 \cdot Var(X)}$$

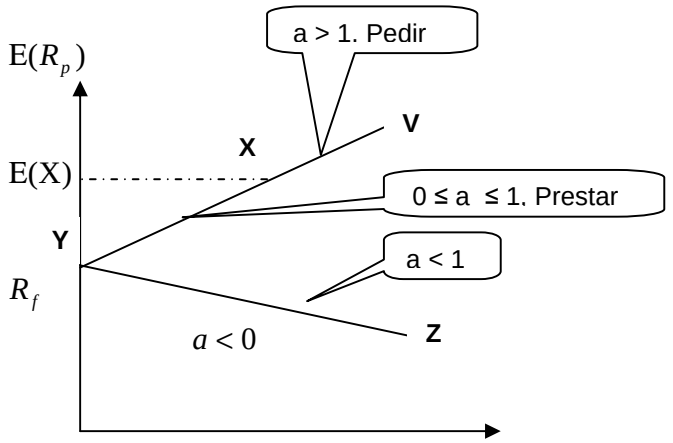
Donde:

X : Activo riesgoso de la cartera de activos

R_f : Activo libre de riesgo de la cartera de activos

El conocimiento de la media y la varianza de una cartera o portafolio con un activo riesgoso y otro libre de riesgo, permite graficar el conjunto de oportunidades de la siguiente forma:

Gráfico n° 12: Conjunto eficiente con un activo riesgoso y uno libre de riesgo



$$\sigma_{(R_p)}$$

En el punto x, el portfolio manager invierte todo en el activo riesgoso (x), donde “a” es igual a cero. Cuando a > 1, el inversionista puede solicitar un préstamo para seguir invirtiendo en el activo riesgoso (x), dado que su rentabilidad esperada es mayor. Cuando a < 1, el inversionista puede prestar dinero, pero no esta alcanzando la mayor rentabilidad esperada posible. Cuando a < 0 situación no posible para un inversionista racional, pues estaría vendiendo corto, es decir, compra una acción y la vende para pagarla; lo que se conoce como posesión corta del activo riesgoso.

Este conjunto eficiente de combinación de activos es lineal, propiedad que puede ser comprobada dado que la pendiente no depende de “a”, es decir, del porcentaje invertido en el activo riesgoso. La línea VXY es lineal porque su pendiente no depende del porcentaje invertido en “X”.

Demostración:

$$\frac{\partial \mathrm{E}(R_p)}{\partial a} = \mathrm{E}(X) - R_f$$

$$\underbrace{\frac{\partial Var(R_p)}{\partial a} = \sigma_X}_{Pendiente}$$

$$Pendiente = \frac{\partial \mathrm{E}(R_p) / \partial a}{\partial Var(R_p) / \partial a} = \frac{\mathrm{E}(X) - R_f}{\sigma_X}$$

Por lo tanto, la pendiente corresponde a:

$$\boxed{\frac{\mathrm{E}(X) - R_f}{\sigma_X}}$$

Para alcanzar portfolios a lo largo del segmento XV, es necesario pedir prestado para poder invertir más del 100% de la riqueza en el activo riesgoso "X". Cabe destacar que pedir es análogo a una venta corta[7] de activos libre de riesgos.

A lo largo de XV $a > 1$, la media y la desviación estándar a lo largo de esa línea son:

$$\mathrm{E}(R_p) = a \cdot \mathrm{E}(X) + (1-a) \cdot R_f$$
$$Var(R_p) = a^2 \cdot Var(X)$$

$$\sigma(R_p) = a \cdot \sigma_X$$

Cuando se decide invertir más del 100% del portfolio en el activo libre de riesgo, se debe vender corto el activo riesgoso. Por lo tanto, y bajo el supuesto de que no existen restricciones a la venta corta, la media y la varianza de un portfolio con $a < 0$ sería:

$$\mathrm{E}(R_p) = (1-a) \cdot R_f + a \cdot \mathrm{E}(X)$$
$$\sigma(R_p) = |a| \cdot \sigma_X$$

Note que a causa de que no existen desviaciones estándares negativas, el valor absoluto de "a" se usa para medir la desviación estándar del segmento de pendiente negativa.

El segmento YZ, del gráfico n° 9 representa el caso de un inversionista que vende corto el activo riesgoso para invertir en activo libre de riesgo, lo cual no haría nunca un inversionista racional averso al riesgo.

Debido a lo anterior, el conjunto eficiente estará formado por el segmento de pendiente positiva y, por lo tanto, en el cual los inversionistas tendrán posiciones largas en el activo riesgoso y cortas en el activo libre de riesgo.

[7] La venta en corto significa la venta de un activo que no se posee y esta operación brinda ganancia cuando el precio del activo disminuye.

Posición larga: se entiende por posición larga la tenencia del activo. Se asume una posición larga en un activo cuando se apuesta a que el precio de éste se incrementará, es decir, un alza en el valor del bien beneficia al dueño, en este sentido el dueño compra barato con la esperanza de vender caro.

Posición corta: se entiende por posición corta al deber el activo. La posición corta implica la posibilidad de obtener ganancias en un mercado que se encuentra a la baja, es decir, que el dueño de la posición corta se beneficia si el precio del activo baja, un ejemplo de este caso es la venta de un futuro[8].

Por lo tanto, se verá que en el segmento YXV habrá posiciones largas en el activo "X" combinadas con pedir o prestar a la tasa libre de riesgo.

En equilibrio, si los inversionistas son aversos al riesgo, el precio final del activo riesgoso "X" debe ser afectado de modo que su tasa de retorno esperado sea mayor que la tasa libre de riesgo. Lo que se conoce como la prima por riesgo, que corresponde al ajuste de la tasa libre de riesgo.

$$\boxed{\mathrm{E}(R_X) = R_f + \mathrm{Pr}\,ima\ \ por\ \ riesgo}$$

Realizar Ejercicios Nº 21 al Nº 25

CLASE 06

[8] Contrato de Futuro**:** Contrato estandarizado en plazo, monto, cantidad y calidad, entre otros, para comprar o vender un activo subyacente, a un cierto precio, cuya liquidación se realizará en una fecha futura. Si en el contrato de futuro se pacta el pago por diferencias, no se realizará la entrega del activo subyacente. De acuerdo con el subyacente es como se determina el tipo de futuro, así se tiene que un futuro sobre divisas se está refiriendo a que el valor subyacente objeto del contrato es una cantidad determinada de cierta moneda extranjera.

1.4. Media y Varianza de un Portfolio con más de dos activos

Cuando aumenta el número de activos en el portfolio, tanto la forma de calcular la rentabilidad como el riesgo sufren ciertas modificaciones. Así, el retorno esperado del portfolio se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$\boxed{\mathrm{E}(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \mathrm{E}(R_i)}$$

La fórmula de la varianza, con más de dos activos es:

$$\boxed{Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}}$$

Donde:

w_i : Es el porcentaje invertido en el activo i

σ_{ij} : Corresponde a la covarianza entre el activo “i” y el activo “j”

Esto puede ser analizado desde dos ámbitos; el conjunto de oportunidades con “N” activos riesgosos y, el conjunto de oportunidades con “N” activos riesgosos y un activo libre de riesgo, los que se detallarán a continuación:

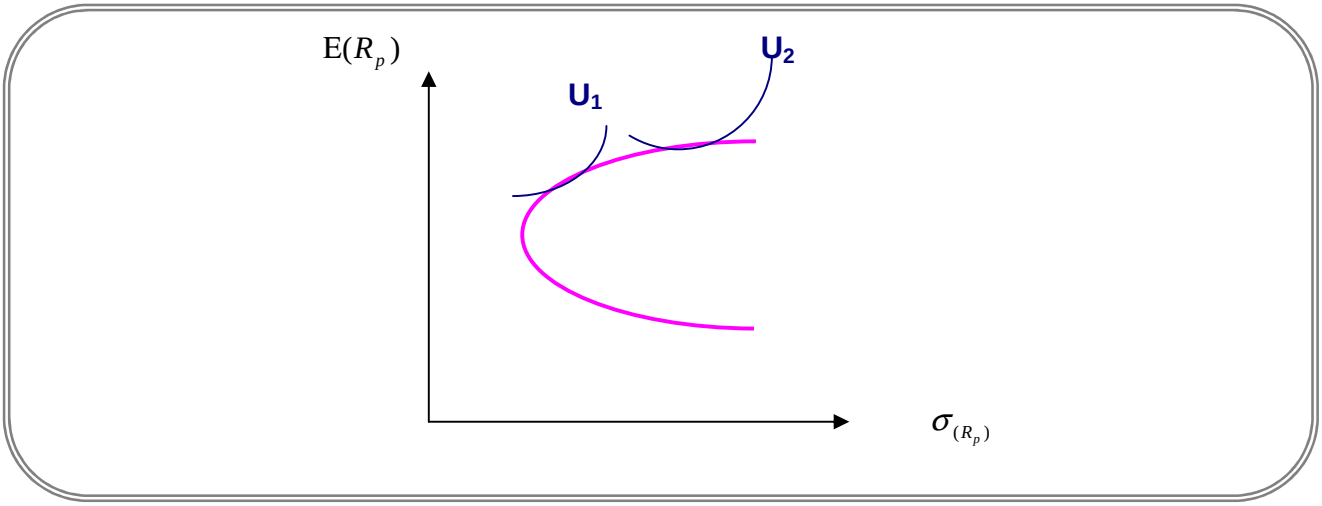
1.4.1. El Conjunto de Oportunidades con “N” Activos Riesgosos

Cuando se consideran portfolios con muchos activos, se puede descubrir el conjunto de oportunidades y el set eficiente, si se conocen los retornos esperados y las varianzas de los activos individuales, tanto como las covarianzas entre los distintos pares de activos.

En ausencia de mercado de capitales, la decisión de la cartera de activos que mantendrá cada individuo se dificulta, ya que requiere analizar cada activo o portfolio de activos para decidir la inversión que va a efectuar.

Por lo tanto, incluso con expectativas homogéneas respecto de los retornos y riesgos de cada activo, distintos individuos elegirán portfolios distintos dependiendo de sus preferencias por riesgo (ver gráfico número 10).

Gráfico n° 13: Conjunto de oportunidades con "N" activos riesgosos



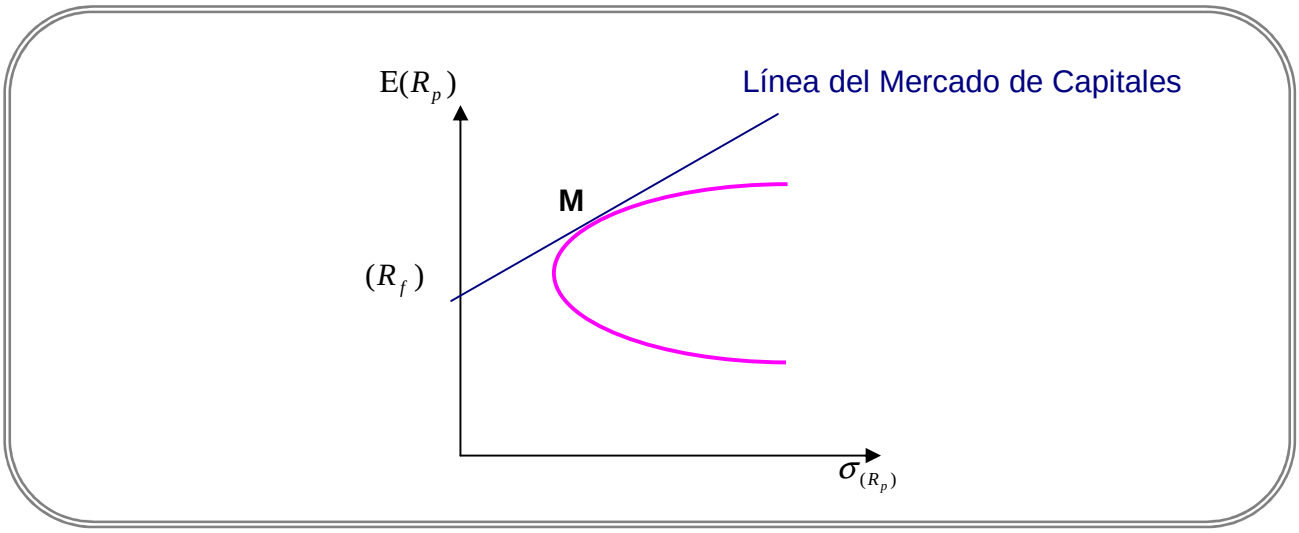
En el gráfico anterior, se puede apreciar que personas con distintas preferencias (representadas por las curvas de indiferencia), van a tomar diferentes decisiones financieras o elección de cartera de activos, es decir, van a ubicarse en distintos puntos del set eficiente.

1.4.2. El Conjunto Eficiente con "N" Activos Riesgosos y un Activo Libre de Riesgo

La introducción de un activo libre de riesgo simplifica la selección de portfolio, ya que si se supone que la tasa de interés de pedir y prestar es la misma, entonces se puede trazar una línea recta desde la tasa libre de riesgo (R_f) hasta el set de oportunidades, en donde se podrá observar que los puntos a lo largo de dicha recta representan portfolios consistentes en combinaciones del activo libre de riesgo y los activos riesgosos.

Dado lo anterior, todos los inversionistas preferirán combinaciones del activo libre de riesgo y el portfolio "M", que corresponde al punto de tangencia entre la recta trazada y el set eficiente. Esta decisión financiera representa a cualquier inversionista con independencia de sus preferencias por riesgo.

Gráfico n° 14: Conjunto de oportunidades con “N” activos riesgosos y un activo libre de riego



El punto M, del gráfico número 11, representa la tasa del set de oportunidades de inversión que es igual a la tasa de mercado.

Con la existencia del mercado de capitales nadie empeora, sino más bien mejoran o quedan igual. Al momento de existir línea de mercado de capitales, se pueden dar dos casos:

- Las personas van a permanecer con el mismo bienestar, o
- Se produce una mejora en el bienestar de las personas.

1.5. El Equilibrio en la Teoría de Portfolio

La elección del portfolio, en ausencia de un activo libre de riesgo, es una elección del tipo Robinson Crusoe, que resulta en que cada individuo maximiza su utilidad esperada, dadas sus preferencias por riesgo, sujeto al conjunto factible de intercambio riesgo-retorno (set eficiente).

La introducción de un activo libre de riesgo significa la existencia de oportunidades de intercambio y, por lo tanto, se cumplirá el denominado "Principio de Separación de Dos Fondos" (análogo al "Teorema de Separación de Fisher"), el cual implica que existe un sólo precio de mercado para el riesgo, el cual se usa en las decisiones de portfolio.

La existencia de equilibrio requiere que todos los precios se ajusten de modo que no exista exceso de oferta o exceso de demanda de algún activo. El equilibrio se da cuando la línea del mercado de capitales (línea trazada desde el activo libre de riesgo hasta el conjunto de oportunidades) es tangente al conjunto de oportunidades eficientes.

Este análisis, sin embargo, no prohíbe que los individuos tengan expectativas o creencias distintas sobre la distribución de probabilidades conjunta que genera los retornos de los activos. Entonces, como una manera de simplificar el equilibrio del mercado, suponemos que:

Supuesto 1: los individuos tienen acceso a las mismas posibilidades de inversión y expectativa homogéneas en relación a los retornos esperados, volatilidades y covarianzas entre los activos riesgosos disponibles.

Supuesto 2: el horizonte de planeación es el mismo para todos los inversionistas. Además durante este periodo la oferta de activos riesgosos esta fija (no hay nuevas emisiones de activos), todos los inversionistas enfrentan la misma frontera eficiente.

Supuesto 3: el mercado de capitales es perfecto en el sentido que: a) todos los activos disponibles son infinitamente divisibles; b) no existen costos de transacción, restricciones a la venta corta de activos sin impuestos; c) la información esta disponible para todos sin costos; d) los individuos con su accionar no afectan la distribución de probabilidades de los activos; e) los individuos pueden prestar y pedir prestado montos ilimitados a la tasa de interés libre de riesgo.

Ese único punto de tangencia, es el portfolio de mercado o cartera de mercado, el cual cumple con que cada activo es mantenido de acuerdo con su valor de ponderación de mercado, el cual corresponde a la participación del valor de mercado del activo en el valor total de mercado de todos los activos.

$$w_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i} = \frac{(Valor\ de\ mercado\ del\ activo\ "i")}{(Valor\ de\ mercado\ de\ todos\ los\ activos)}$$

Por lo tanto, la esperanza del portafolio “M” está dada por:

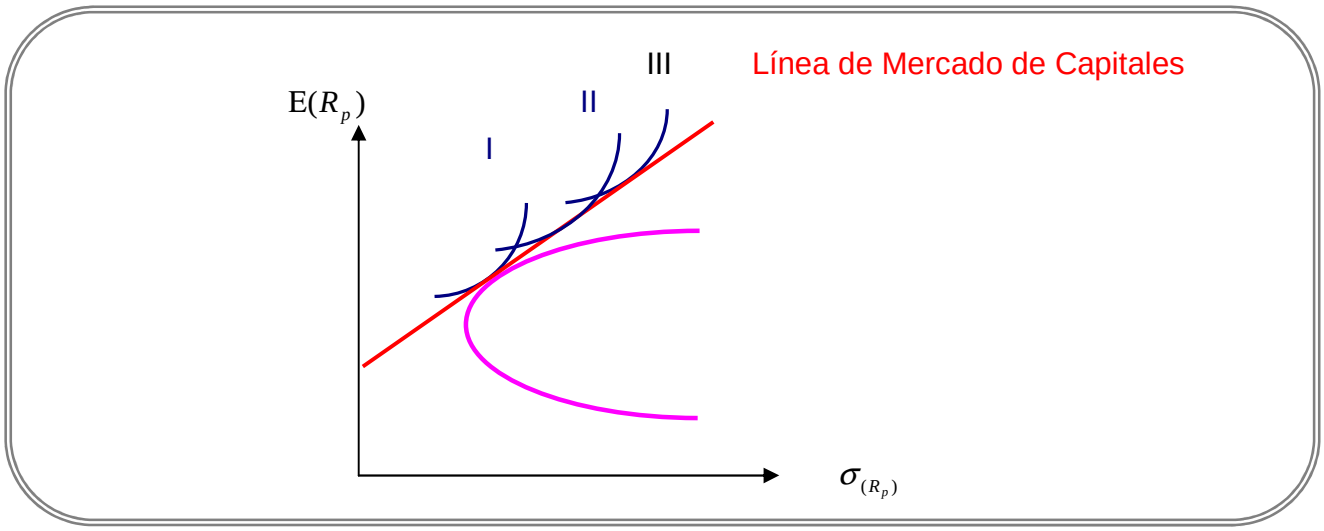
$$\boxed{\mathrm{E}(R_p) = \sum w_i \cdot \mathrm{E}(R_i)}$$

1.5.1. Teorema de Separación de Dos Fondos

Cada inversionista tendrá un portfolio maximizador de la utilidad, que es una combinación del activo libre de riesgo y un portfolio (o fondo) de activos riesgosos, determinados por la línea trazada desde la tasa libre de riesgo hasta el conjunto de oportunidades eficientes.

Esta línea se conoce con el nombre de línea del mercado de capitales y representa la relación lineal entre el riesgo de un portfolio y su retorno.

Gráfico n° 15: Representación del Teorema de Dos Fondos



Línea del Mercado de Capitales (L.M.C.)

Si los inversionistas tienen expectativas homogéneas, todos ellos perciben el mismo conjunto lineal eficiente llamado línea del mercado de capitales**.** La intersección con el eje de las "Y" (eje de las ordenadas) está constituida por la tasa libre de riesgo y la pendiente corresponde a:

$$\boxed{\frac{E(R_M) - R_f}{\sigma(R_M)}}$$

Así, la ecuación para la línea del mercado de capitales es de la forma:

$$\boxed{\mathrm{E}(Rp) = Rf + \frac{\mathrm{E}(R_M) - R_f}{\sigma(R_M)} \cdot \sigma_{R_p}}$$

Esta ecuación indica que existe una relación lineal entre el riesgo y el retorno para cartera de activos eficientes.

Las ventajas de la existencia de un mercado de capitales eficiente se resumen:

- En que todos o casi todos los inversionistas estarán mejor que en una situación sin mercado de capitales (por lo menos ninguno estará peor).
- Se obtiene el principio de separación de dos fondos.
- En equilibrio la tasa marginal de sustitución ($TMgS$ [9]) entre riesgo-retorno, es la misma para todos los inversionistas (individuos), sin importar su actitud hacia el riesgo.

El riego se divide en diversificable y no diversificable, el primero se entiende como el riesgo que tiene más de una alternativa de inversión, por lo que, es posible que el inversionista puede eliminarlo a través de una cartera de activos diversificada; el segundo, se refiere al riesgo que no puede ser eliminado por medio de la diversificación.

1.5.2. Diversificación

Para fines de nuestro estudio, se entenderá por diversificación como la reducción del riesgo de una cartera de activos, mediante la adecuada combinación de activos.

La diversificación encuentra sus orígenes en la teoría de la diana, elaborada por Alfred Cowles en los años veinte. La idea de esta teoría indica que es preferible comprar de todo lo que se encuentre en el mercado accionario para formar una cartera diversificada.

[9] $TMgS$: Es la pendiente de la línea del mercado de capitales.

Posteriormente, la idea de Cowles fue perfeccionada a través de la Teoría Moderna de Portfolio iniciada por Markowitz, que postula la frase clásica de la diversificación “no poner todos los huevos en una canasta”.

La clave de la diversificación se encuentra en la dependencia entre los instrumentos que conforman una cartera de activos, tales relaciones de dependencia se estiman con la correlación. Es decir, mientras menor sea la correlación de los activos, la cartera estará más diversificada.

Caso Diversificación de Portfolio y Riesgo Individual de los Activos

Dado que la varianza del retorno de una cartera de activos se encuentra definida por:

$$Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}$$

Se puede ver que al aumentar el número de activos en el portfolio, su varianza disminuye y se aproxima a la covarianza promedio; debido a ésto, cuando se forman portfolios con un gran número de activos y que son mejor diversificados, los términos de covarianza pasan a ser más importantes, casi toda la diversificación se logra con 10 ó 15 activos seleccionados aleatoriamente.

Otra forma de ver el riesgo de un solo activo, es evaluar su contribución al riesgo total de un portfolio. Esto se puede hacer calculando la derivada de la varianza del retorno del portafolio a w_i (porcentaje que se invierte en el activo “i”), es decir, cómo afecta a la varianza total del portfolio la inclusión de un porcentaje w_i invertido en el activo “i”.

$$\boxed{\frac{\partial Var(R_p)}{\partial w_i} = 2 \cdot w_i \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{n} w_j \cdot w_{ij}}$$

Cuando el número de activos aumenta, w_i se aproxima a cero y $\sum w_i$ se aproxima a 1; por lo tanto, para cartera de activos bien diversificados, la medida apropiada de la contribución de un activo al riesgo del portfolio, es su covarianza con el resto de los activos del portfolio.

Ley de un solo precio de los valores: todos los valores o combinaciones de valores que tienen la misma distribución conjunta de retornos, tendrán el mismo precio en equilibrio.

Cuando el número de activos en un portafolio aumenta, el riesgo que un activo contribuya al portfolio, se reduce exclusivamente al riesgo de covarianza. Así, la porción que contribuye un activo al riesgo de un portafolio depende de cómo covaría con el resto de los activos del portafolio; por lo tanto, la porción de riesgo de un activo que está no correlacionado con la Economía puede ser eliminada (evitada) a un costo cero. Ningún inversionista pagará por eliminar riesgo diversificable, pero si estará dispuesto a pagar por eliminar el riesgo de la covarianza, el cual no puede ser eliminado.

Por lo tanto, la covarianza es la medida apropiada del riesgo para un activo, porque mide su contribución al riesgo de un portfolio.

Ejemplo Nº 6

Diversificar el riesgo, para un inversionista en particular, que apuesta a una cartera compuesta por acciones de la industria del calzado, puede significar por ejemplo comprar acciones de zapatos y de zapatillas.

Realizar Ejercicio Nº 26

CLASE 08

2. MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL (CAPM)

La nomenclatura utilizada en la literatura de la administración financiera habla de, Capital Asset Pricing Model (CAPM) o Modelo de Valoración de Activos de Capital (MVAC), para referirse a un modelo de estimación del rendimiento de los títulos de capital de una empresa. Según este modelo, el rendimiento de un título de capital es igual a una tasa libre de riesgo más el premio por riesgo que conlleva la inversión[10].

[10] Definición obtenida de: www.biblioteca.co.cr/html/glosariofinaciero.shtml

El modelo de valoración de activos de capital, que para fines de comprensión denotaremos como CAPM, busca explicar el rendimiento de un activo en términos del riesgo de mercado, considerando entre otros supuestos los que a continuación se detallan.

2.1. Supuestos del Modelo CAPM y Eficiencia del Portfolio de Mercado

Para que el modelo de valoración de activos de capital (CAPM), pueda ser aplicado, se hace necesaria la incorporación de algunos supuestos:

- Los individuos son aversos al riesgo y siempre maximizan la utilidad esperada de su riqueza.
- Son tomadores de precios (no pueden afectar el precio dentro de un mercado) y tienen expectativas homogéneas con respecto a los retornos de los activos o portafolios.
- Existe un activo libre de riesgo al cual los inversionistas pueden prestar o endeudarse, en montos ilimitados.
- Las cantidades de activos están fijas, los activos son negociables y perfectamente divisibles.
- Los mercados de activos son sin fricciones (no hay rigideces en el mercado), la información es gratuita y está disponible en forma simultánea para todos los inversionistas.
- No existen imperfecciones del mercado tales como restricciones a la venta corta, impuestos, costos de transacción, etc.

Cabe señalar, que aunque sin la presencia de un activo libre de riesgo, la prueba del CAPM descansa sobre la eficiencia del portafolio de mercado, en donde se verá que en presencia de un activo libre de riesgo, el portafolio de mercado será eficiente por el hecho de existir expectativas homogéneas.

En efecto, si no existe un activo libre de riesgo, pero las expectativas son homogéneas, los inversionistas tomarán posiciones en activos o carteras de activos eficientes y como el portfolio de mercado está constituido por la suma de las tenencias individuales, las cuales son eficientes, por lo que no puede ser sino un portfolio eficiente.

2.2. Derivación del CAPM

Para que exista equilibrio de mercado, cada activo debe ser mantenido en una proporción igual a su valor ponderado de mercado (w_i), lo que garantiza que no existen excesos de oferta ni de demanda, es decir, que exista equilibrio.

Dado que:

$$\boxed{w_i = \frac{Valor\ de\ mercado\ del\ activo\ "i"}{Valor\ de\ mercado\ del\ total\ de\ sctivos}}$$

Un portafolio con $a\%$ invertido en el activo riesgoso "i" y $(1-a)\%$, en el portfolio de mercado, tiene las siguientes media y varianza:

$$\boxed{\mathrm{E}(R_p) = a \cdot \mathrm{E}(R_i) + (1-a) \cdot \mathrm{E}(R_m)}$$

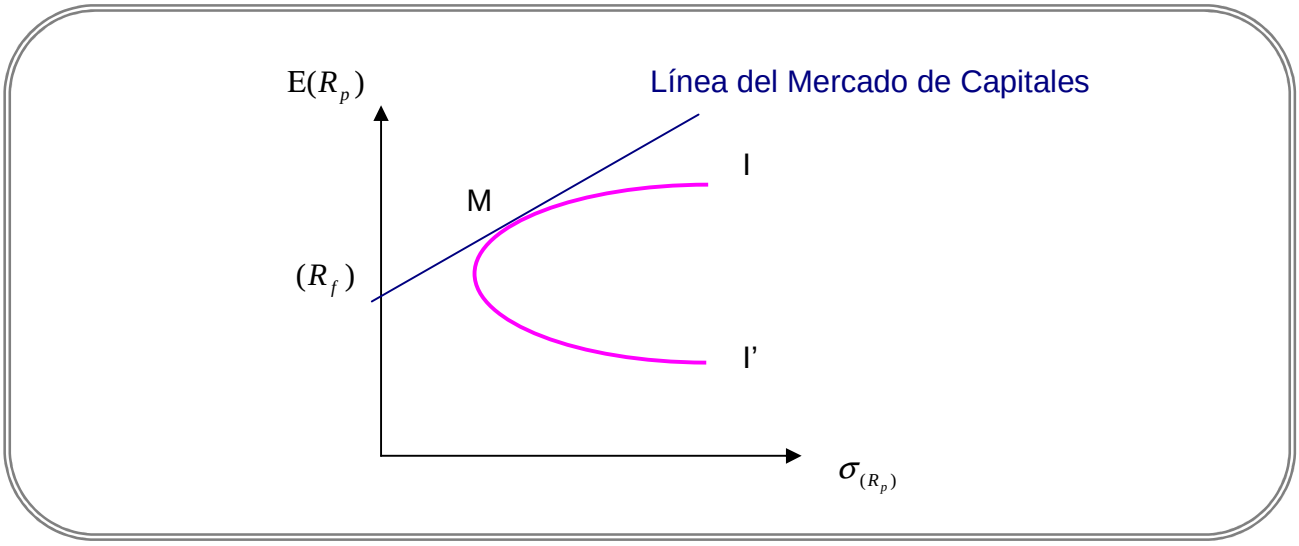
$$Var(R_p) = a^2 \cdot Var(R_i) + (1-a)^2 \cdot Var(R_m) + 2a \cdot (1-a) \cdot \mathrm{cov}(R_i \cdot R_m)$$

$$\boxed{Var(R_p) = a^2 \cdot \sigma^2{}_i + (1-a)^2 \cdot \sigma^2{}_m + 2a \cdot (1-a) \cdot \sigma_{im}}$$

La derivación del portafolio de mercado indica que éste consiste en que todos los activos son mantenidos de acuerdo a sus valores ponderados.

El conjunto de oportunidades brindadas por varias combinaciones del activo riesgoso y el portafolio de mercado es el conjunto de oportunidades de inversión.

Gráfico n° 16: Conjunto de Oportunidades de Inversión



El cambio en la media y en la desviación estándar con respecto al porcentaje "a" del portafolio invertido en el activo riesgoso "i", se determina de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \mathrm{E}(R_p)}{\partial a} = \mathrm{E}(\tilde{R}_i) - \mathrm{E}(\tilde{R}_m)$$

$$\frac{\partial \sigma_{(\tilde{R}_p)}}{\partial a} = \frac{1}{2} \cdot \left[a^2 \cdot \sigma_i^2 + (1-a)^2 \cdot \sigma_M^2 + 2a \cdot (1-a) \cdot \sigma_{iM}\right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[2a \cdot \sigma_i^2 - 2\sigma_M^2 + 2a \cdot \sigma_M^2 + 2 \cdot \sigma_{iM} - 4a \cdot \sigma_{iM}\right]$$

Los autores Sharpe y Treynor, demostraron que en equilibrio el exceso de demanda es cero, esto implica que el porcentaje invertido en el activo "i" es w_i y, como a es el % que representa el exceso de demanda por el activo i en equilibrio $a = 0$, lo que significa que el precio de equilibrio en el punto "M" del gráfico n° 13, será la tangente.

$$\frac{\partial \mathrm{E}(R_p) / \partial a}{\partial \sigma_{(R_p)} / \partial a} \Big| a = 0 = \underbrace{\frac{\mathrm{E}(\tilde{R}_i) - \mathrm{E}(\tilde{R}_M)}{\left(\sigma_{iM} - \sigma_M^2\right) / \sigma_M}}_{\text{Pendiente del set eficiente } (I\,M\,I')}$$

Además, se sabe que la pendiente de la línea del mercado de capitales (L.M.C.) es:

$$\frac{E(\tilde{R}_M) - R_F}{\sigma_M}$$

Como ambas pendientes deben ser iguales, es decir, la pendiente del set de oportunidades de inversión (que se representa uniendo los puntos IMI' del gráfico número 13) debe ser igual a la pendiente de la L.M.C. que es $\frac{E(\tilde{R}_M) - R_F}{\sigma_M}$.

Por lo tanto:

$$\underbrace{\frac{E(\tilde{R}_M) - R_F}{\sigma_M}}_{\text{Pendiente de la línea de mercado de capitales}} = \underbrace{\frac{E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_M)}{\left(\sigma_{iM} - \sigma_M^2\right) / \sigma_M}}_{\text{Pendiente del set de oportunidades de inversión}}$$

Ordenando, se obtiene una expresión para la esperanza del retorno de la inversión:

$$\boxed{E(\tilde{R}_i) = R_F + \left[E(\tilde{R}_M) - R_F\right] \cdot \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}} \quad \Rightarrow \textit{Ecuación CAPM}$$

Esta ecuación, es lo que se conoce como Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM O MVAC) e indica que "el retorno esperado para un activo riesgoso "i" cualquiera, será igual a la tasa libre de riesgo (R_F) más un premio por riesgo".

$$\boxed{\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{Cov(\tilde{R}_i, \tilde{R}_M)}{Var(R_M)}}$$

β_i = Beta del Activo "i".

La beta de un activo es una medida de riesgo sistemático y ayuda a evidenciar la sensibilidad al riesgo de un mercado, para la acción en particular.

Con respecto a la beta, es importante destacar que:

- Si la beta es mayor a uno, entonces el rendimiento del activo, en promedio, mostrará un incremento o decremento más que proporcional respecto al portfolio de mercado.

- Si la beta es menor a uno, entonces el rendimiento del activo acompañará en forma menos que proporcional al rendimiento del portfolio de mercado.

- Si la beta es igual a uno, el rendimiento se moverá, en promedio, en la misma proporción que el portfolio de mercado.

Luego, la ecuación del CAPM es equivalente a:

$$\boxed{\mathrm{E}(\tilde{R}_i) = R_F + \overbrace{\underbrace{\left[\mathrm{E}(\tilde{R}_M) - R_F\right]}_{\text{Premio por riesgo de mercado}}}^{\text{Prima por riesgo}} \cdot \beta_i}$$

Donde:

β_i : Medida del riesgo de un activo individual, mide la sensibilidad del retorno del activo "i" ante una variación del 1% del retorno del mercado.

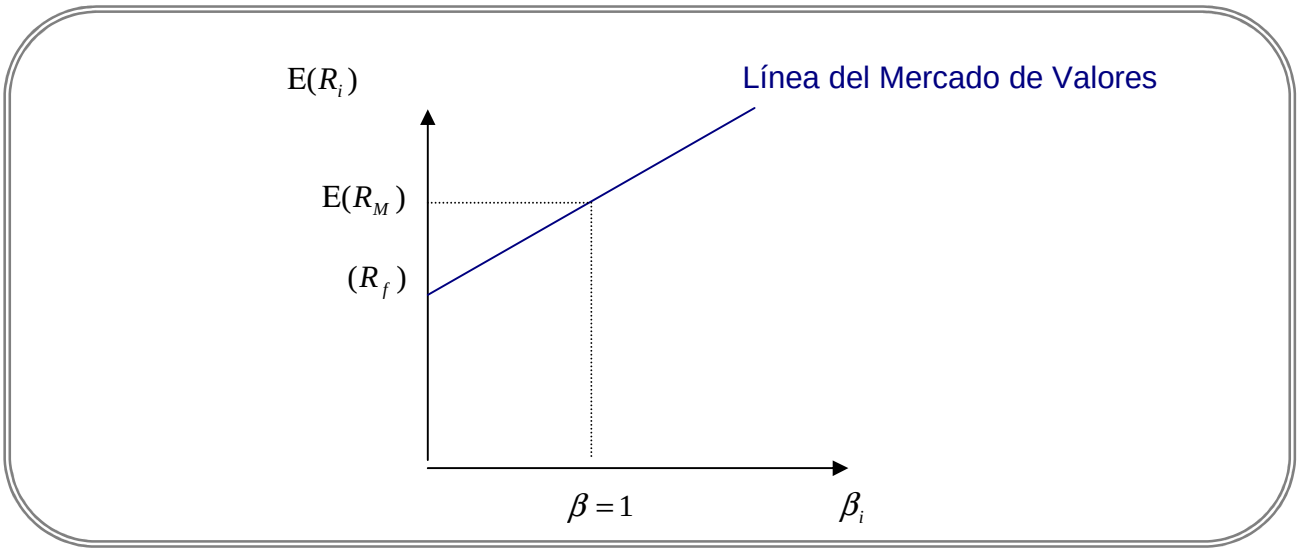
$\mathrm{E}(\tilde{R}_i) - R_F$: Prima por riesgo del mercado

$\beta_{iM} = 1$

$\beta_{R_F} = (Cov(R_M \ y \ R_F) = 0$

Dado que la beta del activo libre de riesgo es cero, y la beta del portafolio de mercado es 1, es posible obtener una relación lineal denominada "Línea del Mercado de Valores", que indica que a mayor riesgo (es decir, un β más alto), el retorno esperado de un activo riesgoso debe ser mayor (ver gráfico número 14).

Gráfico n° 17: Línea del Mercado de Valores



Ejemplo Nº 7:

Datos:

$E(R_M) = 0{,}15$
(R_f)=0,08
β_i=1,2

Se pide, calcular la esperanza del retorno de la inversión ($E(R_i)$).

Desarrollo

$$E(R_i) = 0{,}08 + [0{,}15 - 0{,}08] \cdot 1{,}2$$

$$E(R_i) = 0{,}164 \rightarrow 16{,}4\%$$

Por lo tanto,

$$E(R_i) = 16{,}4\%$$

2.3. Propiedades del CAPM

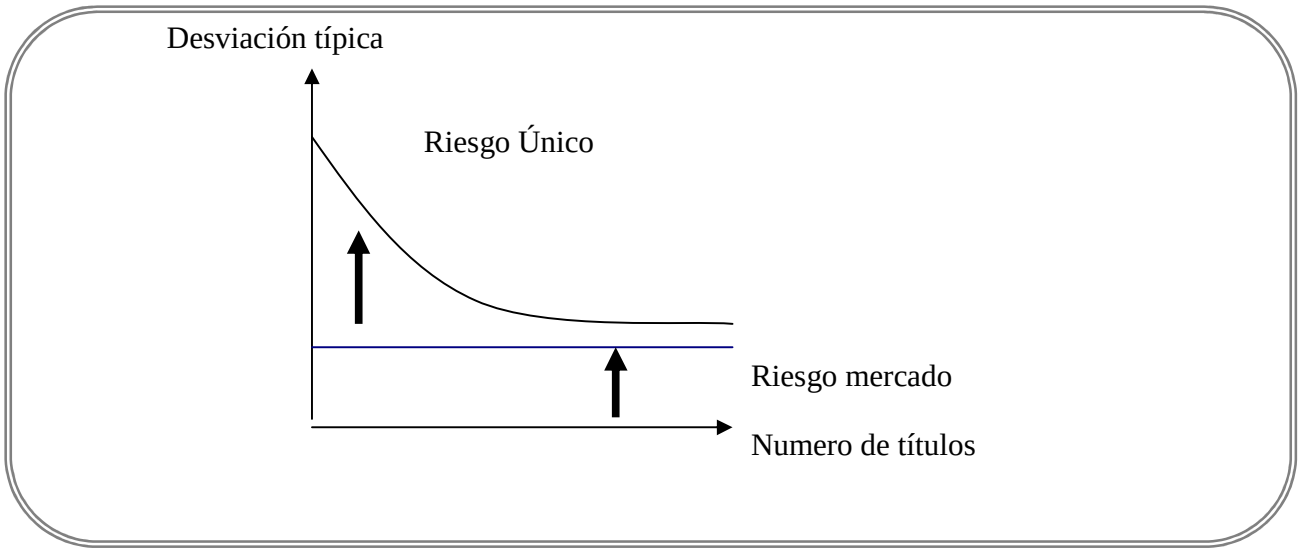
El modelo de valoración de activos de capital CAPM, tiene distintas propiedades, las cuales son explicadas a continuación:

Propiedad 1: En equilibrio, cada activo es valorado de modo que su tasa de retorno requerida, ajustada por riesgo, cae exactamente en la línea del mercado de valores.

Se ha visto que cada inversionista puede siempre diversificar todos los riesgos, excepto el de la covarianza, o riesgo de la economía, el cual es ineludible y sería el único riesgo que un inversionista estaría dispuesto a pagar por eliminarlo. Por lo tanto, el riesgo total puede ser dividido en dos fuentes de riesgo: riesgo diversificable[11], el cual puede ser eliminado mediante la diversificación del portfolio y riesgo no diversificable[12] (o sistemático) el que no puede ser eliminado mediante la diversificación.

En el gráfico Nº 18, se ha dividido el riesgo en sus dos componentes, riesgo único y riesgo de mercado, si se posee sólo una acción el riesgo único es muy importante; pero, en cuanto se tiene una cartera de 20 títulos o más, la diversificación ha producido sus principales efectos para una cartera razonablemente bien diversificada, únicamente importa el riesgo de mercado, por tanto, la principal fuente de incertidumbre para un inversor que diversifica radica en si el mercado sube o baja, arrastrando su cartera con el.

Gráfico Nº 18: Eliminación del riesgo único mediante la diversificación.



[11] Es aquel riesgo que es potencialmente eliminado por la diversificación y proviene de las características particulares de una emisora.
[12] Es aquel riesgo que la diversificación no puede eliminar , debido a que se deriva de factores que afectan a toda la economía como por ejemplo los cambios políticos

$$\boxed{Riesgo\ Total = \underbrace{Riesgo\ sistemático}_{(Riesgo\ no\ diversificable)} + \underbrace{Riesgo\ no\ sistemático}_{(Riesgo\ diversificable)}}$$

Por lo tanto, traducido es una fórmula para la varianza, el riesgo total será:

$$\boxed{\underbrace{\sigma_j^2}_{\substack{Riesgo\ del \\ activo\ "j"}} = \underbrace{b_j^2 \cdot \sigma_M^2}_{\substack{Riesgo\ sistemático \\ o\ no\ diversificable}} + \underbrace{\sigma_\varepsilon^2}_{\substack{Riesgo\ diversificable \\ o\ no\ sistemático}}}$$

En esta formulación, σ_j^2 corresponde al riesgo total del activo "j-ésimo"; b_j^2 corresponde a la beta de "j" al cuadrado; σ_M^2 es la covarianza del mercado y σ_ε^2 es la varianza residual, es decir, corresponde al riesgo de un portfolio. No es la varianza sino la covarianza del portafolio con el mercado, la cual está representada en esta formulación con la beta.

Se debe recordar que:

$$\boxed{\beta_i = \frac{Cov(\tilde{R}_i, \tilde{R}_M)}{\sigma_M^2}}$$

Propiedad 2: La segunda propiedad importante del CAPM es la de aditividad de las betas, lo que significa que el riesgo total de un portfolio dependerá del riesgo de los activos individuales que lo conforman y del porcentaje invertido en cada uno de dichos activos. Por lo tanto:

$$\boxed{\beta_p = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \beta_i}$$

Donde:

a_i : Porcentaje invertido en el activo "i"

β_i : Beta del activo "i-ésimo"

n : Número total de activos

β_p : Beta del portafolio

Ejemplo Nº 8:

Suponga que se invierte un 20% en el activo 1 con $\beta_1 = 1{,}2$ y el resto en el activo 2 con $\beta_2 = 1{,}1$. La beta del portfolio será:

$$\beta_p = 0{,}2 \cdot 1{,}2 + 0{,}8 \cdot 1{,}1$$

$$\beta_p = 1{,}12$$

Por lo tanto, la definición correcta del riesgo de un activo individual de un portfolio, es su contribución al riesgo de dicho portfolio, la cual está dada por:

$$\boxed{\sigma^2_{(R_p)} = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \mathrm{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_p)}$$

Como $w_i \cdot \mathrm{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_p)$ es el riesgo del valor "i-ésimo" en el portfolio "p", el cambio en el riesgo al cambiar la ponderación es la $\mathrm{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_p)$, es decir:

$$\boxed{\frac{\partial \sigma^2_{(R_p)}}{\partial w_i} = \mathrm{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_p)}$$

2.4. Uso del CAPM para la Valoración de Activos Riesgosos: Modelo de un Periodo con Incertidumbre

El CAPM, tiene distintas aplicaciones, dependiendo de cuántos periodos se analicen, a continuación, se analizará el caso de un periodo con incertidumbre.

CAPM → calcular una tasa de descuento ajustada por riesgo

El CAPM es una herramienta de utilidad para valorar activos riesgosos, por ejemplo, si se quiere valorar un activo que tiene una corriente riesgosa de pagos a fines de periodo, lo que se llamará $\tilde{P}_e$ (precio esperado futuro).

El precio esperado futuro, $\tilde{P}_e$, representa por ejemplo las ganancias que reporta una acción, las cuales se pueden descomponer en ganancias de capital más dividendos.

Suponga, por ejemplo, que se quiere determinar la tasa de retorno esperada sobre una inversión en un activo riesgoso; ésta claramente determina el precio que se está dispuesto a pagar por dicho activo al comienzo del periodo, el cual es el precio del derecho a los pagos de fin de periodo.

Por lo tanto, el retorno riesgoso sobre un activo "j" cualquiera, estará dado por:

$$\boxed{\tilde{R}_j = \frac{\tilde{P}_{ej} - P_{oj}}{P_{oj}}}$$

Donde:

P_{oj} : Precio del activo "j" en el periodo 0 o inicial

$\tilde{P}_{ej}$: Precio esperado del activo "j" a fin del periodo

$\tilde{R}_j$: Retorno esperado del activo "j"

El CAPM puede ser usado para determinar el valor actual del activo P_o, recordando la formula del CAPM, se puede apreciar que:

$$\boxed{\mathrm{E}(\tilde{R}_j) = R_F + \left[\mathrm{E}(\tilde{R}_M) - R_F\right] \cdot \frac{\mathrm{cov}(\tilde{R}_j, \tilde{R}_M)}{Var(\tilde{R}_M)}}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{\mathrm{E}(\tilde{R}_j) = R_F + \lambda \cdot \mathrm{cov}(\tilde{R}_j, \tilde{R}_M)}$$

Donde:

$$\lambda = \frac{\mathrm{E}(\tilde{R}_M) - R_F}{Var(\tilde{R}_M)}$$

De acuerdo a esto, λ puede ser interpretado como "el precio de mercado por unidad de riesgo". Como se ha estudiado, el retorno esperado del portfolio j:

$$\tilde{R}_j = \frac{\tilde{P}_e - P_o}{P_o}.$$

Luego, reemplazando en la fórmula del CAPM:

$$\mathrm{E}(\tilde{R}_j) = R_F + \lambda \cdot \mathrm{cov}(R_j, R_M)$$

De lo que se desprende que se puede interpretar a P_o como la fórmula de valoración de la tasa de retorno, ajustada por riesgo, es decir, P_o, sería el precio del activo riesgoso, donde P_o va a ser:

$$\boxed{P_o = \frac{\mathrm{E}(\tilde{P}_e)}{1 + R_F + \lambda \cdot \mathrm{cov}(\tilde{R}_j, \tilde{R}_M)}}$$

Por lo tanto, la tasa ajustada por riesgo tanto como el equilibrio cierto son formas alternativas o enfoques equivalentes para modelos de valoración de un periodo.

En ambos casos, el valor no depende de las preferencias individuales, sólo se necesita conocer el pago esperado de fin de periodo, la cantidad de riesgo que proporciona el activo, la tasa libre de riesgo y el precio del riesgo.

Ejemplo Nº 9:

El precio de mercado de una acción es $135, la tasa de retorno esperada sobre dicho activo es 19.4%, la tasa de interés libre de riesgo es 5% y la prima por riesgo del mercado es 12%.

¿Cuál será el precio actual de la acción, si el precio esperado en el futuro permanece constante, pero la covarianza de su tasa de retorno con el mercado se duplica?

Desarrollo

Datos:

$P_0^s = \$135$, antes que se duplique la covarianza

$R_s^e = 0.194$

$R_f = 0.05$

Por CAPM, se tiene que:

$$\boxed{R_s^e = R_f + [\mathrm{E}(R_M) - R_f] \cdot \beta_s}$$

$$0.194 = 0.04 + [0.12] \cdot \beta_s$$

Se despeja beta, nos da:

$$\boxed{\beta_s = 1.2}$$

Como:

$$\boxed{\beta_s = \frac{Cov(R_s^e, \tilde{R}_M)}{\sigma_M^2}}$$

Si la covarianza se duplica, la beta también se duplica, entonces:

$$\boxed{\beta_s' = 2 \cdot \beta_s = 2 \cdot 1.2 = 2.4}$$

Antes del cambio en la covarianza, el precio esperado de la acción será:

$$\boxed{\tilde{R}_j = \frac{\tilde{P}_1 - P_0}{P_0}}$$

$$0.194 = \frac{\mathrm{P}_1^{\mathrm{s}} - 135}{135}$$

$$\boxed{\mathrm{P}_1^{\mathrm{s}} = 161.19}$$

Se sabe que este precio no cambia al cambiar la covarianza, pero el cambio en la covarianza provoca un cambio en el retorno esperado por CAPM, luego:

$$\boxed{R_s'^e = R_f + [E(R_M) - R_f] \cdot \beta_s'}$$

$$R_s'^e = 0.05 + [0.12] \cdot 2.4$$

$$\boxed{R_s'^e = 0.338}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{R_s^{e\prime} = \frac{\tilde{P}_1 - P_0'}{P_0'}}$$

$$0.338 = \frac{161.19 - P_0^{s\prime}}{P_0^{s\prime}}$$

Entonces:

$\boxed{P_0^{s\prime} = 120.4708}$, este corresponde al precio actual al duplicar la covarianza.

CLASE 10

2.5. Aplicación del CAPM a las Finanzas Corporativas[13]

Bajo el supuesto de que no existe deuda y que no hay impuestos personales ni a las corporaciones, se puede usar el CAPM para calcular directamente el costo de capital patrimonial de una empresa, por lo tanto:

$$\boxed{E(R_{PAT}) = [R_F] + [E(R_M) - R_F] \cdot \beta_{PAT}}$$

En este caso, la β_{PAT} mide el riesgo sistemático de las acciones (patrimonio); y, el retorno esperado sobre dichas acciones o retorno requerido sobre el patrimonio, corresponde a $E(R_{PAT})$.

[13] En este apartado sólo se dará a conocer la importancia del CAPM para las finanzas corporativas, pero se profundizará en la unidad III del presente curso relacionada con costo de capital.

Esta tasa calculada, corresponde al costo de capital patrimonial, y servirá para evaluar todos los proyectos que pertenecen a la misma clase de riesgo que la empresa.

Ejemplo Nº 10:

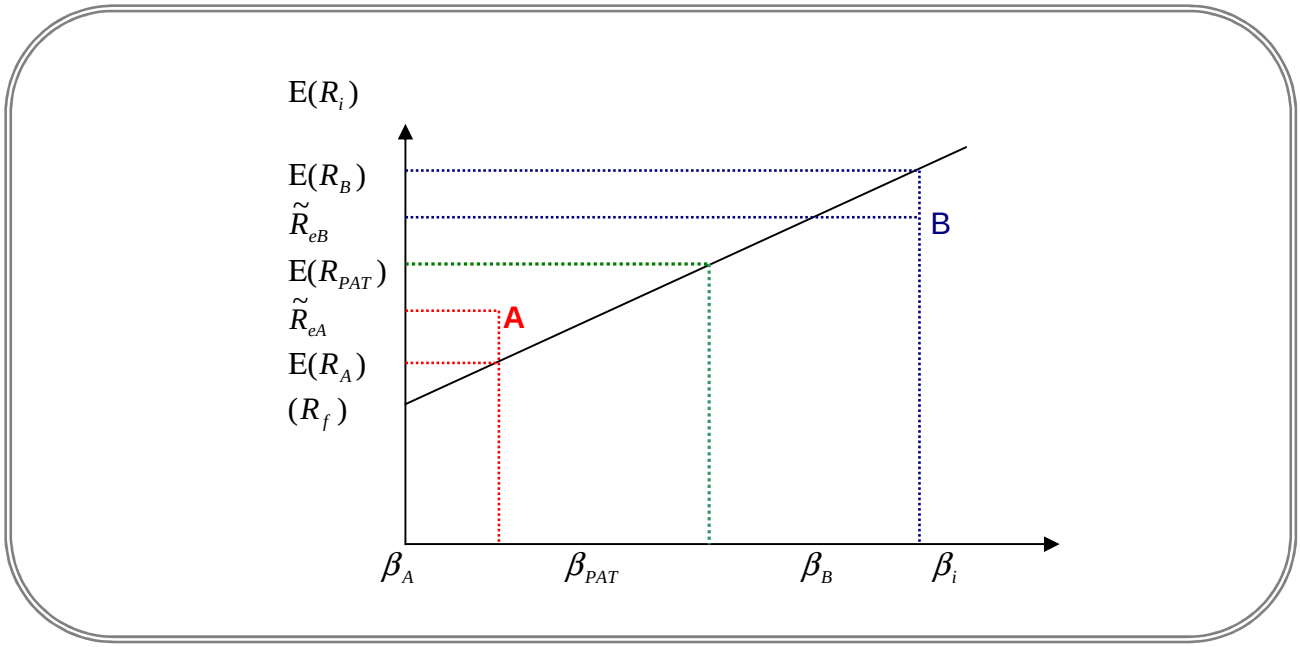
Se presenta el caso de una pesquera que evalúa dos proyectos, a saber:

Proyecto 1 Planta procesadora de pescado

Proyecto 2 Negocio turístico (paseo por la bahía)

Sin embargo, esta tasa de costo de capital patrimonial no puede ser usada para evaluar proyectos que no pertenecen a la misma clase de riesgo que la empresa, por ejemplo, suponga que se tiene los proyectos A y B sometidos a consideración:

Gráfico nº 19: Comparación de Proyectos



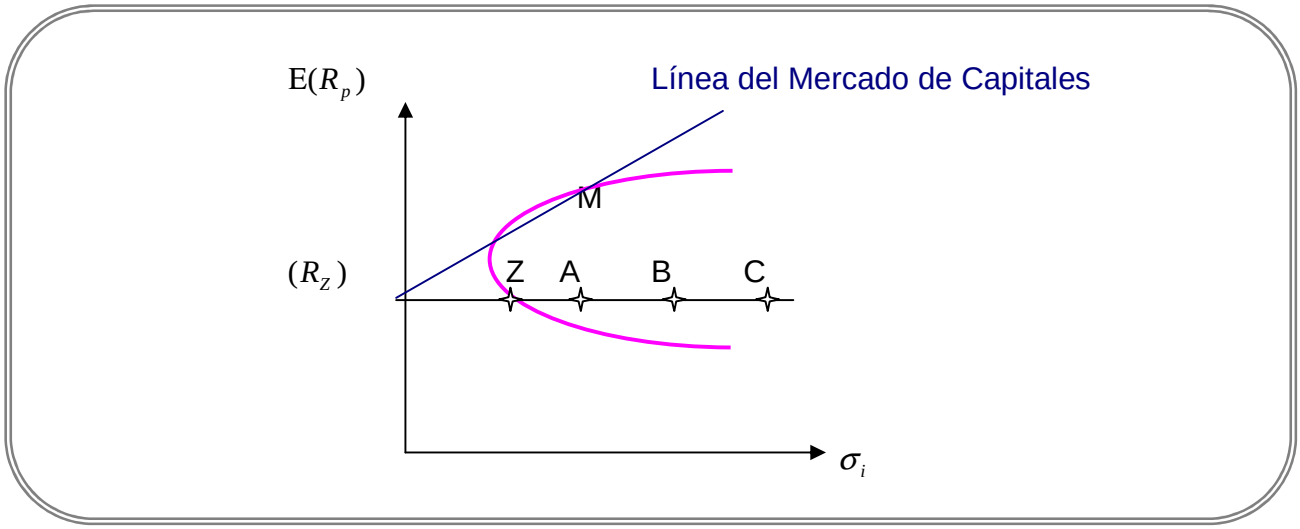
Como se puede apreciar en el gráfico anterior, si se exigiera que todos los proyectos rindieran la tasa de costo de capital patrimonial, el proyecto A sería rechazado pese a que rinde un retorno superior al de equilibrio y, el proyecto B sería aceptado pese a que rinde un retorno inferior al esperado, de acuerdo a su clase de riesgo; siendo entonces un proyecto eficiente**.**

2.6. Extensiones del CAPM

Estas extensiones del modelo surgen al evaluar que tan cruciales son los supuestos del CAPM; es decir, si el CAPM continúa o no siendo válido si alguno de sus principales supuestos no se cumplen.

Suponga que no existe un activo libre de riesgo**:** Black estudió que sucede con el CAPM en ausencia de un activo libre de riesgo, y demostró que basta con identificar el activo o portafolio no correlacionado con el mercado y de mínima varianza, para que el CAPM continúe siendo válido, por ejemplo:

Gráfico Nº 20: CAPM sin activo libre de riesgo



$$E(R_i) = E(R_Z) + [E(R_M) - E(R_Z)] \cdot \beta_i$$

En este gráfico (nº 16), se ha supuesto que los portafolios o activos A, B, C y Z no están correlacionados con el portafolio de mercado. $[Cov(R_j, R_M) = 0]$, y el portfolio Z corresponde al que entre ellos represente la menor varianza; por lo tanto, bastará con

reemplazar el activo libre de riesgo (R_F) por el retorno esperado sobre el portafolio Z en la fórmula del CAPM para estimar el retorno esperado sobre cualquier activo.

Dado lo anterior, no se requiere activo libre de riesgo para que el CAPM continúe siendo válido.

Retornos no Normales: otro autor, Fama, demostró que aún cuando las distribuciones de los retornos no sean normales, basta que sean simétricas y estables para que los inversionistas puedan usar medidas de dispersión diferentes a la varianza, como el rango intercuartílico, para que la teoría de portafolio continúe siendo válida.

Existencia de Activos no Negociables**:** Mayers demostró que cuando los inversionistas están restringidos a mantener activos no negociables, como por ejemplo el capital humano, que tienen tasas de retorno riesgoso denotado como (R_H), para lo cual el CAPM toma la siguiente forma:

$$\boxed{\mathrm{E}(R_J) = R_F + \lambda \cdot [V_M \cdot \mathrm{cov}(R_J, R_M) + \mathrm{cov}(R_J, R_H)]}$$

Donde:

R_H : Retorno total sobre todos los valores no negociables

V_M : Valor de mercado de todos los valores negociables

$$\lambda = \frac{\mathrm{E}(R_M) - R_F}{V_M \cdot \sigma_M^2 + \mathrm{cov}(R_M, R_H)}$$

λ : Será el precio por unidad de riesgo, en que el riesgo no sólo será la varianza del mercado (σ_M^2), sino también la covarianza entre la tasa de retorno de los activos negociables y el retorno en dólares (o en unidades monetarias) de los activos no negociables.

Implicancias:

a) Los individuos mantendrán distintos portafolios de activos riesgosos porque su capital humano tiene distintos montos de riesgo.

b) El precio de mercado de equilibrio para un activo riesgoso aun se puede determinar independientemente de la pendiente de las curvas de indiferencia individuales, lo que significa que aún se cumple el principio de separación y, por lo

tanto, existe un único precio de mercado para el riesgo el cual no depende de las actitudes frente al riesgo.

c) La medida apropiada de riesgo aún es la covarianza, pero se debe considerar la covarianza entre el activo riesgoso "j-ésimo" y dos portfolios: uno compuesto de valores negociables y, el otro, de valores no negociables.

Modelo en Tiempo Continuo: Merton derivó una versión del CAPM para tiempo continuo, en el cual los activos tiene una distribución log normal (en lugar de normal), por lo tanto, si la tasa de i no es estocástica[14], el retorno debe satisfacer la siguiente condición:

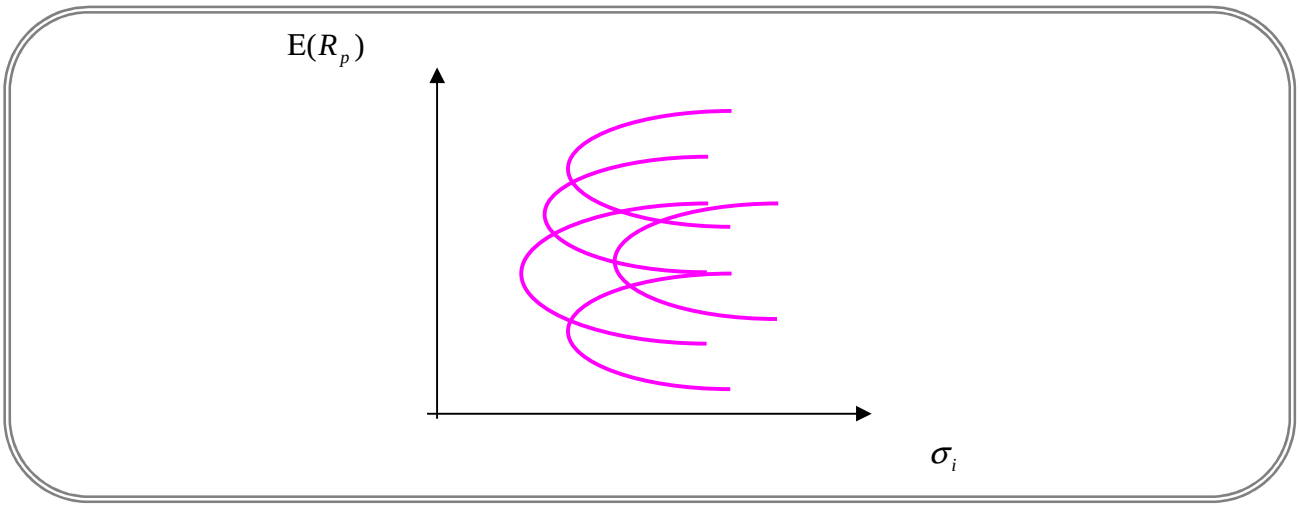
$$\mathrm{E}(R_i) = R_F + [\mathrm{E}(R_M) - R_F] \cdot \beta_i$$

Esto es lo mismo del CAPM, excepto porque las tasas de retorno instantáneo han reemplazado a las tasas discretas y la distribución es log-normal (logaritmo) en lugar de normal.
Si la tasa de interés es no estocástica, los inversionistas enfrentan el riesgo de cambio en i (la variabilidad desfavorable de su set de oportunidades de inversión), Merton demuestra que esto da origen a que los inversionistas mantengan sus portafolios eligiendo de tres formas; i) el activo riesgoso; ii) el portfolio de mercado; iii) un tercer portfolio elegido de modo que sus retornos estén perfecta y negativamente correlacionados con el activo libre de riesgo.

Existencia de Expectativas Heterogéneas e Impuestos: Si los inversionistas no tienen la misma información acerca de los retornos, no perciben el mismo set de oportunidades y por lo tanto van a elegir portafolios diferentes.

[14] Estocástica: Perteneciente o relativo al azar

Gráfico nº 21: Portafolios de inversionistas con distinta información



Lintner demostró que esto no altera críticamente el CAPM, excepto que los retornos esperados y las varianzas se expresan como complejos promedios ponderados de las expectativas de las inversiones. Sin embargo, si las expectativas son heterogéneas, nada garantiza que el portafolio de mercado sea eficiente, supuesto crucial para el CAPM.

CLASE 11

2.7. Test Empíricos sobre el CAPM

El CAPM es un modelo lineal simple que se expresa en función del riesgo y retornos esperados; es decir, es una formulación exante (que significa "antes de").

Por lo tanto, $\boxed{E(R_i) = R_F + [E(R_M) - R_F] \cdot \beta_i}$ es la formulación exante del CAPM.

Sin embargo, cuando se testea el modelo, se tiene que adaptar la fórmula para usar datos del pasado, es decir, se formula el CAPM en términos expost (después de).

Ejemplo Nº 11:

En la empresa Endesa:

$$E(R_e) = \underbrace{R_F}_{PRBC} + \left[\underbrace{E(R_M)}_{IGPA} - R_F \right] \cdot \beta_e$$

Donde:

PRBC : Pagarés Reajustables del Banco Central

IGPA : Índice General de Precios al Consumidor

Se estima con el modelo: $R_e = \beta_0 + \beta_1 \cdot \beta_e + \beta_2 \cdot R_F + \varepsilon$

Bajo el supuesto de que en promedio ocurre lo esperado, es decir, la tasa de retorno sobre un activo es igual a la tasa de retorno esperado, el CAPM se puede expresar como:

$$\boxed{R_{Jt} = E(R_{Jt}) + \beta_{Jt} \cdot \int_{Mt} + \varepsilon_{Jt}}$$

Donde:

$\int_{Mt} = R_{Mt} - E(R_{Mt})$
$E(\int_{Mt}) = 0$

$\varepsilon_{Jt} = Error\ aleatorio$

$E(\varepsilon_{Jt}) = 0$

$Cov(\varepsilon_{Jt}, \int_{Mt}) = 0$

$Cov(\varepsilon_{Jt}, \varepsilon_{Jt-1}) = 0$

$$\beta_{Jt} = \frac{Cov(R_{Jt}, R_{Mt})}{Var(R_{Mt})}$$

En promedio, se obtiene el retorno esperado, es decir, la esperanza del retorno $E(R_{Jt}) = R_{Jt}$, luego, usando esta ecuación y la del CAPM se obtiene:

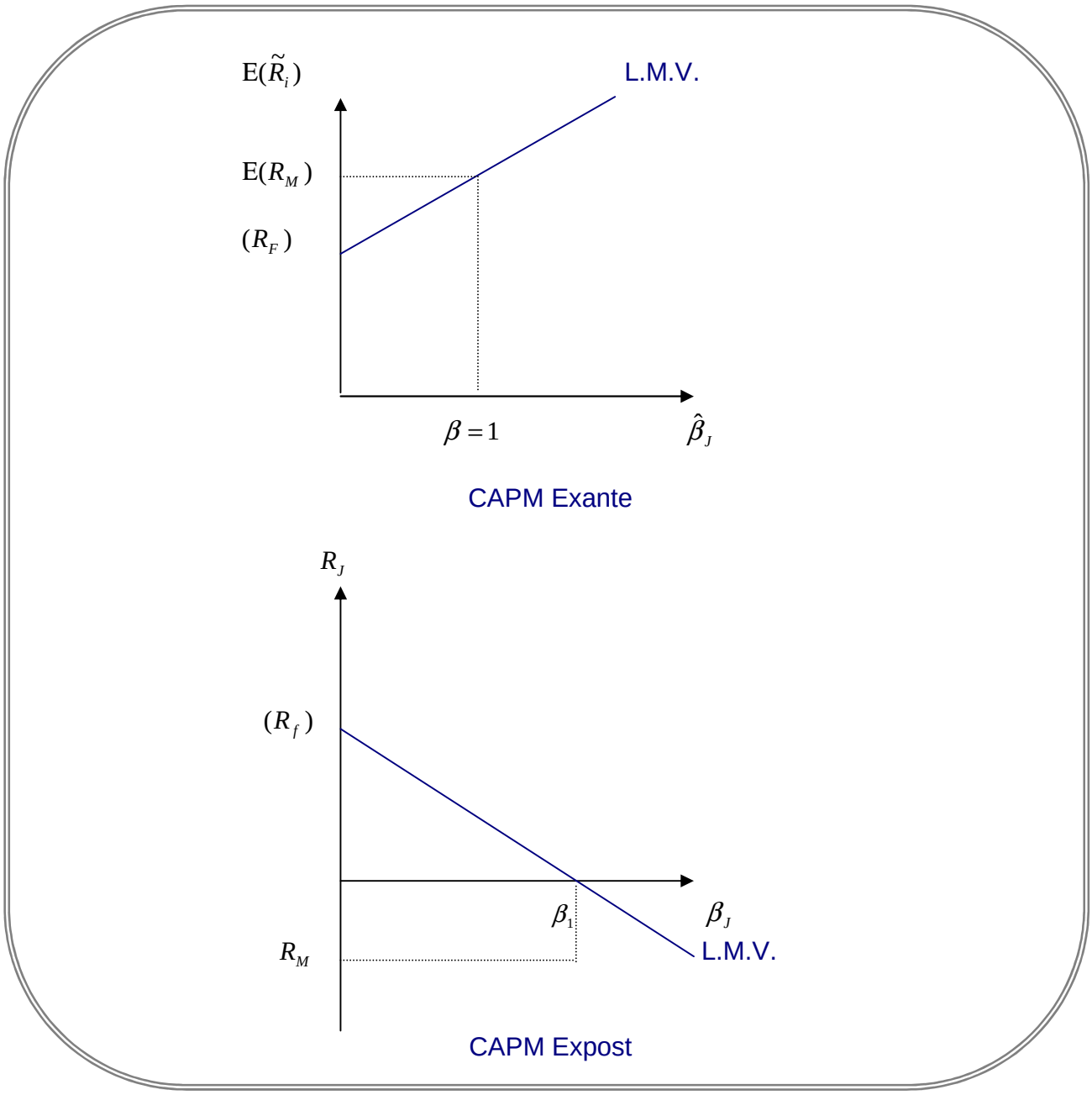
$$\boxed{R_{Jt} - R_{Ft} = (R_{Mt} - R_{Ft}) \cdot \beta_J + \varepsilon_{Jt}}$$ $\rightarrow$ Que corresponde a la forma expost del CAPM

Nota:

$$R_{Mt} - R_{Ft} = \text{Pr}\,emio\ \ por\ riesgo\ del\ mercado$$
$$R_{Jt} - R_{Ft} = \text{Pr}\,emio\ \ por\ riesgo\ del\ activo$$

Una importante diferencia entre el modelo empírico expost y el modelo teórico es que la pendiente del modelo expost, es decir, la pendiente de la línea del mercado de valores (L.M.V.) puede ser negativa, en tanto que la L.M.V. exante debe ser siempre positiva.

Gráfico Nº 22: CAPM Exante y CAPM Expost



Ejemplo Nº 12

Si un activo tiene una $\beta = 2$, este activo podría experimentar una caída de 20% si el mercado cae 20%.

Cuando el CAPM es testeado empíricamente, usualmente se escribe de la siguiente forma:

$$\boxed{R'_{pt} = \wp_0 + \wp_1 \cdot \beta_p + \varepsilon_{pt}}$$

Donde:

$\wp = R_{Mt} - R_{Ft}$ Retorno de mercado en t – Retorno libre de riesgo en t

$R'_{pt} = R_{pt} - R_{Ft}$ Corresponde al exceso de retorno del portfolio "p"

Las predicciones con respecto al testeo empírico del CAPM, indican que se deberían esperar los siguientes resultados:

- El intercepto $(\wp_0)$ no debiera ser significativamente distinto de cero, puesto que de lo contrario, el CAPM tendría sesgo y la influencia de variables omitidas relevantes estaría siendo captada por $(\wp_0)$.
- La beta debiera ser el único factor que explica la tasa de retorno sobre un activo riesgoso. Si otros factores fueran relevantes, al ser excluidos en el modelo, se tendría un problema en la formulación; por lo tanto, al incluirse variables diferentes a la beta, ellas no deberían ser significativas estadísticamente.
- La relación debe ser lineal en beta.
- El coeficiente de $\beta(\wp_0)$ debe ser igual a $R_{Mt} - R_{Ft}$, es decir, igual a la prima por riesgo de mercado.
- Cuando la ecuación se estima para largos periodos de tiempo, la tasa de retorno del portafolio debe ser mayor que la tasa libre de riesgo debido a que el portafolio de mercado es menos riesgoso.

2.7.1. Resultados de los Principales Test Empíricos al CAPM

Los principales teóricos de finanzas modernas, tales como Fama y MacBeth, Black, Jensen y Sholes, han procedido a efectuare test empíricos sobre el CAPM y los principales puntos en común, de dichos estudios, son los que dan origen a las siguientes conclusiones:

- El intercepto $\wp_0$ es estadísticamente significativo y distinto de cero, y la pendiente $\wp_1$, es menor que la diferencia entre el retorno de mercado y la tasa libre de riesgo. Esto significa que los activos con beta baja más de lo que predice el CAPM y los activos con beta alta, ganan menos de lo que produce el modelo.

- El modelo el lineal en β; es decir, las versiones con beta cuadrática y otras aproximaciones al riesgo, son dominadas por los modelos lineales en β.

- La tasa de retorno sobre el portfolio de mercado para periodos largos de tiempo es mayor que la tasa libre de riesgo ($\wp_1 > 0$), es decir, existe un premio por riesgo en el mercado.

- Factores distintos al β son útiles para explicar la porción de los retornos de los activos no capturadas por la beta; por ejemplo, hay estudios que demuestran que es relevante el tamaño de la firma y otros que dan cuenta de la relevancia de la tasa precio-ganancia. Así, con la frecuencia del reparto de dividendo.

Hay estudios que demuestran que es relevante el tamaño de la firma y otros que dan cuenta de la relevancia de la tasa precio/ganancia, así como la frecuencia de reparto de dividendos.

Un estudio de Black, Jensen y Sholes, encontró que la línea del mercado de capitales (L.M.C.) es lineal, es decir, que puede ser descrita mediante la ecuación de una recta y, que además existe un trade off[15] positivo entre riesgo y retorno. Asimismo, encuentran que el intercepto $\wp_0$ es significativamente distinto de cero, lo que de alguna manera invalida el CAPM por cuanto sería indicio de variables relevantes, es decir, que hay factores que explican los retornos de los activos y que el CAPM los omite.

[15] Trade off significa intercambio, compensación.

2.7.2. El Problema de la Medición del Desempeño: La Crítica de Roll

Roll ha sido uno de los principales teóricos en el cuestionamiento del modelo CAPM, y su crítica goza de gran popularidad. Sus principales conclusiones son:

- El único test legítimo del CAPM es si el portfolio de mercado (el cual incluye a todos los activos) es o no (expost) eficiente en media-varianza.

- Si el desempeño se mide en relación a un índice que es expost eficiente, entonces de las matemáticas de un conjunto eficiente se desprende que ningún valor tendrá un desempeño anormal cuando es medido como un alejamiento de la línea del mercado de valores (L.M.V.).

- Si el desempeño es medido en relación a un índice que es expost ineficiente, entonces cualquier ranking de desempeño de portafolio es posible, dependiendo de cual índice ineficiente haya sido elegido.

La crítica de Roll no significa que el CAPM no sea válido, sino que apunta principalmente a que el CAPM requiere y se basa en la eficiencia del portfolio de mercado y, como dicho portfolio no puede ser observado ya que incluye a todos los activos tanto negociables como no negociables (no puede ser observado en la realidad).

Ejemplo Nº 13

Se tienen los siguientes datos:

$$w_1 = w_2 = 0{,}5$$
$$\beta_1 = 0$$
$$\beta_2 = 1{,}2$$

Se pide calcular β_p

Desarrollo

Si $\beta_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \beta_i$, donde $w_i =$ porcentaje invertido en el activo “i”.

$$\beta_p = w_1 \cdot \beta_1 + w_2 \cdot \beta_2$$
$$\beta p = 0{,}5 \cdot 0 + 0{,}5 \cdot 1{,}2 = 0.6$$

2.8. Limitaciones del CAPM

El CAPM se basa en el supuesto de que todos los inversores tienen la misma opinión acerca de la distribución de las rentabilidades, es decir, todos están de acuerdo en las características media - varianza de la distribución estadística que genera las rentabilidades esperadas.

Para poder contrastar esta teoría, se debe que suponer que los inversores no se equivocan de forma sistemática en sus creencias a priori. Ello implica, tal como señala Stephen A. Ross, que la distribución expost de la que las rentabilidades son extraídas es al mismo tiempo la distribución exante sobre la que los inversores basan sus estrategias.

Esta es una limitación importante del CAPM. Si los inversores no tienen las mismas creencias acerca del comportamiento futuro de las rentabilidades, o bien se equivocan en sus predicciones, o bien dice muy poco acerca de cual ha sido el comportamiento de los inversores.

En el CAPM se presupone que el mercado de capitales se encuentra en equilibrio.

Como consecuencia de las limitaciones conceptuales del CAPM, así como los resultados empíricos obtenidos, han llevado a los investigadores a desarrollar modelos alternativos acerca del equilibrio en el mercado de capitales, y la consiguiente valoración de activos financieros.

Realizar Ejercicios Nº 27 al Nº 29

CLASE 12

3. LA TEORÍA DE PRECIOS POR ARBITRAJE (APT)

La teoría de precios por arbitraje (APT) o bien “Arbitrage Pricing Theory”, fue formulada por Stephen A. Ross en 1976 y es una alternativa al modelo CAPM, que se basa en la inclusión de factores distintos a la beta para explicar el retorno de los activos.

Esta teoría tiene las siguientes hipótesis:

- Los mercados de capitales son de competencia perfecta.
- Los inversores en condiciones de certeza siempre prefieren más a menos riqueza.

- La rentabilidad de los activos son generadas por un proceso estocástico que representa un modelo lineal en el intervienen k factores comunes, de media cero, que influyen en la rentabilidad de los activos, aunque de forma diferente en los distintos activos de acuerdo con el correspondiente "coeficiente de reacción".

El APT parte del supuesto de que en un mercado en equilibrio no deben de existir oportunidades de inversión sin explotar, es decir, ningún inversor que cambie la composición de su cartera podrá conseguir obtener mediante arbitraje una rentabilidad superior a la quien ya venia obteniendo, o mas concretamente, a inversión cero y riesgo cero debe de corresponder una rentabilidad cero.

El APT se basa en una intuición similar al CAPM, pero es mucho más general, ya que supone que la tasa de retorno sobre un activo cualquiera es una función lineal de “k” factores, es decir:

$$\boxed{\tilde{R}_i = \mathrm{E}(\tilde{R}_i) + bi_k \cdot \tilde{F}_1 + bi_k \cdot \tilde{F}_2 + \ldots + bi_k \cdot \tilde{F}_k + \varepsilon_i}$$

Donde:

$\mathrm{E}(\tilde{\mathrm{R}}_{\mathrm{i}})$: Tasa de retorno esperada del “i-ésimo” activo

bi_{k} : Sensibilidad del retorno del “i-ésimo” activo al “k-ésimo” factor

$\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{k}}$: Al “k-ésimo” factor, de media cero, común a todos los retornos de los activos bajo consideración

ε_{i} : Término de error aleatorio, de media cero, para el “i-ésimo” activo.

Este conjunto de factores fundamentales tiene por característica el ser común a todos los valores.

Chen Ross y Roll, lograron identificar 5 factores fundamentales, en los cuales se basan los rendimientos que presentan los distintos activos. Estas 5 variables macroeconómicas son:

- La producción industrial que actúa como cartera del mercado, es decir, el producto como indicador de retorno.

- Cambios en la prima por riesgo de incumplimiento (medida como la diferencia entre los rendimientos promedios al vencimiento sobre bonos tipo, AAA (con mejor categorías de bonos) y BAA.

- Las distorsiones en la curva de rendimiento (medida como la diferencia entre rendimiento promedio al vencimiento sobre bonos del gobierno de largo y corto plazo.

- Inflación no anticipada.

- Cambios en la tasa real medida como la tasa pagarés menos índice de precios al consumidor (IPC).

La lógica que fundamenta el ATP, en gran parte, es la misma del CAPM. Claramente, el único riesgo relevante es el riesgo no diversificable y por tanto debe existir una prima por riesgo que debe ser pagada a los inversionistas para compensarlos por un mayor riesgo.

La medida del riesgo sistemático o no diversificable corresponde a la sensibilidad de los rendimientos de un activo hacia los distintos factores que afectan a todos los activos. En el CAPM, el único factor fundamental era el rendimiento sobre la cartera del mercado. En el APT, los factores fundamentales eran la producción industrial, la prima por riesgo de incumplimiento, deformaciones de la curva de rendimiento, inflación no anticipada y cambios en la tasa real.

Una cartera de arbitraje[16] es aquella cartera que no tiene riesgo, que no requiere de una inversión de capital y que gana un rendimiento positivo.

Ross, en 1976 demostró que si no existen oportunidades de arbitraje, el APT podría escribirse:

$$\boxed{E(R_J) = R_F + \left[\tilde{\delta}_1 - R_F\right] \cdot b_{J_1} + \ldots + \left[\tilde{\delta}_K - R_F\right] \cdot b_{J_K}}$$

Donde:

$E(R_J)$: Rendimiento esperado sobre el “j-ésimo” activo

R_F : Rendimiento sobre el activo libre de riesgo

$\tilde{\delta}_K$: Rendimiento esperado sobre una cartera de inversión que tiene una sensibilidad unitaria ante el “k-ésimo” factor y cero con respecto a los demás factores

[16] Arbitrar es intervenir en el mercado; se ocupa cuando hay activos subvaluados.

k_{J_K} : Sensibilidad de “j-ésimo” activo frente al “k-ésimo” factor.

Se puede ver, a través de esta formulación, que el CAPM es muy similar al APT, ya que en el APT el rendimiento esperado de cualquier activo, en condiciones de equilibrio, es igual a la tasa libre de riesgo más un conjunto de primas por riesgo.

La prima por riesgo del mercado de cada activo es igual al precio de mercado del riesgo para el “k-ésimo” factor, es decir: $\tilde{\delta}_K - R_F$ multiplicado por la sensibilidad del “j-ésimo” activo al “k-ésimo” factor, es decir, k_{J_K}

Bajo ciertos supuestos simplificadores, las sensibilidades de los factores (k_{J_K}) pueden interpretarse del mismo modo que la β del CAPM por lo tanto:

$$\boxed{k_{J_K} = \frac{Cov(\tilde{R}_J, \tilde{\delta}_K)}{Var(\tilde{\delta}_K)}}$$

Esto implica que el CAPM es un caso particular del APT, donde se usa un sólo factor que es el rendimiento esperado de la cartera de mercado para explicar los rendimientos del activo.

Ejemplo Nº 14

$$\mathrm{E}(R_J) = R_F + K_1 \cdot b_1 + K_2 \cdot b_2 + K_3 \cdot b_3 + K_4 \cdot b_4 + K_5 \cdot b_5$$

Se han identificado 5 factores. Las K corresponden a las primas de rendimiento del factor y, las b, a las sensibilidades al factor.

Si:

$R_F = 0{,}04\ (4\%)$
$b_1 = 0{,}6 \quad K_1 = 2\%$
$K_2 = 5\% \quad b_2 = 0{,}4$
$K_3 = 8\% \quad b_3 = 0{,}2$
$K_4 = 4\% \quad b_4 = 0{,}3$
$K_5 = 2\% \quad b_5 = 0{,}5$

Calcular el retorno esperado del activo “j”.

Desarrollo

$$E(R_J) = R_F + K_1 \cdot b_1 + K_2 \cdot b_2 + K_3 \cdot b_3 + K_4 \cdot b_4 + K_5 \cdot b_5$$

$$E(R_J) = 0{,}04 + 0{,}02 \cdot 0{,}6 + 0{,}05 \cdot 0{,}4 + 0{,}08 \cdot 0{,}2 + 0{,}04 \cdot 0{,}3 + 0{,}02 \cdot 0{,}5$$

$$E(R_J) = 0{,}11$$

$$\boxed{E(R_J) = 11\%}$$

Por lo tanto, el retorno esperado del activo ”j” es de un 11%.

3.1. Aplicaciones y Evidencia Empírica del APT

La gran diferencia entre CAPM y APT es que el primero es un modelo unifactorial, en tanto el segundo es multifactorial.

Bower y Moguer (1984) así como Ross y Roll (1983) comprobaron que el APT proporciona mejores estimaciones del costo de capital contable en la industria de servicios eléctricos.

Chen (1983) descubrió que el efecto anómalo del tamaño de la firma, provocado por el CAPM puede ser eliminado por el APT y, que también el APT puede explicar los residuos del CAPM, pero no al contrario (el CAPM no los del APT).

Los estudios parecen indicar que el APT implica un mejoramiento sobre el CAPM particularmente cuando los rendimientos de los valores contienen las anomalías del CAPM.

El APT es un modelo más robusto que el CAPM, debido a varias razones, tales como:

- No hace supuestos acerca de la distribución empírica de los retornos.
- No hace fuertes supuestos acerca de las funciones de utilidad de los individuos.
- Permite que el retorno de equilibrio de los activos dependa de varios factores en lugar de uno.
- Rinde una estimación acerca del precio de un conjunto de activos y así no necesita el universo de todos los activos.

- En el APT, no existe un rol especial para el portafolio de mercado; en tanto el CAPM, requiere que éste sea eficiente.

- El APT es fácilmente extensible a un marco multiperiódico.

Realizar Ejercicio Nº 30

FINANZAS II

iPLACEX
instituto profesional

UNIDAD III
COSTO DE CAPITAL

CLASE 01

1. EFICIENCIA DEL MERCADO

En este apartado se abordara uno de los pilares básicos de la competitividad, requerimiento de las actuales economías globales, como lo es la eficiencia del mercado. Basándose en la forma de hacer negocios, actualmente se da privilegio a todas las actuaciones eficientes del mercado; por lo que es necesario el estudiar este tópico.

A continuación se analiza el concepto de eficiencia, de manera de conformar el marco teórico de nuestro análisis.

1.1. El Concepto de Eficiencia

Como se ha visto al analizar el modelo CAPM, el aspecto crucial de su validez es la eficiencia del portfolio de mercado; si embargo, el tema de la eficiencia de los mercados requiere hacer precisión en torno al grado de información disponibles, lo cual afecta las posibilidades de obtener retornos superiores utilizando los activos financieros.

Se dice que un mercado de valores es eficiente cuando la competencia existente entre los distintos participantes que intervienen en dicho mercado, guiados por el principio del máximo beneficio, conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de cualquier título constituye una buena estimación de su precio teórico o intrínseco, que corresponde al valor actual de todos los flujos de caja esperados.

En otras palabras, los precios de los activos que se negocian en los mercados financieros eficientes reflejan toda la información disponible y, se ajustan rápida y totalmente a la nueva información. Además, se supone que esta información es gratuita.

Si todos los activos están perfectamente valorizados, los inversores obtendrán un rendimiento sobre su inversión que será el apropiado para el nivel de riesgo asumido, no importando cuáles sean los activos adquiridos. Es decir, en un mercado eficiente, todos los activos estarán perfectamente valorados, por lo que no existirán activos sobre o subvalorados, por lo que, el valor actual neto de la inversión será nulo. Esto implica que si el mercado es eficiente, el tiempo, el dinero y el esfuerzo gastados en el análisis del valor intrínseco de los títulos serán inútiles.

Si en un mercado eficiente el precio de mercado de un activo y su valor intrínseco fueran diferentes, esto sería aprovechado por los especuladores astutos que actuarían en consecuencia para beneficiarse de dicha "ineficiencia temporal".

Así, por ejemplo, si el activo estuviese subvalorado, los especuladores lo adquirirían, con objeto de obtener una rápida ganancia de capital, lo que crearía una presión de la

demanda sobre dicho título que impulsaría su precio hacia arriba hasta situarlo en su valor intrínseco. Si, por el contrario, el activo estuviese sobrevalorado, esos mismos especuladores lo venderían con lo que el precio del mismo descendería, debido a la presión de la oferta, hasta situarse en su valor teórico.

Resumiendo, sólo los más astutos sacarán un beneficio de las *ineficiencias temporales* (cuantos más especuladores de este tipo existan en el mercado, menor será el beneficio), el resto de los participantes creerá realmente encontrarse en un mercado eficiente.

Como es lógico, existe una gran dificultad a la hora de estimar el precio teórico de un activo cualquiera; dado que tanto las expectativas sobre los dividendos futuros, como el horizonte económico de la planificación, o las predicciones sobre la evolución del marco socioeconómico, son diferentes para cada inversor en particular.

Ahora, si el mercado es eficiente, las múltiples estimaciones del valor de un activo financiero deberán oscilar de forma aleatoria alrededor de su verdadero valor intrínseco. Por lo tanto, todos los inversores tienen las mismas probabilidades de ganar o perder (la mayor rentabilidad que algunos inversores puedan obtener sobre el resto, será producto del azar).

Este tipo de mercado debe ser forzosamente competitivo, puesto que es la única manera de que toda la información que afecte al valor intrínseco de los activos se refleje inmediatamente en sus precios.

El concepto de eficiencia de mercado, se refiere a la eficiencia en el sentido informacional.

Ello implica que en cada momento los precios de las acciones deben reflejar completamente toda la información disponible y que los cambios en los precios se deben exclusivamente a la aparición de nueva información, la cual es, por definición, impredecible (caso contrario, ésta sería ya parte del set de información del instante anterior).

De aquí se deriva que las variaciones de los precios son, también, impredecibles. El ser impredecibles, se evidencia en el *random walk* o camino aleatorio que siguen los precios de los activos financieros.

La competencia entre los distintos analistas, que trasladan inmediatamente toda la nueva información al precio, es lo que asegura un funcionamiento eficiente del mercado, eliminando la posibilidad de obtener retornos extraordinarios.

En mercados eficientes, entonces, sólo es posible obtener retornos normales, entendiendo por ello al retorno asociado con el nivel de riesgo de cada activo en particular.

La eficiencia puede ser definida de tres maneras distintas (débil, semi fuerte y fuerte) según el grado de disponibilidad de la información.

En forma concreta, alguien podría pensar que si fuese capaz de predecir cuándo va a producirse una nueva información y cómo afectaría a los precios de los activos estaría en ventaja con respecto a los demás competidores; por desgracia, la nueva información no se puede predecir antes de que se produzca porque si así fuese la predicción formaría parte de la información actual.

Por lo tanto, las alteraciones en los precios reflejarán precisamente lo impredecible, ello hace que la serie de cambios en los precios sea de tipo aleatorio, más concretamente se dice que siguen un recorrido aleatorio.

Eugene Fama, en 1965, resume todo lo anteriormente expuesto en dos puntos:

- Los precios actuales cambiarán rápidamente para ajustarse al nuevo valor intrínseco derivado de la nueva información.

- El tiempo que transcurre entre dos ajustes sucesivos de precios (o entre dos informaciones sucesivas) de un mismo activo es una variable aleatoria independiente.

A la vez, definió a los mercados eficientes como un "juego equitativo" en el que los precios de los activos reflejan totalmente toda la información disponible. Es decir, si los mercados resultan ser eficientes, los activos que se encuentran están valorados para proporcionar un rendimiento acorde con su nivel de riesgo.

Harry Roberts, en el año 1967, definió tres niveles de eficiencia de los mercados de valores, donde cada nivel reflejaba la clase de información que era rápidamente reflejada en el precio. Estos niveles de eficiencia eran denominados: débil, intermedio y fuerte.

Eugene Fama[1] acuñó estos tres conceptos que requieren diferente nivel de información, para definir eficiencia de mercado.

Una definición estricta de eficiencia de mercado, es la siguiente:

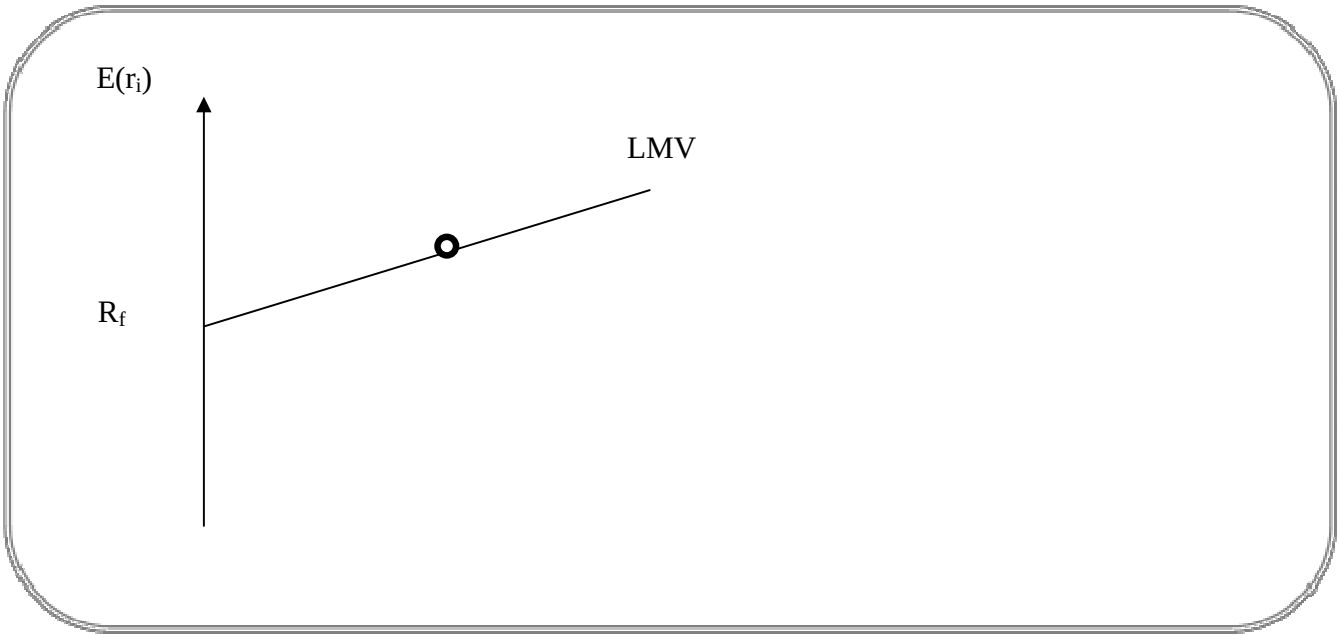
[1] La hipótesis de mercados eficientes (Fama, Eugene: Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. Journal of Finance, 1970) plantea que el mercado refleja completa y correctamente toda la información relevante para la determinación de los precios de los activos. Dado que el surgimiento de nueva información es de carácter aleatorio, los cambios registrados por los precios accionarios también lo serían.

La eficiencia de mercado asume que toda la información (tanto pública y privada) se refleja en el precio de mercado, implica que cualquier inversionista (incluso con información privada) no puede derrotar al mercado, en efecto no existe un modelo que le pueda ganar al mercado.

Cuando se habla de ganarle al mercado, se está refiriendo a obtener retornos superiores o anormales dado un nivel de riesgo.

Si los mercados son perfectamente competitivos, todos los proyectos y toda la compra-venta de instrumentos financieros debiesen tener un VAN igual a cero, los precios de todos los instrumentos financieros deben estar sobre la línea de mercado de valores, como se muestra en el Gráfico n° 1.

Grafico n° 1: línea de mercado de valores



Cada instrumento o cada precio de los instrumentos financieros debe ser distinto dado Un nivel de beta, entonces si la acción se encuentra sobre la línea de mercado de valores, está rindiendo lo justo dado su nivel de riesgo, por lo tanto comprar y vender esa acción no me genera retornos anormales, en efecto no le puedo ganar al mercado y toda la información está incluida en el precio.

De acuerdo, a lo analizado en la literatura, es posible encontrar tres definiciones para el término eficiencia de mercado, dependiendo del grado de información que se tenga, a saber:

a) Eficiencia Débil
b) Eficiencia Semi – fuerte
c) Eficiencia fuerte

A continuación de detallan cada una de ellas:

a) *Eficiencia Débil:* un mercado es eficiente desde el punto de vista débil, cuando al incorporarse toda la información pasada al análisis de inversiones, no es posible obtener rentabilidades anormalmente altas.

Implica que los precios de los activos reflejan toda la información derivada de sus precios pasados y que, por lo tanto, en base a ellos no es posible predecir los precios futuros.

Por lo tanto, si se observa un gráfico con los precios pasados de una acción no sería posible determinar un patrón que diga cuando la acción va a subir o va a bajar y por ende, no podría ganarle al mercado con una receta fácil, porque los agentes del mercado se aseguran que esto no ocurra a medida que la técnica es conocida y se explota por los inversionistas.

b) *Eficiencia Semi – fuerte:* un mercado es eficiente si los precios de los activos incluyen toda la información pública existente sea ésta pasada, presente o futura, es decir, si un mercado es eficiente desde el punto de vista semi – fuerte nadie podría obtener una rentabilidad superior al promedio.

Implica que los precios de los activos reflejan toda la información públicamente disponible (precios pasados, balances, proyecciones de ganancias, calidad del management, etc.) y que, por lo tanto, en base a ella no es posible predecir los precios futuros. Esta definición engloba a la definición de eficiencia débil.

c) *Eficiencia Fuerte:* un mercado será eficiente desde el punto de vista fuerte, cuando los precios de los activos incorporen toda la información existente sea ésta pública o privada, pasada, presente o futura.

Si esto ocurriera nunca se observarían rentabilidades superiores al promedio, lo cual obviamente no ocurre en la realidad, cosa que lleva a concluir que los mercado en general no son eficientes desde el punto de vista fuerte.

Implica que los precios de los activos reflejan toda la información relevante para la empresa, es decir, incluye incluso la información a la cual sólo los *insiders* tienen acceso, y que, por lo tanto, en base a ella no es posible predecir los precios futuros.

Entonces los mercados no son eficientes desde su forma fuerte, debido al uso de información privilegiada en la compra y venta de acciones (penado por ley), al no estar contenida toda la información privada en el precio de la acción alguien que tenga información privada podría sacar beneficios de esta situación anticipándose a los cambios de precios en el mercado una vez que la información ya sea pública.

Esta es, como se puede apreciar, la definición más restrictiva y abarca a todas las demás.

Las definiciones relacionadas con la eficiencia de mercado hacen, evidentemente, referencia a procesos ideales, de la misma manera en que la ciencia económica trata, por ejemplo, la definición de la competencia perfecta.

En la práctica, sin embargo, la eficiencia en base a las distintas definiciones puede ser una norma con ciertas fallas. Esto significa que incluso en mercados a los que es posible considerar como eficientes, cierta lentitud en el ajuste de los precios o una mejor interpretación de la información o método de valoración, podrían permitir retornos extraordinarios, teniendo éxito el análisis técnico y fundamental.

El análisis técnico busca encontrar un patrón de comportamiento en los procesos de ajustes de precios (al alza o a la baja) de manera tal de poder definir una estrategia de *trading* para obtener retornos, identificando niveles de resistencia y de soporte.

El análisis fundamental, por su parte, consiste en calcular el precio de los activos en base a los determinantes del valor de la empresa, para poder identificar si una empresa está subvalorada o sobrevaluada, con el fin de comprar o vender obteniendo ganancias extraordinarias.

Realice Ejercicios Nº 1 al Nº 6

CLASE 02

1.2. Análisis de Carteras Gestionadas[2]

El análisis de una cartera gestionada nos lleva a concluir si ésta ha sido administrada de forma eficiente o no, es decir, para ver si las personas que administran esta cartera lo son también.

Se denomina "Resultado de una cartera gestionada", a la actuación expost de una cartera de activos o portfolio.

Los activos que reportan una rentabilidad superior habitualmente conllevan mayores niveles de riesgo. Es por ello que, en algunas ocasiones, será interesante evaluar junto a la contribución al resultado, la rentabilidad en relación al riesgo asumido.

Para medir el desempeño de de una cartera, se utilizan algunos índices homogéneos que permiten comparar los resultados obtenidos por diferentes tipos de inversiones riesgosas. La aplicación de estos índices permite evaluar el desempeño de los administradores de dichas carteras, como también para mejorar a futuro el desempeño en la gestión de carteras.

Los índices más utilizados son:

- Índice de Sharpe
- Índice de Treynor
- Índice de Jensen

Realice Ejercicios Nº 7 y Nº 8

Para una mejor comprensión del análisis de cartera gestionada, se abordarán profundamente cada uno de los índices mencionados, de manera de evaluar la gestión básica de los administradores de cartera de activos.

1.3 Índice de Sharpe

[2] Para facilitar el estudio, en este punto se utilizará el concepto cartera, y no de portfolio.

Es un indicador que trata de deducir la rentabilidad de una cartera por unidad de riesgo lo que constituye el ratio de exceso de rentabilidad del riesgo, es decir, mide el retorno que se obtiene por encima de la tasa libre de riesgo sobre una cartera con el riesgo total de la cartera.

La razón de su denominación se conforma por *el numerador* de la expresión, la cual denota el exceso o prima de rentabilidad que la cartera analizada reporta con respecto a la rentabilidad que el inversor puede obtener mediante activos sin riesgo; mientras que *el denominador* es la desviación típica de la variable aleatoria rentabilidad, indicador de la variabilidad de R_c.

Este denominador es, por tanto, la raíz cuadrada de la varianza y, en consecuencia, la expresión contempla el riesgo total de la cartera.

El índice de Sharpe analiza el interés de los activos o carteras en función del premio que dan de forma relativa por su riesgo total medido por la desviación típica de rendimiento, o sea, compara los rendimientos con una determinada medida de riesgo.

Este índice, considera que un activo o cartera supera al mercado cuando el premio por unidad de riesgo total es superior al conseguido por dicho mercado (lo que puede ocurrir cuando existen ineficiencias del mercado, porque se producen diferencias entre los comportamientos de los activos y carteras "a priori" y "a posteriori", etc.).

El índice de Sharpe se define como:

$$S_c = \frac{\overline{R}_c - R_F}{\sigma_{RC}}$$

Donde:

S_c =Corresponde al índice de Sharpe para la cartera “c”

$\overline{R}_c$ = Retorno promedio de la cartera gestionada

R_F = Tasa libre de riesgo

σ_{RC} = Variabilidad (desviación) de los retornos de la cartera gestionada, medida a través de los retornos en el tiempo.

De la definición anterior, se desprende que este indicador mide el precio que paga el mercado por el riesgo total (que uno asume por el riesgo de una cartera), se emplea para evaluar la calidad, antes que la cantidad de los rendimientos de un fondo.

Cuanto más alto sea el valor del indicador, mejor será la calidad de la rentabilidad en forma de riesgo recompensa.

El ratio debe ser superior a 0,5, niveles sobre 1 se consideran muy buenos. Se recomienda a la hora de valorar, examinar periodos que sean lo suficientemente extensos, como mínimo tres años.

Sean X e Y dos carteras (o portfolios), para cada una de ellas, los índices de Sharpe serán:

$$S_X = \frac{\overline{R}_X - R_F}{\sigma_{RX}} \qquad S_Y = \frac{\overline{R}_Y - R_F}{\sigma_{RY}}$$

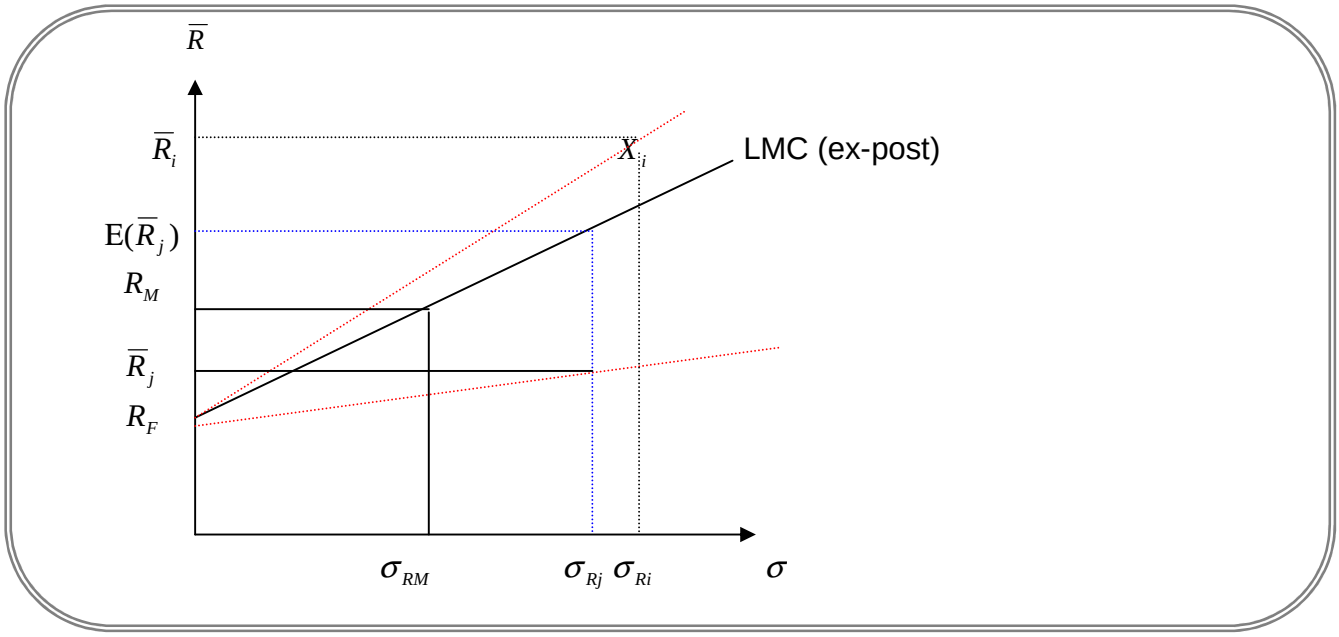
Si $S_X > S_Y$ quiere decir que el mercado paga un precio mayor por el riesgo total asumido por el portfolio X que por el asumido por el portfolio Y.

Cabe destacar que, para el portfolio de mercado, el índice de Sharpe será:

$$S_M = \frac{\overline{R}_M - R_F}{\sigma_{RM}}$$

Es decir, corresponde a la pendiente de la línea del mercado de capitales (LMC), la que se aplica a todos los portfolios eficientes.

Gráfico N° 2: Índice de Sharpe



$E(\overline{R}_j) - R_j = Corresponde\ a\ lo\ que\ no\ se\ obtuvo$, es decir, ex-post, es el monto que se dejó de recibir.

$$S_i = \frac{\overline{R}_i - R_F}{\sigma_{Ri}} \qquad S_i = \frac{\overline{R}_j - R_F}{\sigma_{Rj}}$$

Por lo tanto, $S_i > S_M > S_j$

Lo que se puede comentar de este gráfico es que la cartera "j" ha sido mal gestionada puesto que para ese mismo nivel de riesgo σ_{Rj} siguiendo "la estrategia ingenua" (invertir en el portfolio de mercado) se podría haber obtenido un retorno superior tal como indica la línea del mercado de capitales.

Ejemplo Índice de Sharpe

Se posee una cartera A que tiene un retorno esperado del 13,72% con una desviación estándar de 21,7%. La cartera de Mercado M tiene un retorno de 10% con una desviación de 17,3%

Si la tasa libre de riesgo es de un 6%, ¿es eficiente la cartera A?

Desarrollo

Se debe calcular el índice de Sharpe tanto para la cartera A como para el portfolio de Mercado. El portfolio de mercado, forma la línea del mercado de valores, por lo tanto, todas las carteras que se sitúen sobre esta línea se consideran carteras eficientes.

El índice de Sharpe para la cartera A es:

$$S_A = \frac{0{,}1372 - 0{,}06}{0{,}217} = 0{,}356$$

El índice de Sharpe para el portfolio de Mercado es:

$$S_M = \frac{0{,}10 - 0{,}06}{0{,}173} = 0{,}231$$

Como $0{,}356 > 0{,}231$, se dice que la cartera A es eficiente.

Existen ocasiones en que el índice de Sharpe es negativo o inferior a la tasa libre de riesgo, conforme aumenta la volatilidad del instrumento el índice de Sharpe designa valores superiores.

Ejemplo del índice de Sharpe negativo

Si el fondo D tiene una rentabilidad esperada de 4% y una desviación estándar de los rendimientos del 11%, el fondo E tiene la misma rentabilidad esperada, pero una desviación estándar de 14%, la tasa libre de riesgo de de 8%.

¿Qué cartera es más eficiente?

Indice de Sharpe para el fondo D es:

$$S_D = \frac{0{,}04 - 0{,}08}{0{,}11} = -0{,}3636$$

Indice de Sharpe para el fondo E es:

$$S_E = \frac{0{,}04 - 0{,}08}{0{,}14} = -0{,}2857$$

Por lo tanto E, será identificado como una mejor alternativa de inversión, ya que tiene un índice de Sharpe superior a D. Sin embargo, esto viola el principio de la teoría financiera el cual menciona que cuando hay dos inversiones con la misma rentabilidad esperada, es superior aquella que tenga menor volatilidad, en este caso seria el portafolio D.

Para solucionar esta paradoja se han propuestos varios modelos, pero no es el objetivo de este texto analizar y describir estos métodos.

Realice Ejercicios Nº 9 y Nº 10

CLASE 03

1.4 Índice de Treynor

Es un indicador que permite medir la rentabilidad de una cartera de valores en relación con una unidad de riesgo medida por el coeficiente beta, es decir, calcula el premio de rentabilidad obtenido por el activo o cartera por unidad de riesgo sistemático soportado, que se mide por medio de la beta.

La medición de Treynor se diseñó con el objeto de analizar los rendimientos en relación con la cantidad de riesgo que se incorpora a una cartera bien diversificada.

Para usarlo adecuadamente, se debe comparar el índice de Treynor de activos distintos para determinar cuál incluirá en su portfolio o cartera bien diversificada.

El índice no deberá emplearse para tomar decisiones de compra exclusiva del activo A o del activo B, para esto es mejor usar el índice de Sharpe.

De estructura similar al índice de Sharpe, la medida de Treynor o también denominado ratio premio-volatilidad, tiene la siguiente expresión:

$$T_c = \frac{\overline{R}_c - R_F}{\beta_p}$$

Donde:

$T_c =$ Es el índice de Treynor para la cartera “c”

$\beta_p =$ Es el riesgo sistemático del portfolio “c” (puede ser un activo o un portfolio)

$\overline{R}_c =$ Retorno promedio de la cartera gestionada

$R_F =$ Tasa libre de riesgo

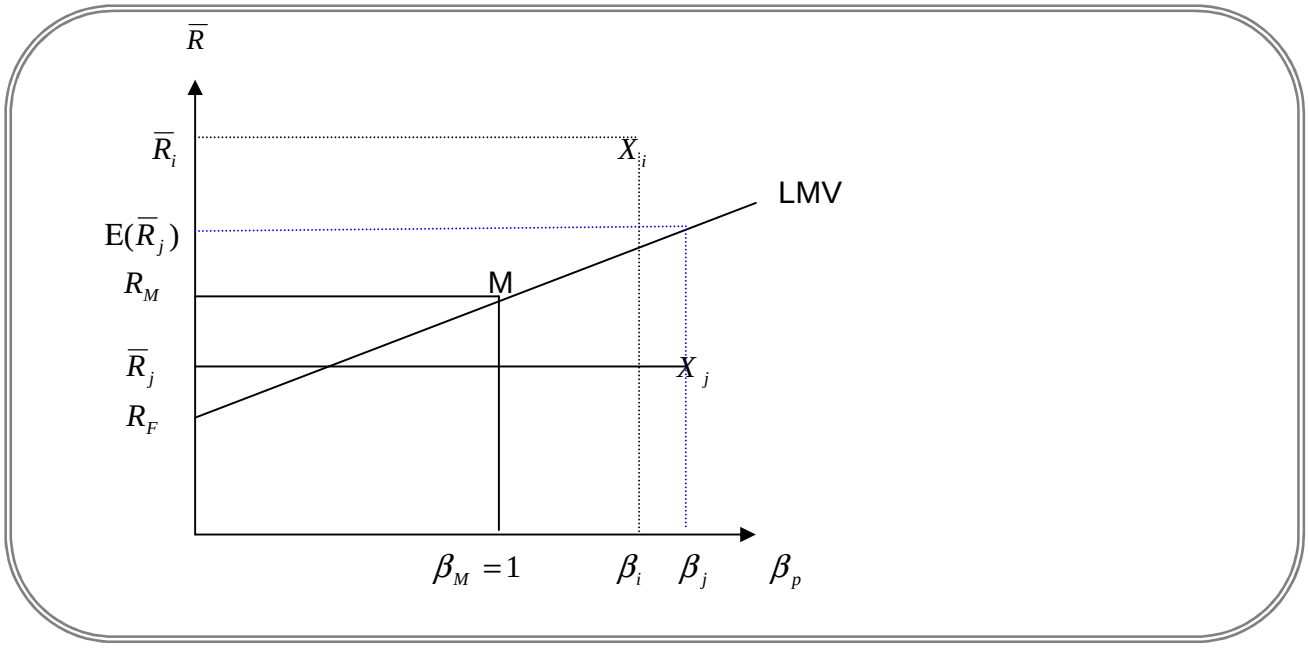
En este caso, la prima de rentabilidad que el portfolio “c” ofrece con respecto al activo libre de riesgo se relaciona con el parámetro β, significativo del riesgo sistemático del portfolio de acuerdo con el modelo de mercado de Sharpe. Por lo tanto, el sentido financiero de este índice indica el exceso de rentabilidad de una cartera sobre el rendimiento sin riesgo, que la cartera ofrece por unidad de riesgo sistemático.

Similarmente al caso anterior, cuanto mayor sea el valor que el índice de Treynor tome para una cartera, mejor gestionada habrá estado ésta.

La razón de incluir el riesgo sistemático, se debe al hecho de que hay que suponer que los gestores de portfolios o carteras administran los mismos de forma eficiente, de tal manera que el riesgo específico habrá sido anulado y, por tanto, únicamente hay que pensar en remunerar a los inversores financieros por el riesgo sistemático que soportan.

Obviamente: $T_M = \dfrac{\overline{R}_M - R_F}{\beta_M}$ corresponde a la pendiente de la línea del mercado de valores para el portfolio de mercado.

Gráfico N° 3: Índice de Treynor



Por lo tanto, $T_i > T_M > T_j$ es decir, ex-post la cartera "j" fue mal administrada.

Ejemplo Índice de Treynor

Las rentabilidades medias mensuales y betas de las carteras K, L, M y N, son las siguientes:

CARTERA	RENTABILIDAD MEDIA	BETA
K	0,875	1,016
L	0,833	1,241
M	1,041	1,080
N	1,333	1,532

Se sabe que la tasa libre de riesgo es del 25%.

Calcule el índice de Treynor para cada una de las carteras, ¿Cuál de las cuatro carteras está mejor gestionada?

Desarrollo

$$T_P = \frac{E(R_P) - R_F}{\beta_P} \qquad T_K = \frac{0{,}875 - 0{,}25}{1{,}016}$$

$$T_K = 0{,}62$$

$$T_L = \frac{0{,}833 - 0{,}25}{1{,}241}$$

$$T_L = 0{,}47$$

$$T_M = \frac{1{,}041 - 0{,}25}{1{,}080}$$

$$T_M = 0{,}73$$

$$T_N = \frac{1{,}333 - 0{,}25}{1{,}532}$$

$$T_N = 0{,}71$$

De acuerdo con esto, la cartera mejor gestionada es la M, ya que posee el más alto índice de Treynor, luego viene la N, K y finalmente la L.

Realice Ejercicios Nº 11 y Nº 12

CLASE 04

1.5 Índice de Jensen

Es un indicador que permite calcular los resultados de una cartera de valor por su comparación con los resultados por la cartera de mercado, es decir, calcula la diferencia entre el exceso de rentabilidad obtenido por el activo o portfolio "i" con respecto al activo libre de riesgo y el exceso que debería haber obtenido según el modelo de valoración de activos de capital (CAPM).

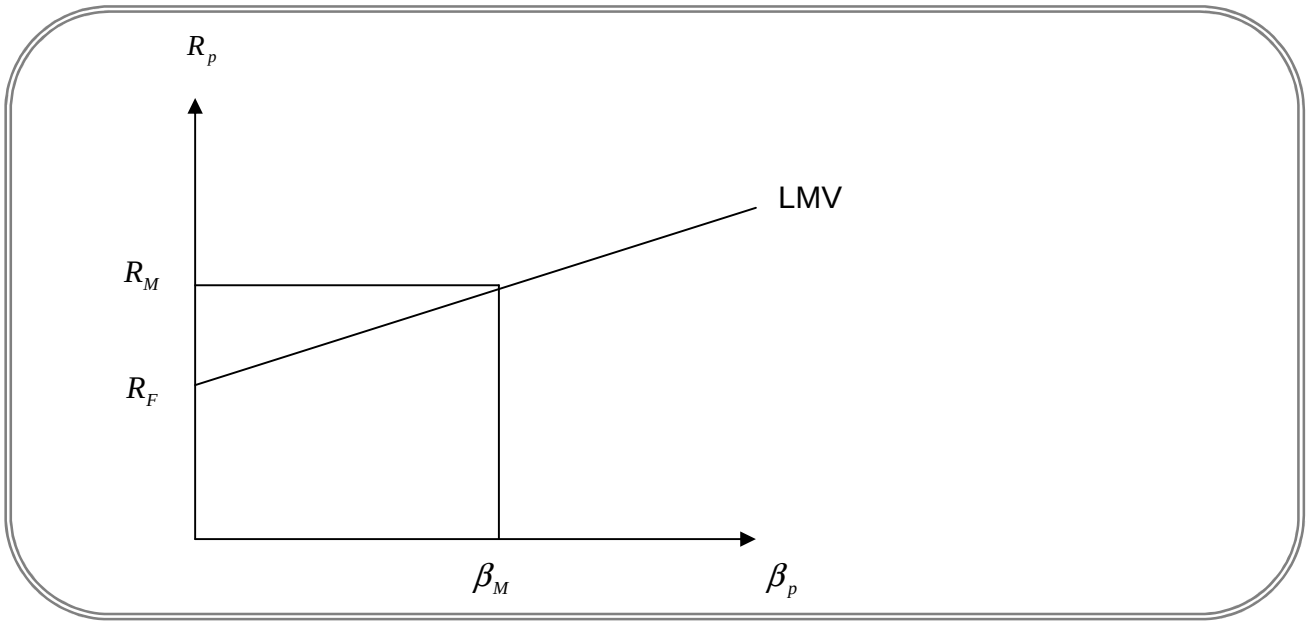
El índice de Jensen, se construye sobre la base de la línea del mercado de valores; toda cartera situada por sobre la línea del mercado de valores es una cartera cuyo desempeño ha sido superior a una estrategia ingenua (seguir el mercado).

El retorno del portfolio, se define con la siguiente fórmula:

$$R_p = R_F + [\mathrm{E}(R_M) - R_F] \cdot \beta_p$$

El valor ex-post de rentabilidad de la cartera puede o no coincidir con el esperado. En función de que la cartera supere, iguale o esté por debajo del rendimiento esperado, se dice que la cartera ha batido al mercado, lo ha igualado o ha sido batida por el mercado, según corresponda.

Gráfico N° 4: Índice de Jensen



Si existe una cartera “p” que tiene una beta β_p y si su rentabilidad observada $\overline{R}_{p0}$ es mayor que la rentabilidad de equilibrio (calculada por CAPM) $\overline{R}_p$, se concluirá que la cartera “p” le ha ganado al mercado, es decir, se estaría en la siguiente situación:

$$\overline{R}_p = R_F + (R_M - R_F) \cdot \beta_p + J_p$$

Donde:

J_p = Corresponde al índice de Jensen para la cartera “p”.

$$J_p = \overline{R}_p - \overline{R}_p{}'$$

Entonces, se tiene que:

$\overline{R}_p$ = Retorno Observado

$\overline{R}_p{}'$ = Retorno de Equilibrio

De aquí se obtiene la estructura del índice de Jensen que es:

$$\boxed{\overline{R}_p{}' = R_F + (\overline{R}_M - R_F) \cdot \beta_p}$$

Esta estructura obedece a lo que posteriormente Sharpe denominó como rentabilidad diferencial de una cartera, esto porque, por un lado, se determina la prima de rentabilidad que obtiene un activo (título) o una cartera; mientras que por otro, se relaciona la rentabilidad de la cartera de mercado con la rentabilidad libre de riesgo, multiplicándose dicha diferencia por el valor del parámetro β representativo del nivel de riesgo sistemático del título o de la cartera que se analiza.

Regla de decisión

- $J_p = 0$, entonces se habla de un activo o cartera neutra, es decir, tuvo el mismo desempeño del mercado.
- $J_p > 0$, se habla de un activo o cartera superior, es decir, el retorno del portfolio va a ser el de equilibrio más el observado (sobre la línea del mercado de valores).
- $J_p < 0$, se habla de un activo o cartera inferior.

Un activo superior debería corresponder a un título subvaluado, es decir, a un activo cuyo precio de mercado es inferior al de equilibrio.

Como en el tiempo los activos tienden a su precio de equilibrio, convendría comprar el activo superior para venderlo cuando suba y así obtener la ganancia.

Por el contrario, los activos inferiores corresponden a activos sobrevalorados, por lo cual conviene deshacerse de este tipo de instrumentos.

A modo de resumen:

$\overline{R}' = R_F + (\overline{R}_M - R_F) \cdot \beta_p$ => Corresponde a la cartera ingenua.

$\overline{R}_p = R_F + (R_M - R_F) \cdot \beta_p + J_p$ => Para carteras que experimentan un retorno superior o inferior al de equilibrio.

Donde el índice de jensen (J_p), muchas veces será la incógnita que se debe despejar de la siguiente ecuación:

$$J_p = \overline{R}_p - \overline{R}_p{}'$$

$$J_p = R_{p(observado)} - \overline{R}_{p(equilibrio)}$$

Para decidir, se utiliza la regla de decisión

$$J_p > 0 \quad => \quad Superior$$
$$J_p < 0 \quad => \quad Inferior$$
$$J_p = 0 \quad => \quad Neutro$$

Ejemplo Índice de Jensen

Sea:

$R_F = 0.06$
$\overline{R}_M = 0.15$

Suponga que el retorno que obtuvo la cartera gestionada es $\overline{R}_p = 0.16$ y que $\beta_p = 0.5$. Dado los datos, determine si el título o activo es superior o inferior en el mercado.

Desarrollo

$$\overline{R}_p{}' = R_F + (\overline{R}_M - R_F) \cdot \beta_p$$

$$\overline{R}_p{}' = 0.06 + (0.15 - 0.06) \cdot 0.5$$

$$\overline{R}_p{}' = 0.1050$$

$$J_p = \overline{R}_p - \overline{R}_p{}'$$

$$J_p = 0.16 - 0.1050$$

$$J_p = 0.0550$$

Se habla de un índice de Jensen de 5,5%, que es mayor a cero, por lo cual podemos concluir que se trata de un título o activo de desempeño superior en el mercado.

Como conclusión de la aplicación de estos índices a una cartera gestionada se puede decir si ésta ha sido administrada en forma eficiente o no; es decir, los índices de cartera gestionada permiten evaluar el desempeño de los administradores de dichas carteras; también sirven para mejorar a futuro el desempeño en la gestión de cartera.

Ejemplo

Se realizará el análisis del desempeño de las cinco carteras propuestas (A, B, C, D, E), utilizando en esta ocasión el índice de Jensen. Para ello, será necesario conocer las rentabilidades medias tanto del mercado como de las distintas carteras seleccionadas. El retorno observado y las betas de cada cartera son los siguientes:

CARTERA	RETORNO OBSERVADO	BETA
A	0,9575	1,193
B	0,8743	1,016
C	0,8325	1,241
D	1,0406	1,080
E	1,3322	1,532

La rentabilidad media del índice de mercado y de los activos libres de riesgo, de acuerdo con los datos de los ejemplos anteriores, son en porcentaje:

E(RM)=0,833

Rf=0,25

Desarrollo:

$$\overline{R}_P{}' = R_F + (\overline{R}_M - R_F) \cdot \beta_P$$

$$\overline{R}_A{}' = 0{,}25 + (0{,}833 - 0{,}25) \cdot 1{,}193$$

$$\overline{R}_A{}' = 0{,}9455$$

$$\overline{R}_B{}' = 0{,}25 + (0{,}833 - 0{,}25) \cdot 1{,}016$$

$$\overline{R}_B{}' = 0{,}8423$$

$$\overline{R}_C{}' = 0{,}25 + (0{,}833 - 0{,}25) \cdot 1{,}241$$

$$\overline{R}_C{}' = 0{,}9735$$

$$\overline{R}_D{}' = 0{,}25 + (0{,}833 - 0{,}25) \cdot 1{,}080$$

$$\overline{R}_D{}' = 0{,}8796$$

$$\overline{R}_E{}' = 0{,}25 + (0{,}833 - 0{,}25) \cdot 1{,}532$$

$$\overline{R}_E{}' = 1{,}1432$$

Aplicando el índice de Jensen a las diferentes carteras analizadas obtenemos los siguientes resultados:

$$J_P = R_P - R_P{}'$$

$$J_A = 0{,}9575 - 0{,}9455$$

$$J_A = 0{,}012$$

El activo A es superior.

$$J_B = 0{,}8743 - 0{,}8423$$

$$J_B = 0{,}032$$

El activo B es superior.

$$J_C = 0{,}8325 - 0{,}9735$$

$$J_C = -0{,}141$$

El activo C es inferior.

$$J_D = 1{,}0406 - 0{,}8796$$

$$J_D = 0{,}161$$

El activo D es superior.

$$J_E = 1{,}3322 - 1{,}1432$$

$$J_E = 0{,}189$$

El activo E es superior.

Realice Ejercicios Nº 13 y Nº 14

CLASE 05

2. COSTO DE CAPITAL

El costo de capital es una de las variables más importantes de la empresa, ya que permite evaluar la conveniencia de emprender proyectos de inversión específicos, determina el valor de la empresa y permite saber si existe o no alguna relación entre el valor de la empresa y sus decisiones de inversión.

¿Qué es el costo del capital?

El costo del capital corresponde a la retribución que reciben los inversores por proveer fondos a la empresa, es decir, es el pago que obtienen tanto acreedores como accionistas.

Los acreedores reciben intereses a cambio de proveer fondos a la empresa en forma de deuda; los accionistas reciben dividendos a cambio del capital que aportan en su empresa (capital propio).

Pero no es el monto del pago lo que interesa conocer para evaluar el costo del capital, lo importante es su precio, en donde el precio del dinero se mide en términos de tasa. Lo anterior, nos permite concluir que el costo del capital será entonces la "tasa que se paga por los recursos".

En otras palabras, el costo del capital es la tasa requerida en función de las expectativas, la cual nos permite evaluar los flujos de fondos provenientes de una inversión particular.

El concepto de costo de oportunidad siempre se sustenta en variables esperadas, los cuales se formulan según las expectativas del mercado.

Los componentes básicos del costo de capital son:

- La tasa de interés,
- La inflación esperada, y
- El riesgo.

Los dos primeros forman el valor temporal del dinero. Desde una perspectiva económica, el costo de capital puede estimarse como el costo de oportunidad de una inversión alternativa. En consecuencia, su estimación está influenciada por el momento que esta pasando en el mercado, lo que puede volverla muy volátil.

Existen diferentes métodos para estimar el costo de capital, también llamado costo de riesgo al accionista. La forma más popular proviene de un modelo teórico de valoración de activos conocido como CAPM[3].

Realice Ejercicios Nº 15 y Nº 16

2.1. Modelo de Modigliani y Miller (MOMI)

Los principales teóricos que desarrollaron el tema de costo de capital fueron Modigliani y Miller (cuya teoría se denota con las siglas MOMI), que a través de varios años de estudio en el tema, fueron planteando sus conocidas proposiciones I, II y III.

[3] Recuerde que el modelo CAPM se analizó en la unidad II

- *Proposición I:* “El valor de mercado de cualquier firma, es independiente de su estructura de financiamiento, y está dado por la capitalización de sus retornos, a una tasa apropiada para su clase de riesgo”.

Esto fue planteado por MOMI en 1958, pero en un artículo posterior en 1963 introducen al análisis el tema de los impuestos a las corporaciones y reconoció que existe la posibilidad de descontar de impuestos los gastos financieros, lo que significa una discriminación en contra de los dividendos, los cuales no pueden ser descontados de impuestos.

Bajo esta proposición es más barato financiar con deuda en lugar de sólo con patrimonio, ya que la tasa de costo de capital disminuirá en la medida que la empresa se encuentre más endeudada (así surge la proposición II)

Usted puede asimilar esto imaginando dos empresas que generan el mismo flujo de resultados operativos y que se diferencian únicamente en su estructura de capital. La empresa U no está endeudada. Por tanto, el valor total de su capital propio E_u es el mismo que el valor total de la empresa v_u. La empresa L, por otra parte, está endeudada. El valor de sus acciones es, por tanto, igual al valor de la empresa menos el valor de la deuda: $E_L = V_L - D_L$.

Ahora pensemos en cuál de estas empresas preferiría usted invertir. Si usted no desea correr mucho riesgo, puede comprar acciones ordinarias de la empresa no adeudada U. Por ejemplo, si compra el 1 por ciento de las acciones de U su inversión es de 0,01 V_u y a usted le corresponderá el 1 por ciento de los beneficios brutos:

Inversión	Rendimiento
0,01 V_u	0,01 Beneficios

Comparemos ahora esta estrategia de inversión con otra alternativa. Ésta sería comprar idéntica fracción de deuda y capital propio de la empresa L. Su inversión y rendimiento sería entonces los siguientes:

	Inversión	Rendimiento
Deuda Capital propio Total	0,01 D_L 0,01 E_L ——— 0,01 (D_L+ E_L) = 0,01 V_L	0,01 Intereses 0,01 (Beneficios-Intereses) ——— 0,01 Beneficios

Ambas estrategias ofrecen el mismo resultado: un 1 por ciento de los beneficios de la empresa. En mercados eficientes, dos inversiones que ofrecen el mismo resultado han de tener el mismo coste. Por tanto, 0,01 V_u ha de ser igual a 0,01 V_L: el valor de la empresa sin deuda ha de ser igual al valor de la empresa endeudada.

Suponga que usted quisiera correr un poco más de riesgo y que decide adquirir un 1 por ciento de las acciones en circulación de la empresa *endeudada*. Su inversión y rendimiento son ahora los siguientes:

Inversión	Rendimiento
0,01 E_L = 0,01 (V_L- D_L)	0,01 (Beneficios-Intereses)

Pero hay una estrategia alternativa. Ésta sería endeudarse en 0,01 D_L por cuenta propia y comprar el 1 por ciento de las acciones de la empresa *no endeudada*. En este caso, su endeudamiento le proporcionaría un *flujo positivo* de caja de 0,01 D_L, pero usted tendría que pagar un interés por su préstamo equivalente al 1 por ciento de los intereses satisfechos por la empresa L. Su inversión y rendimiento totales serían por tanto, los siguientes:

	Inversión	Rendimiento
Endeudamiento Capital propio Total	- 0,01 D_L 0,01 V_u ——— 0,01 (V_u - D_L)	- 0,01 Intereses 0,01 Beneficios ——— 0,01(Beneficios-Intereses)

De nuevo ambas estrategias ofrecen el mismo resultado: el 1 por ciento de los beneficios después de intereses. Por tanto ambas inversiones tienen que tener el mismo coste. La cantidad 0,01 (V_u- D_L) ha de ser igual a 0,01 (V_L- D_L) y V_u ha de ser igual a V_L.

Carece de importancia que el mundo esté lleno de gallinas temerosas o de leones aventureros. Todos estarían de acuerdo en que el valor de la empresa no endeudada U tiene que ser igual al valor de la empresa endeudada L. Mientras los inversores puedan endeudarse o prestar por cuenta propia en las mismas condiciones que la empresa, pueden "anular" el efecto de los cambios en la estructura de capital de la empresa. Este es el fundamento de la conocida Proposición I de MM: "El valor de mercado de una empresa es independiente de su estructura de capital".

- *Proposición II:* "El retorno esperado de una acción, es igual a la tasa de capitalización apropiada para una firma todo patrimonio (R_K), más un premio relacionado con el riesgo financiero, igual a la razón deuda/patrimonio $\left(B/P\right)$, por el spread[4] entre R_K y R_d, que es la tasa de costo de la deuda.

[4] Margen o diferencia. www.futuros.com/glosario4.html

Matemáticamente:

$$K_P = R_K + (R_K - R_d) \cdot \left(B/P \right)$$

Donde:

$K_P =$ Retorno requerido por el patrimonio

$R_K =$ Tasa de una empresa todo patrimonio

$R_d =$ Costo de la deuda

$\left(B/P \right) =$ Porcentaje de deuda

Si los impuestos son positivos:

$$K_P = R_K + (R_K - R_d) \cdot (1 - \Im_c) \cdot \left(B/P \right)$$

Donde:

$\Im_c =$ Tasa de impuesto a las corporaciones.

El costo de capital sirve para calcular cuanto le cuesta a la empresa el capital que se consigue para ella.

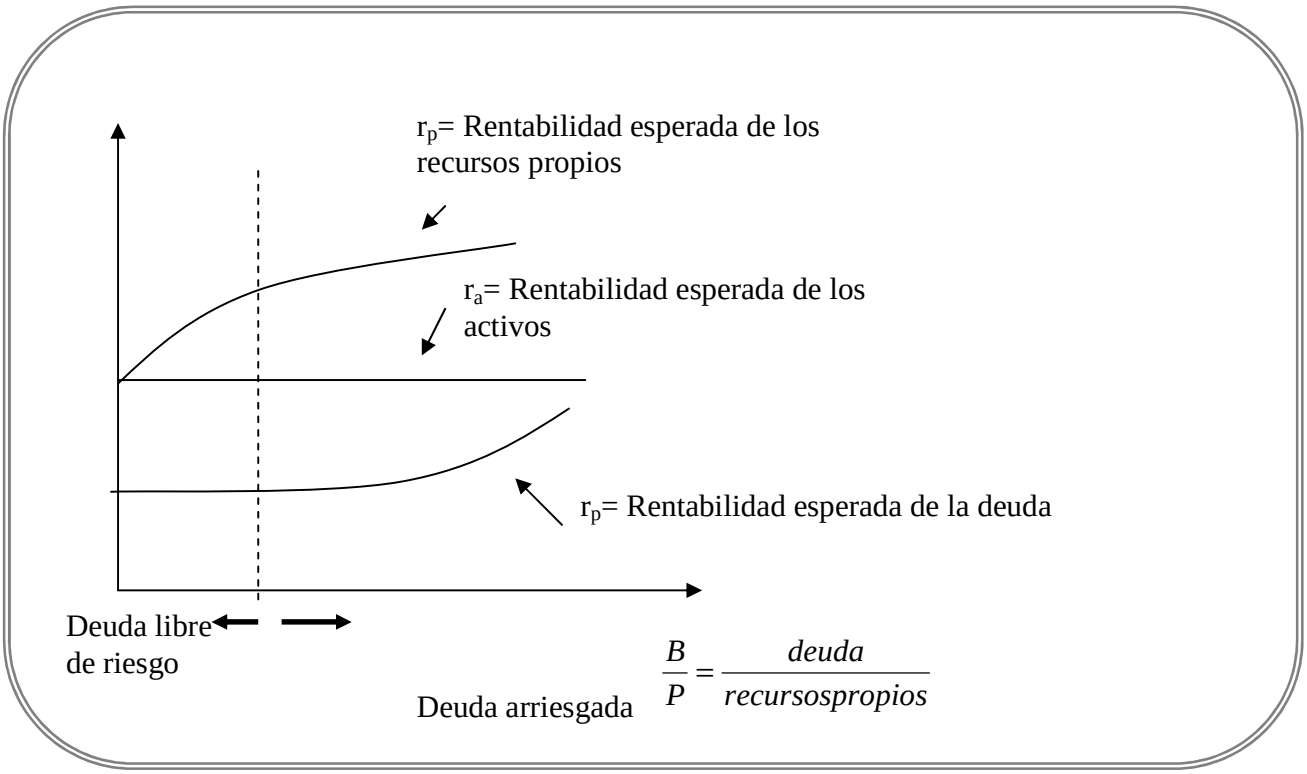
Si es una empresa muy endeudada su probabilidad de que le presten es muy poca y por lo tanto le prestan a una tasa muy alta.

Las implicaciones generales de la Proposición II de MM se representan en la Figura nn. La figura supone que las obligaciones de la empresa son básicamente títulos libres de riesgo para niveles bajos de endeudamiento. Por tanto r_d es independiente de B/P y r_E crece linealmente al aumentar B/P. Cuanto más se endeuda la empresa mayor es el riesgo de quiebra y la empresa se ve obligada a pagar mayores tipos de interés. La Proposición II predice que cuando esto ocurre, la taza de crecimiento de r_E disminuye. Esto se refleja

también en la Figura 5. Cuanto más endeudada está la empresa, menor es la sensibilidad de r_E al endeudamiento incremental.

¿Por qué la pendiente de la curva r_E en la Figura 5 disminuye conforme B/P aumenta? Esencialmente porque los poseedores de deuda arriesgada soportan parte del riesgo económico de la empresa. Cuanto más se endeuda la empresa, mayor es la parte de este riesgo que se transfiere de los accionistas a los obligacionistas.

Grafico N° 5: Proposición II de MM



La proposición II de MM La rentabilidad esperada de los recursos propios r_p aumenta linealmente con el ratio deuda – recursos propios, siempre que la deuda este libre de riesgo, pero si el apalancamiento aumenta el riesgo de la deuda, entonces los obligacionistas demandaran una rentabilidad mayor a la deuda, esto hace que la tasa de aumento de r_p se reduzca.

El equilibrio rentabilidad – riesgo

La proposición I nos dice que el apalancamiento financiero no tiene efecto alguno sobre la riqueza de los accionistas. La proposición II nos dice que la rentabilidad que los accionistas pueden esperar recibir de sus acciones aumenta a medida que el ratio de endeudamiento de la empresa aumenta. ¿Cómo pueden ser indiferentes los accionistas ante un endeudamiento creciente si este incrementa la rentabilidad esperada? La respuesta es que cualquier incremento de la rentabilidad esperada es compensado exactamente por un incremento del riesgo y, por lo tanto, la tasa de rentabilidad requerida por los accionistas.

Examinemos lo que sucede con el riesgo de las acciones de Macbeth si cambia a proporciones iguales de deuda – capital propio, la tabla N° 1 muestra como una disminución del beneficio operativo influye sobre el resultado de las acciones.

Figura N° 1: El apalancamiento aumenta el riesgo de las acciones de Macbeth

		Resultado operativo	
		$500	$1500
Solo acciones	Beneficios por acción $	0,50	1,50
	Rentabilidad de las acciones%	5	15
50% de deuda	Beneficios por acción $	0	2
	Rentabilidad de las acciones $	0	20

La proporción deuda – capital propio no afecta al riesgo en términos monetarios soportado por los propietarios del capital propio, supongamos que el beneficio operativo bajase de $1500 a $500. Caso de financiarse con capital propio, los beneficios del capital propio disminuyen en 1$ por acción. Se encuentran 1000 acciones en circulación y, por consiguiente, los beneficios totales sobre el capital propio disminuyen en 1$ x 1000= $1000.

Con un 50% de deuda, el mismo descenso del beneficio operativo reduce los beneficios por acción en $2, pero solamente hay 500 acciones en circulación, por lo que el beneficio total del capital propio disminuye en $2 x 500= $1000, exactamente igual que en el caso de financiarse únicamente con capital propio.

Sin embargo, la elección entre la deuda y capital propio amplifica el diferencial de rentabilidades en términos porcentuales, cuando la empresa se financia únicamente con recursos propios, un descenso de $1000 en el beneficio operativo reduce la rentabilidad de las acciones en un 10%, si la empresa emite deuda libre de riesgo con un pago fijo por intereses de $500 al año, un descenso de $1000 en el beneficio operativo reduce la rentabilidad de las acciones en un 20%, dicho de otra forma, el efecto del apalancamiento duplica la amplitud de las variaciones en las acciones de Macbeth, cualquiera que sea el beta de las acciones de la empresa antes de la refinanciación, debería ser doble después.

- *Proposición III:* "La tasa de costo de capital para una firma será siempre R_K y será completamente independiente de cómo se financien los proyectos".

CLASE 06

2.2. Supuestos del modelo

El modelo de Modigliani – Miller se basa en los siguientes supuestos:

- Mercado de capitales perfecto,
- Los individuos pueden prestar y pedir prestado a una tasa de interés de mercado,
- No existen costos de quiebra,
- No hay crecimiento de los de caja en el tiempo,
- Sólo existen impuestos a las corporaciones o empresas,
- Que todas las empresas están en la misma clase de riesgo,
- Existen sólo dos fuentes de financiamiento: deuda libre de riesgo y patrimonio.

Para analizar el costo de capital, primero se debe saber cuánto vale la empresa. Esto se debe realizar porque así se ve su relación con el pasivo y el patrimonio.

Esto se tiene que repartir, pero a diferentes tasas; el costo o tasa de interés sobre patrimonio tiene que ser mayor a la tasa de descuento sobre el pasivo.

Por lo tanto el costo de capital es un promedio ponderado. Para calcular el costo de capital de una empresa, el primer paso es conocer el valor de dicha empresa, el cual se obtiene a través de su estado de pérdidas y ganancias (estado de resultado).

Cuadro N° 1: Estado de Pérdidas y Ganancias – Estado de Resultado

	Español	Inglés
Ingresos	I	Re
- Costos Variables	$-CV$	$-VC$
- Costos Fijos	$-CF$	$-FC$
- Depreciación	$-Dep.$	$-Dep.$
= Ingresos Operacionales Netos	X	NOI
- Gastos Financieros	$-rD$	$-KD$
= Utilidad antes del Impuesto	UAI	EBT
- Impuestos	$-T$	$-T$
= Ingreso Neto	IN	NI

Por lo tanto, el ingreso operacional después de impuestos de una empresa sin deuda (es decir, gasto de financiamiento igual a cero) corresponde a:

$$X(1-\Im_c)$$

Donde:

X = Ingresos Operativos Netos

$\Im_c$ = Tasa de impuesto a las corporaciones

k = Tasa de la deuda (costo financiero de la deuda)

El resultado anterior es equivalente a:

$$X\,(1-\Im_c)=(I-CV-CF-Dep)\cdot(1-\Im_c)$$

Como la depreciación no es un flujo de caja, debe sumarse, por lo tanto:

$$X\,(1-\Im_c)+Dep.=(I-CV-CF-Dep.)\cdot(1-\Im_c)+Dep.$$

Pero como el modelo supone que los flujos no crecen en el tiempo (ni disminuyen) esto quiere decir que cada año su inversión de reemplazo es exactamente igual al monto de la depreciación. Asimismo, la inversión de reemplazo es una salida de caja, por lo tanto:

$$X\,(1-\Im_c)+Dep.-\underbrace{IR}_{\substack{Inversión\ de\ reemplazo\\ (\,para\ reflejar\ el\ flujo\ de\ caja\,)}}=(I-CV-CF-Dep)\cdot(1-\Im_c)+Dep-IR$$

Donde:

$IR=$ Inversión de reemplazo (para reflejar el flujo de caja)

$IR=Dep$, dado que se suponen flujos constantes.

Luego, como la depreciación es positiva y la inversión de reemplazo es negativa, estos siglas se eliminan de la formula:

$$X\,(1-\Im_c)=(I-CV-CF-Dep.)\cdot(1-\Im_c)$$

Y si r_K es la tasa exigida para una empresa de esta clase de riesgo, se sabe que el valor de una empresa *sin deuda* será:

En español		En inglés
$V^{S/D}=\dfrac{E(X)\cdot(1-\Im_c)}{r_K}$	$\Leftrightarrow$	$V^{U}=\dfrac{E(NOI)\cdot(1-\Im_c)}{\rho}$

Nota:

$NOI =$ Net Operational Income

$r_K = \rho =$ Costo de capital de una empresa puro patrimonio (empresa sin deuda)

Si la empresa emite deuda, los flujos de caja deben repartirse entre acreedores y accionistas de la siguiente forma:

Flujo accionistas $IN + Dep. - IR$ (pasivo equivalente al patrimonio)

Flujo acreedores = $r \cdot D$ (pasivo con terceros)

Se agrega el flujo de acreedores (rD):

$$\Rightarrow IN + Dep. - IR + \underbrace{rD}_{\text{Flujo de acreedores}} = (I - CV - CF - Dep. - \underbrace{rD}_{\text{Se debe agregar los gastos financieros que aparecen con los acreedores}}) \cdot (1 - \Im_c) + Dep. - IR + \underbrace{rD}_{\text{Flujo de acreedores}}$$

Como IR = Dep; dado que se suponen flujos constantes:

$$\Rightarrow IN + \cancel{Dep.} - \cancel{IR} + rD = (I - CV - CF - Dep. - rD) \cdot (1 - \Im_c) + \cancel{Dep.} - \cancel{IR} + rD$$

$$\Rightarrow IN + rD = (I - CV - CF - Dep. - rD) \cdot (1 - \Im_c) + .rD$$

Para despejar un término común -como los ingresos operacionales netos- X = I – CV – CF – Dep.; para tal efecto se desarrollo sólo $rD \cdot (1 - \Im_c)$; por lo tanto nos queda:

$$\Rightarrow IN + rD = (I - CV - CF - Dep.) \cdot (1 - \Im_c) \cancel{- rD} + \Im_c rD \cancel{+ rD}$$

Por lo tanto, se reemplaza el ingreso operacional neto X :

$$\boxed{IN + rD = X\ (1 - \Im_c) + \Im_c \cdot rD}$$

Como se ha supuesto "Deuda libre de riesgo", para obtener el valor de la empresa la deuda debe ser descontada en la tasa libre de riesgo (r). Por lo tanto, el valor de la empresa endeudada, será:

$$V^{\%_D} = \frac{\mathrm{E}(X)\cdot(1-\Im_c)}{r_K} + \frac{\Im_c \cdot rD}{r_d}$$

Donde:

$r_d =$ Tasa de descuento libre de riesgo (tasa de descuento de la deuda).

$r_d =$ Es la tasa requerida por el medio para una deuda de estas características (libre de riesgo) antes de impuestos.

$r_K =$ Tasa de descuento del patrimonio (tasa de costo de capital)

$rD =$ Son los gastos financieros que también se suponen perpetuos.

Luego, el valor de esta deuda es igual a:

$$\mathrm{B} = \frac{rD}{r_d}$$

El valor de la empresa con deuda será:

$$V^{C/D} = \frac{\mathrm{E}(X)\cdot(1-\Im_c)}{r_K} + \Im_c \cdot \mathrm{B} \quad \Leftrightarrow \quad V^L = \frac{\mathrm{E}(NOI)\cdot(1-\Im_c)}{\rho} + \Im_c \cdot \mathrm{B}$$

Donde:

$$\mathrm{B} = K_d \cdot D \cdot K_b$$

En español En inglés

$$V^{C/D} = V^{S/D} + \Im_c \cdot \mathrm{B} \quad \Leftrightarrow \quad V^L = V^U + \Im_c \cdot \mathrm{B}$$

Si la tasa de impuesto fuese cero $(\Im_c = 0)$, entonces: $V^{C/D} = V^{S/D}$

Si la tasa de impuesto es cero, $V^{C/D} = V^{S/D}$ es decir, el valor de la empresa con deuda es igual al de la empresa sin deuda, lo que corresponde a la proposición I de MOMI. Pero si $\Im_c \neq 0$ existe una ventaja tributaria de la deuda porque el valor de la firma aumentaría al aumentar la deuda.

Realice Ejercicios Nº 17 y Nº 18

CLASE 07

2.3. Costo de Capital de la Empresa

Es materia de estudio el costo de capital de la empresa, en donde se calcula cuál es la tasa que la empresa requerirá para los proyectos de inversión que están en la misma clase de riesgo que la empresa.

Se sabe que; el valor de la empresa con deuda, se denota como:

$$V^{C/D} = \frac{\mathrm{E}(X)\cdot(1-\Im_c)}{r_K} + \Im_c \cdot \mathrm{B}$$

Derivando con respecto a la inversión se encontrará:

$$\frac{\partial V^{C/D}}{\partial I} = \frac{(1-\Im_c)}{r_K}\cdot\frac{\partial \mathrm{E}(X)}{\partial I} + \Im_c \cdot \frac{\partial B}{\partial I}$$

Como también se sabe que el cambio en el valor de la empresa debe ser igual al cambio en el valor de la riqueza de los actuales accionistas, más la emisión de la nueva deuda y de nuevas acciones, que se realizan para financiar el proyecto, por lo tanto;

$$\frac{\partial V^{C/D}}{\partial I} = \frac{\partial P^0}{\partial I} + \frac{\partial P^N}{\partial I} + \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial I}$$

Donde:

$P^0 =$ Valor del patrimonio de los antiguos accionistas (patrimonio antiguo)

$P^N =$ Emisión de nuevas acciones (patrimonio nuevo)

$\mathrm{B}^N =$ Emisión de nuevas deudas (deuda nueva)

Además, se debe cumplir que el valor de la inversión sea igual a la suma de la nueva deuda y las acciones emitidas para financiarla, es decir, el cambio en el valor de la empresa endeudada ante un cambio en la inversión será:

$$\frac{\partial V^{C/D}}{\partial I} = \frac{\partial P^0}{\partial I} + \frac{\partial P^N + \partial \mathrm{B}^N}{\partial I} = \frac{\partial P^0}{\partial I} + I$$

Donde:

$\partial P^N + \partial B^N \Rightarrow$ Es el cambio en el valor de la inversión

Como los proyectos serán aceptados si, y sólo si, no disminuyen la riqueza de los antiguos accionistas, por lo que debe cumplirse que:

$$\frac{\partial P^0}{\partial I} = \frac{\partial V^{C/D}}{\partial I} - I \geq 0$$

En lo que se obtiene una regla de decisión:

$$\frac{\partial V^{C/D}}{\partial I} \geq I$$

Para que un proyecto de inversión pueda ser emprendido, la empresa debe quedar valiendo más o lo mismo después de la inversión, de lo contrario, no se acepta. Es decir, sólo se realizarán proyectos que hagan aumentar o al menos mantenerse el valor de la empresa.

Esto es equivalente a decir que sólo se realizarán proyectos que tengan un valor presente neto mayor que cero. Si esto es así, entonces:

$$\frac{\partial V^{C/D}}{\partial I} = \frac{(1-\Im_c)}{r_K} \cdot \frac{\partial \mathrm{E}(X)}{\partial I} + \Im_c \cdot \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial I} \geq I$$

Como regla de decisión general, para la aceptación de un proyecto de inversión:

$$\underbrace{\underbrace{(1-\Im_c)\cdot\frac{\partial \mathrm{E}(X)}{\partial I}}_{\substack{\textit{Cambio en los ingresos}\\ \textit{operacionales después}\\ \textit{de impuestos}}} \geq \underbrace{r_K \cdot \left(1-\Im_c \cdot \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial I}\right)}_{\substack{\textit{Costo de capital aplicado a los}\\ \textit{proyectos de la misma clase de}\\ \textit{riesgo que la firma}}}}_{\textit{¡SI ESTO SE CUMPLE EL PROYECTO ES ACEPTABLE!}}$$

La ecuación anterior, indica que el cambio en los ingresos operacionales netos después de impuestos que reporta el proyecto debe ser mayor o igual al lado derecho de la desigualdad, que representa el costo de capital aplicable a proyectos de la misma clase de riesgo que la firma.

Por lo tanto, se requerirá estimar $r_K; \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial I}$ para conocer el costo de capital aplicable a los proyectos de la misma clase de riesgo de la firma.

Modigliani y Miller plantearon estas interrogantes, y además plantean que para la inversión marginal se cumple que $\partial V = \partial I$, es decir, se realizan proyectos hasta que el costo marginal sea igual a la rentabilidad marginal (o sea, hasta que el cambio en el valor de la empresa sea igual al cambio en el proyecto de inversión.

$$VPN = \partial V - \partial I$$

En el margen $\Rightarrow \partial V = \partial I$

Por otra parte, se sabe que las empresas tienen múltiples razones para mantener una estructura objetivo de endeudamiento de largo plazo con el objeto de evitar cambiarles el riesgo financiero a los accionistas, lo que obligaría a rebalancear sus carteras de inversión incurriendo en costos de transacción.

Luego, de acuerdo a las dos condiciones anteriores, se puede decir que el costo de capital de la empresa es:

En español

$$K_0 = r_K \cdot \left(1 - \Im_c \cdot \frac{\mathrm{B}*}{V}\right)$$

En inglés

$$WACC = \rho \cdot \left(1 - \Im_c \cdot \frac{B}{V}\right)$$

Donde:

$\frac{B*}{V} =$ Estructura de endeudamiento objetivo

$r_K = \rho =$ Tasa exigida por una firma puro patrimonio

Así, por ejemplo, si la firma tiene una estructura de financiamiento del 50%, implica que un 50% es deuda y el otro 50% capital.

Esta ecuación, $(K_0 = WACC)$ es el costo de capital promedio ponderado de acuerdo a MOMI.

Realice Ejercicio Nº 19

CLASE 08

2.4. Costo de Capital Patrimonial

Es el cambio en el retorno que va a los accionistas, frente a un cambio en el valor del patrimonio, que es su inversión.

El retorno para los accionistas es el flujo neto de caja después de intereses e impuestos; es decir, IN (o NI en inglés) en el estado de pérdidas y ganancias. Luego, su tasa de retorno será $\frac{\partial IN}{\partial P}$.

Por el estado de pérdidas y ganancias se sabe que:

$$IN + rD = X \cdot (1 - \Im_c) + rD \cdot \Im_c$$

$$IN + rD - rD \cdot \Im_c = X \cdot (1 - \Im_c)$$

$$\Rightarrow IN + (1 - \Im_c) \cdot rD = X \cdot (1 - \Im_c)$$

$$(*) \quad IN + (1 - \Im_c) \cdot rD = X \cdot (1 - \Im_c)$$

También se sabe que:

$$\partial V^{C/D} = \frac{\partial \mathrm{E}(X) \cdot (1 - \Im_c)}{r_K} + \Im_c \cdot \partial \mathrm{B}$$

Reemplazando en $(*)$ y usando que:

$$\partial V^{C/D} = \partial P + \partial \mathrm{B}$$

Es decir, un cambio en el valor de la empresa es igual al cambio en el patrimonio más el cambio en la deuda.

$$\Rightarrow \partial V^{C/D} = \partial P + \partial B = \frac{\partial \mathrm{E}(IN) + (1-\Im_c)\cdot \partial rD + r_K \cdot \Im_c \cdot \partial \mathrm{B}}{r_K}$$

Como:

$$\partial rD = r_d \cdot \partial \mathrm{B}$$

$$\Rightarrow \partial \mathrm{B} = \frac{\partial rD}{r_d}$$

$$\Rightarrow \partial \mathrm{E}(IN) = r_K \cdot \partial P + \partial \mathrm{B} \cdot (1-\Im_c)\cdot (r_K - r_d)$$

$$\Rightarrow K_p = \frac{\partial \mathrm{E}(IN)}{\partial P} = r_K + (1-\Im_c)\cdot (r_K - r_d)\cdot \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial P}$$

Donde:

$K_p =$ Costo de capital patrimonial

Como también se supone una estructura de financiamiento objetivo, se reemplaza $\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial P}$ por $\frac{\mathrm{B}}{P}$ (razón deuda patrimonio), donde P es igual a patrimonio.

Luego:

$$K_p = r_K + (1 - \Im_c) \cdot (r_K - r_d) \cdot \frac{B}{P}$$

Donde:

$K_p =$ Costo de oportunidad del capital de las accionistas que aumenta linealmente con el valor de la relación deuda / patrimonio $\left(B/P\right)$.

Su equivalente en inglés sería:

$$K_S = \rho + (1 - \Im_c) \cdot (\rho - K_b) \cdot \frac{B}{S}$$

Si $\Im_c = 0$ entonces: $K_p = r_K + (r_K - r_d) \cdot \frac{B}{P}$, que corresponde a la proposición II de Modigliani y Millar.

Nota: Si $\left(B/P\right)$ aumenta, entonces K_p aumenta. Entonces $\frac{\partial K_p}{\partial B/P} > 0$, es decir, a mayor riesgo financiero, los accionistas exigen un mayor retorno.

2.5. Costo de la Deuda

Hasta ahora se ha supuesto deuda libre de riesgo, por lo que r_d corresponde a la tasa libre de riesgo. Sin embargo, el costo efectivo para la empresa no es r_d ya que puede descontar los gastos financieros de impuestos.

Así, por cada $1 que recibe el acreedor corresponde $\$1 \cdot (1 - \Im_c)$ de costos por gastos financieros para la empresa; por lo tanto, el costo de la deuda es $r_d \cdot (1 - \Im_c)$.

Lo que quiere decir que el verdadero gasto de la empresa no es el $1 que entregó sino que $\$1 \cdot (1 - \Im_c)$.

CLASE 09

2.6. Costo Promedio Ponderado

La definición usual de costo de capital, dice que es el promedio ponderado del costo de capital propio y el costo de la deuda, es decir, K_0. El costo promedio ponderado del capital (K_0 o WACC), es la tasa de descuento apropiada para el modelo de valoración más utilizado.

En español

$$K_0 = K_p \cdot \frac{P}{V} + r_d \cdot (1 - \Im_c) \cdot \frac{B}{V}$$

Donde:

$K_p =$ Costo de capital patrimonial

$P =$ Patrimonio

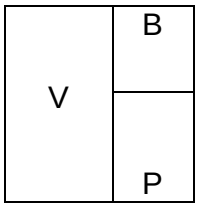
$B =$ Deuda

$V = P + B$ = Valor de la empresa

$\frac{P}{V} =$ Proporción de patrimonio

$\frac{B}{V} =$ Proporción de deuda de la empresa

Cuadro N° 2: Valor de la Empresa



El cuadro anterior indica que el valor de la empresa es igual a la deuda más el patrimonio.

En inglés

$$WACC = K_S \cdot \frac{S}{(B+S)} + (1-\Im_c) \cdot K_b \cdot \frac{B}{(B+S)}$$

Interesa averiguar si en el contexto que hasta ahora se ha analizado el costo de capital, se da que esta relación sea equivalente a lo propuesto por MOMI y, para esto, se reemplazará la expresión para K_p en la ecuación de K_0 .

Como $K_p = r_K + (1-\Im_c) \cdot (r_K - r_d) \cdot \frac{B}{P}$ al reemplazarlo en K_0, queda así:

$$K_0 = \underbrace{\left[r_K + (1-\Im_c)\cdot(r_K - r_d)\cdot\frac{B}{P} \right]}_{K_p} \cdot \frac{P}{V} + r_d \cdot (1-\Im_c)\cdot\frac{B}{V}$$

$$K_0 = r_K \cdot \left[\frac{P}{V} + \frac{B}{V} \right] - \Im_c \cdot r_K \cdot \frac{B}{V}$$

$$K_0 = r_K - \Im_c \cdot r_K \cdot \frac{B}{V}$$

$$K_0 = r_K \cdot \left(1 - \Im_c \cdot \frac{B}{V} \right) \Leftrightarrow \qquad WACC = \rho \cdot \left(1 - \Im_c \cdot \frac{B}{V} \right)$$

Estas ecuaciones son exactamente iguales a las ecuaciones que se habían despejado antes para el costo de capital promedio ponderado. Por lo tanto, se puede concluir que ambos son equivalentes.

Aplicabilidad del costo de capital:

Se puede calcular el costo del dinero que se invierte en una empresa. En la realidad, la ventaja tributaria no es tan cierta.

El WACC consiste en un promedio ponderado del costo de las diferentes fuentes de financiamiento, debido a que el flujo de efectivo corresponde a todos los que aportaron capital a la empresa.

Pasos a seguir para estimar el WACC:

a) Estimar los ponderadores de los costos de la deuda y el capital

b) Estimar el costo de la deuda

c) Estimar el costo de capital

2.6.1 Dos advertencias: costo promedio ponderado y MM

En ocasiones, el objetivo de una decisión de financiación no se define como "maximizar el valor total de mercado" sino como "minimizar el costo medio ponderado del capital". Si la proposición I de MM se cumple, entonces ambos objetivos son equivalentes. Si la proposición I MM no se cumple, entonces la estructura de capital que maximiza el valor de la empresa también minimiza el costo medio ponderado de capital, pero con la condición de que el beneficio operativo sea independiente de la estructura de capital. Se mencionó que el costo medio ponderado de capital es la rentabilidad esperada sobre el valor de mercado de todos los títulos de la empresa, donde cualquier cosa que aumente el valor de la empresa reduce el costo medio ponderado de capital si el beneficio operativo es constante.

El apalancamiento financiero puede afectar al beneficio operativo de varias formas, por tanto maximizar el valor de la empresa no siempre es equivalente a minimizar el costo medio ponderado de capital.

Advertencia 1: Los accionistas quieren que los directivos aumenten el valor de la empresa, ya que están más interesados en ser ricos que en ser dueños de una empresa con un costo medio ponderado de capital bajo.

Advertencia 2: Intentar minimizar el costo medio ponderado de capital parece fomentar atajos lógicos como el siguiente. Suponiendo que alguien dice: "Los accionistas demandan-se merecen- una rentabilidad esperada mas alta que los acreedores. Por tanto, la deuda es la fuente de capital mas barata. Podemos reducir el costo medio ponderado de capital endeudándonos más. Pero esto no se cumple si el endeudamiento extra lleva a los accionistas a demandar una rentabilidad esperada aun más alta. De acuerdo con la proposición II de MM el costo de los recursos propios aumenta justo en la cuantía necesaria para mantener el costo medio ponderado del capital constante.

CLASE 10

2.7. Costo de Capital y Modelo de Valoración de Activos de Capital

Hasta el momento, se ha visto como se calcula el costo de capital para una empresa que pertenece a la misma clase de riesgo, es decir, por ejemplo cuando una firma quiere emprender un proyecto del mismo giro que su actual negocio, pero en la realidad las empresas diversifican sus negocios a otros rubros distintos al costo de capital de la firma.

Si el costo de capital de la empresa es por ejemplo 18%, se aceptarían todos los proyectos cuyo retorno fuera más del 18%, pero *no se está considerando el riesgo de cada proyecto.*

Entonces, si la empresa emprende proyectos con riesgo diferente al de la firma, lo visto hasta ahora no sirve sino que debe adaptarse.

Ejemplo:

Una empresa fabrica paraguas y ahora fabrica también muebles. No se puede exigir al proyecto mueble igual costo de capital que el de paraguas. Por lo tanto, se debe acudir a una empresa que fabrique también muebles y utilizar el costo de capital que ella emplea.

Se tendrá r_K, la tasa exigida de retorno para el proyecto de mueble, entonces se coloca en la estructura de capital de la empresa de paraguas.

"Entonces, la forma de resolver este problema es que cada proyecto se evalúe a un costo de capital adaptado a la clase de riesgo de ese proyecto", pero que considere la estructura de endeudamiento que la empresa que lo emprenda llegara a tener al momento de ejecutar dicho proyecto.

- *Primer problema:* Determinar r_K, lo cual es compatible con la aplicación del modelo de valoración de activos de capital (CAPM[5]).

De acuerdo al CAPM:

$$\mathrm{E}(R_i) = R_F + [\mathrm{E}(R_M) - R_F] \cdot \beta_i$$

Pero se sabe que el costo de capital promedio ponderado corresponde a las siguientes ecuaciones:

$$K_0 = K_p \cdot \frac{P}{V} + r_d \cdot (1 - \Im_c) \cdot \frac{B}{V}$$

Donde:

[5] CAPM:Es el Modelo de Valoración de Activos de Capital, analizado en la unidad II del presente texto

K_p = costo de capital patrimonial

$(1-\Im_c)\cdot r_d$ = costo de la deuda después de impuestos

Como no se conoce K_p, se calcula con la fórmula del CAPM. Al utilizar el CAPM para calcular el costo del patrimonio, se tiene:

$$\mathrm{E}(K_p) = R_F + [\mathrm{E}(R_M) - R_F]\cdot \beta_p$$

Nota adicional:

Leverage = Apalancamiento o endeudamiento operativo

$$\beta^u = \frac{Cov(\rho, R_M)}{Cov(R_M)} \qquad u = unlevered$$

$$\beta^L = \beta^u \cdot \left[1 + (1-\Im_c)\cdot \frac{B}{S}\right] \qquad L = Levered$$

β^u = Beta de al empresa sin deuda

Por lo tanto, primero: $(\rho = r_K)$ y segundo, el costo patrimonial:

$$K_0 = \{R_F + [\mathrm{E}(R_M) - R_F]\cdot \beta_p\}\cdot \frac{P}{V} + (1-\Im_c)\cdot r_d \cdot \frac{B}{V}$$

Esto permite estimar el costo de una empresa. Debe quedar claro que β_p será distinto si los proyectos no se encuentran en la misma clase de riesgo que la empresa como un todo.

Esto es muy importante porque no se puede evaluar a la tasa de costo de capital de la firma, ya que si así se hiciera no se tendría nunca empresas que mantuvieran bonos del gobierno entre sus activos, como consecuencia, es posible estimar el costo de capital para

cada uno de los proyectos, si se conoce cual es su medida de riesgo sistemático, es decir β_p.

Un caso importante es si la empresa quiere desarrollar proyectos con riesgo distinto al de sus activos. Para esto deberá estimar el riesgo sistemático (β) del nuevo proyecto a través de otras empresas que pertenezcan al giro del negocio del proyecto que se quiere llevar a cabo.

Sin embargo, las empresas no tienen por qué tener la misma razón de endeudamiento que la razón objetivo de endeudamiento de nuestra empresa, y la manera de resolver este problema es calculando el costo de capital de las empresas que están el giro de nuestro proyecto y utilizar las ecuaciones de Modigliani y Miller relacionando la tasa de capital (K_0) y la tasa de costo de capital para una empresa todo patrimonio (empresa que financia sus operaciones sólo con patrimonio $= r_K = \rho$).

$$K_0 = r_K \cdot (1 - \Im_c) \cdot \frac{B}{V}$$

$$V^D > V^{S/D} \quad y \quad V^L > V^U$$

$$V^L - V^U = (1 - \Im_c) \cdot \frac{B}{S} \quad = \quad Ganancia\ por\ apalancamiento$$

La ventaja tributaria de la deuda se ve compensada con las mayores probabilidades de quebrar.

Por lo tanto $V^D > V^{S/D} \quad y \quad V^L > V^U$ no es cierto en equilibrio.

Realice Ejercicios Nº 20 al Nº 25

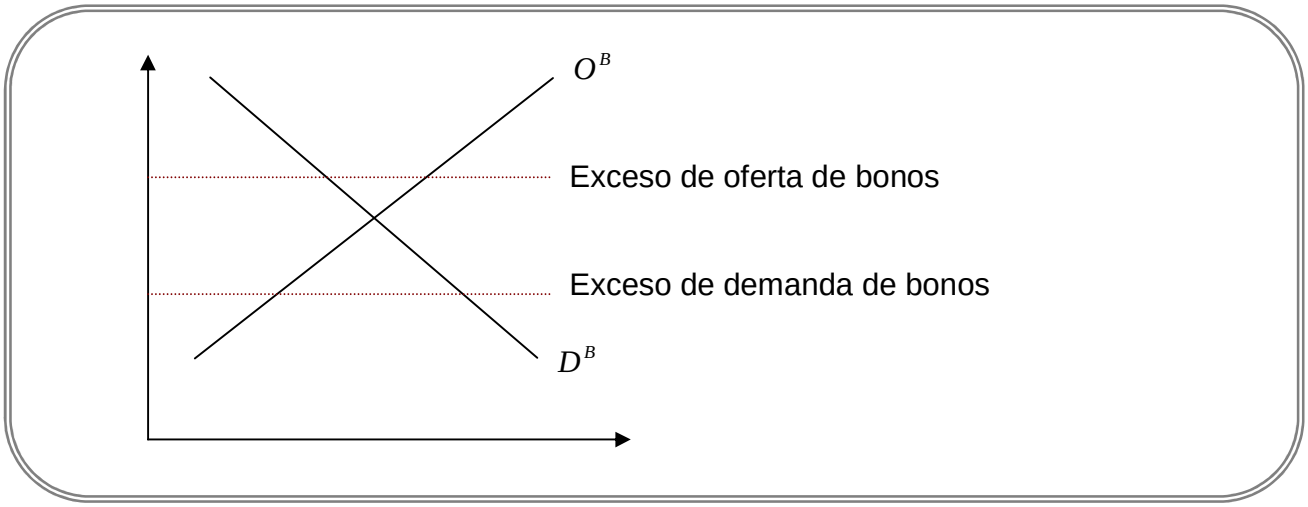
CLASE 11

2.8. Conclusiones del Modelo de Modigliani y Miller

Las principales conclusiones que se pueden extraer del modelo propuesto por Modigliani y Miller son:

- Existe un nivel de deuda óptimo a nivel macroeconómico que hace que: $(1-\Im_{PS})\cdot(1-\Im_{c})=(1-\Im^{\cdot\cdot}{}_{PB})$ y la ganancia por endeudamiento desaparezca (esto ocurre en equilibrio en el mercado de bonos). Entonces, esto ocurre cuando el mercado de bonos está en equilibrio, es decir, existe igualdad entre oferta y demanda de bonos (ganancia igual a cero).

Gráfico N° 6: Oferta y Demanda de Bonos



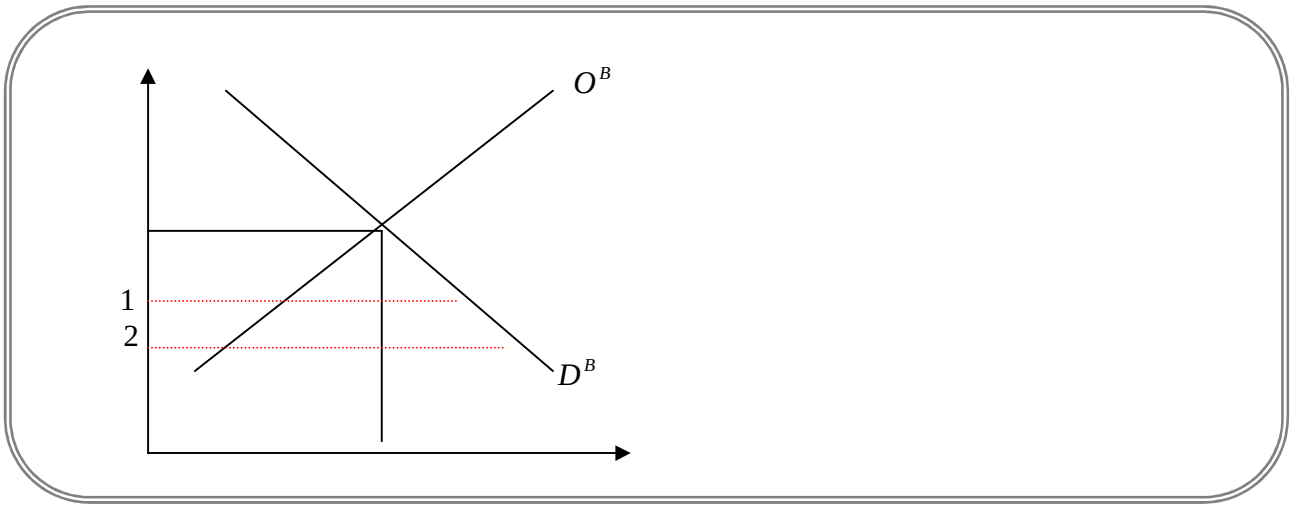
- Si se cumple lo anterior, la ganancia tributaria por el endeudamiento a nivel de una empresa desaparece totalmente; entonces, el valor de una empresa sin deuda es igual al valor de una empresa con deuda y por lo tanto, la tasa de costo de capital es única e invariable con el nivel de deuda.

- Dado que existe equilibrio a nivel macroeconómico debe cumplirse que:

$$(1-\Im_{PS})\cdot(1-\Im_{c})=(1-\Im^{\cdot\cdot}{}_{PB})$$

- Los ahorrantes con tasas de impuestos menores a las del ahorrante marginal, ganan la diferencia entre oferta y demanda.

Gráfico N° 7: Oferta y Demanda



El gráfico anterior indica que la diferencia entre las dos líneas punteadas rojas corresponde al excedente, es decir, aquellos individuos que se encuentren en (2), estarán dispuestos a pagar una tasa más baja.

El marginal es el que aclara el mercado, es el que equilibra el mercado, es el que tiene el costo de oportunidad más bajo. Todos los que estén bajo él, obtienen excedentes.

Lo más importante es que, al incorporar los impuestos personales en equilibrio macroeconómico no existe una relación óptima de capital para la empresa, y se vuelve a la proposición I de Modigliani y Miller en un mundo sin impuestos.

Esto no quiere decir que $\Im_c = 0$ sino que su ventaja tributaria de la deuda se equilibra por una mayor tasa exigida sobre la deuda. Por lo tanto, no existiría un beneficio por endeudarse y el costo d capital sería:

$$K_0 = K_p \cdot \frac{P}{V} + r_d \cdot (1 - \Im_c) \cdot \frac{B}{V}$$

Y esto es invariable, cualquiera sea el nivel de deuda.

Donde:

$r_d = r_F =$ Tasa libre de riesgo

$$\frac{P}{V} = \frac{Patrimonio}{Valor\ de\ mercado\ de\ la\ \ firma}$$

CLASE 12

2.9. *Extensiones*

A continuación se verán posibles efectos y también posibles imperfecciones del mercado distintivo a los impuestos.

Se pueden distinguir los siguientes:

1) Costos de quiebra: a medida que aumenta el nivel de endeudamiento, el valor de la empresa se reduce.

2) Existencia de deducciones distintas a los impuestos, por ejemplo la depreciación.

3) Costos diferenciales de emisión de los diferentes instrumentos.

4) Costos de agencia.

2.9.1. El ahorro fiscal por intereses

La proposición I de MM viene a indicar que el valor del pastel no depende de como se reparta, donde el pastel son los activos de la empresa y los trozos son la deuda y los fondos propios. Si mantenemos el pastel en un tamaño constante, entonces un dólar más de deuda significa un dólar menos de valor de los fondos propios. Pero en realidad hay un tercer trozo, el gobierno. En la tabla N° 3 muestra un balance ampliado con el valor de los activos antes de impuesto a la izquierda, y a la derecha el valor de los impuestos debidos al gobierno, considerados como un pasivo. MM todavía mantendrían que el valor del pastel (en este caso el valor de los activos antes de impuesto) no varia por el reparto, pero cualquier cosa que haga la empresa para reducir el tamaño del pedazo del gobierno, obviamente mejora la posición de los accionistas, una cosa que se puede hacer es pedir dinero prestado, lo cual reduce la deuda impositiva aumentando el flujo de caja de los accionistas y acreedores.

El valor de la empresa después de impuesto (la suma de los valores de sus fondos propios y de su deuda como se ve en el balance normal a valores de mercado) aumenta por el VA del ahorro fiscal.

Cuadro Nº 3: Balance a valores de mercado normal y ampliado.

Balance normal (valores de mercado)	
Valor de los activos (valor actual de los flujos de caja después de impuesto)	Deuda Recursos propios
Activo total	Pasivo total

Balance ampliado (valores de mercado)	
Valor de los activos antes de impuestos (valor actual de los flujos de caja antes de impuesto)	Deuda Derechos del gobierno (valor actual de los impuestos futuros) Recursos propios
Activos totales antes de impuesto	Valor total antes de impuesto

2.7.1. "El valor de la Firma en un Mundo con Impuestos a las Empresas y a las Personas"

En el mundo de MOMI, las ganancias (G) por endeudarse están dadas por:

$$G = V^{C/D} - V^{S/D} \quad \Leftrightarrow \quad G = V^{L} - V^{U}$$

V^{L} = Beta de la empresa con deuda

V^{U} = Beta de la empresa sin deuda

$$G = V^{L} - V^{U} = \Im_{cB}$$

En 1977, Miller introduce al análisis los impuestos a las personas, suponga que existen 2 tipos de impuestos a las personas:

$\Im_{PA}$ = Tasa de impuestos personales a las acciones sobre los dividendos percibidos.

$\Im_{PB}$ = Tasa de impuestos personales sobre los intereses que reciben los acreedores.

Existen factores que provocan que (G) sea cero, por eso en la realidad hay distintas razones de endeudamiento y sea una empresa con deuda solamente.

Los flujos esperados por los accionistas de una empresa todo patrimonio son:

$$\mathrm{E}(NOI)\cdot(1-\Im_{c})\cdot(1-\Im_{PA})$$

Suponiendo $\Im_{PA} = \Im_{PB}$

El valor de la empresa sin deuda:

$$V^U = \frac{\mathrm{E}(X) \cdot (1 - \Im_c) \cdot (1 - \Im_{PS})}{\rho}$$

$\Im_{PS} = \Im_{PA} =$ Tasa de impuesto a los accionistas

En que $\mathrm{E}(X) = \mathrm{E}(NOI)$

Si la empresa tiene deuda:

Flujo de accionistas: $\mathrm{E}(X - rD)\cdot(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})$

Flujo de acreedores: $rD\cdot(1-\Im_{PB})$

Sumando ambos flujos:

$$= \underbrace{\mathrm{E}(X)\cdot(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})}_{\substack{\text{Se descuenta a la tasa } \rho \text{ de una} \\ \text{empresa todo patrimonio}}} - \underbrace{rD\cdot(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS}) + rD\cdot(1-\Im_{PB})}_{\text{Se supone libre de riesgo}}$$

$$V^L = \underbrace{\frac{\mathrm{E}(ION)\cdot(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})}{\rho}} + \underbrace{\frac{rD\cdot[(1-\Im_{PB})-(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})]}{K_d}}$$

$$\Rightarrow V^L = \qquad V^U \qquad + \underbrace{\left[1-\frac{(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})}{1-\Im_{PB}}\right]}_{\text{Ganancia por apalancamiento}}\cdot \mathrm{B}$$

Donde:

$\mathrm{B} =$ Deuda

Por lo tanto, como la ganancia por apalancamiento es:

$$G = \left[1-\frac{(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})}{(1-\Im_{PB})}\right]\cdot \mathrm{B}$$

Si el impuesto a las personas es menor al impuesto a las personas que pagan Bonos, esto indica que si la tasa de impuesto a las personas $(\Im_{PA})$ es menor que la tasa de impuesto.

A los ingresos provenientes de intereses por tenencia de Bonos $(\Im_{PB})$, se debería pagar un premio a lo bonistas (el premio consiste en una tasa más alta de interés por la deuda).

Por lo tanto, aun cuando es una ventaja que los intereses sean descontables para efectos tributarios por parte de la empresa, esta ventaja puede ser más que compensado si la tasa de impuestos personales a los accionistas es inferior a la tasa de impuestos personales a los bonistas. Sin embargo, si:

$$(1-\Im_c)\cdot(1-\Im_{PS})=(1-\Im_{PB})$$

Esto ocurre en equilibrio en el mercado de oferta y demanda de bonos.

En este caso $G=0$ y por lo tanto no existe una ventaja por el financiamiento vía deuda, o lo que es lo mismo, el costo de capital sería invariable cualquiera sea el nivel de deuda.

Si $\Im_{PS}=\Im_{PB}$

Entonces:

$$\mathrm{B}\cdot\Im_c=G$$

Si $G=0$ desaparece la ventaja tributaria, es decir, es exactamente compensada por una ventaja tributaria.

En un mercado perfecto $G=0\Rightarrow V^{C/D}=V^{S/D}$

Si sólo por efecto de impuestos: $V^{C/D}>V^{S/D}$ implicaría que en el límite convendría financiar a las empresas con un 100% de deuda, cosa que no ocurre en la realidad.

Esto que se observa en la vida diaria son los llamados *"costos de segundo orden"* que son lo siguientes:

Costos de Segundo Orden:

- Costos de quiebra
- Costos de colocación y recuperación de Bonos

- Pago de intereses, etc.

Por lo tanto, como estos costos aumentan el costo de endeudamiento, se tiene que:

$$V^{C/D} = V^{S/D} + \mathrm{B} \cdot \Im_c - C_2(D)$$

Donde:

$C_2\left(\overbrace{D}^{Deuda}\right) =$ Son los costos de segundo orden cuya primera y segunda derivada son crecientes con el tamaño de la deuda, es decir, C_2 corresponde a los costos de segundo orden donde la primera y segunda derivadas son positivas, al ser función creciente de deuda.

Si $\mathrm{B} \cdot \Im_c = C_2(D) \Rightarrow V^{C/D} = V^{S/D} \Rightarrow$ en este caso se compensan exactamente la ventaja tributaria de la deuda con los costos de segundo orden y cuando eso ocurre se cumple la proposición de MOMI (básicamente la proposición I y II).

Si los costos de segundo orden pasaran a ser muy importantes, ya no se cumple MOMI (conviene acá reducir los niveles de deuda).

La forma de conciliar el modelo de Miller con los costos de segundo orden es reconocer que estos costos están directamente relacionados con el nivel de deuda, ya que implica que el costo marginal de emisión de deuda no es constante (son crecientes a medida que tengo más deuda la ventaja tributaria disminuye) sino que es creciente y mayor al costo medio al menos de un cierto nivel de deuda en adelante.

Realice Ejercicios Nº 26 al Nº 30